

填充环形等离子体的介质切伦可夫脉塞¹

吴坚强 刘盛纲

(电子科技大学高能电子学研究所 成都 610054)

摘要 利用线性场理论,对填充环形等离子体的介质切伦可夫脉塞进行了详尽的分析;讨论了薄环形相对论电子注包围环形等离子体、处于环形等离子体之间和位于环形等离子体之内,这三种情况下的注波相互作用,分别导出了其色散方程;并对色散方程直接进行了数值求解;求得了系统的截止频率、工作频率和波增长率,讨论了有关参数对它们的影响。

关键词 环形等离子体, 介质切伦可夫脉塞, 色散方程, 数值求解

中图分类号 TN128

1 引言

在介质切伦可夫脉塞^[1-3]中填充等离子体可有效地提高其注波相互作用效率、工作频率和输出功率,其研究已引起了国内外学者们的关注,有关的实验研究已取得了较大的进展。俄罗斯普通物理研究所于1987年,用0.9kA、0.4MV的相对论电子注通过预先电离而形成的环形等离子体,产生了100MW的微波输出,效率达20%;然后,他们将等离子体和电子注的位置颠倒一下,即将等离子体放在中心,而将电子束沿中心等离子体的外面穿过,这使得输出功率提高到300MW^[4]。美国加州大学Davis分校的研究小组利用等离子体填充的介质切伦可夫脉塞作放大器,得到了功率达千兆瓦的微波输出,效率大于10%^[5,6]。

本文将利用线性场理论,对填充环形等离子体的介质切伦可夫脉塞进行详尽的分析;特别讨论薄环形相对论电子注包围环形等离子体、处于环形等离子体之间和位于环形等离子体之内,这三种情况下的注波相互作用,对所导出的色散方程直接进行数值求解(在已有的文献中,大都采用近似的方法将色散方程化为简单的代数方程而进行求解^[7])。本文的理论分析对我们即将开展的实验研究具有一定的指导作用。

2 分析模型

我们拟分析的慢波系统如图1所示,环形介质筒的相对介电常数为 ϵ_r ,内半径为 a ,外半径为 b ;环形等离子体的平衡密度为 n_{p0} ,内半径为 R_{pi} ,外半径为 R_{po} 。相对论电子注沿系统的对称轴 z 轴穿过此慢波相互作用区。相对论电子注采用我们在文献[1]中已作过详细讨论的薄环形电子注,其平衡电子密度可用 δ 函数表示为

$$n_0(r) = n_{b0} \Delta R_b \delta(r - R_b), \quad (1)$$

¹ 1997-06-05 收到, 1997-12-22 定稿
国家自然科学基金和国家“863”强激光计划资助项目

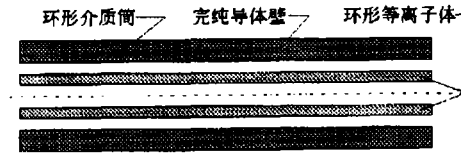


图 1 填充环形等离子体的介质筒慢波系统

式中 R_b 为注半径、 ΔR_b 为注厚度; 它们满足条件 $\Delta R_b/R_b \ll 1$ 。在忽略扰动场的横向导数对电子的作用下, 利用线性理论, 可得此电子注上的扰动电流和电荷密度分别为

$$\delta J \cong -j \frac{\varepsilon_0 \omega_b^2}{\omega} \Delta R_b \delta(r - R_b) \left\{ \left[1 + j \frac{v_0}{r(\omega - \beta v_0)} \right] \delta E_r e_r + \delta E_\varphi e_\varphi + \frac{\omega^2}{\gamma_0^2 (\omega - \beta v_0)^2} \delta E_z e_z \right\}, \quad (2)$$

$$\delta \rho \cong -j \varepsilon_0 \omega_b^2 \Delta R_b \delta(r - R_b) \left[\frac{\beta}{\gamma_0^2 (\omega - \beta v_0)^2} \delta E_z + j \frac{1}{r \omega (\omega - \beta v_0)} \delta E_r \right], \quad (3)$$

式中 $\omega_b^2 = n_{b0} e^2 / (\gamma_0 m_0 \varepsilon_0)$, ε_0 为自由空间介电常数, e 和 m_0 分别为电子的电荷和静止质量; v_0 为电子注的平衡速度; $\gamma_0 = (1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}$ 为相对论因子; δE_r 、 δE_φ 和 δE_z 分别为扰动电场的径向、角向和轴向分量; ω 和 β 分别为角频率和纵向波数。此电子注特有的跳变条件为

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\partial \delta E_z}{\partial r} \Big|_{R_b - \varepsilon}^{R_b + \varepsilon} = \frac{\omega_b^2}{\gamma_0^2} \frac{k_c^2 \Delta R_b}{(\omega - \beta v_0)^2} \delta E_z(R_b), \quad (4)$$

其中

$$k_c^2 = \omega^2/c^2 - \beta^2. \quad (5)$$

关于 (2) - (4) 式的具体推导过程和分析可参考文献 [1]。跳变条件 (4) 式只适用于电子注不在环形等离子体之间的情况。对于电子注位于环形等离子体之间, 可依据文献 [1] 的推导过程。注意此时除了电子注上的扰动电流密度外, 等离子体中电子也将产生扰动电流密度, 其表达式为

$$\delta J_p = -j \varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega} \delta E, \quad (6)$$

式中 $\omega_p^2 = n_{p0} e^2 / (m_0 \varepsilon_0)$; 可得电子注在环形等离子体之间产生的跳变条件为

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\partial \delta E_z}{\partial r} \Big|_{R_b - \varepsilon}^{R_b + \varepsilon} = \frac{\omega_b^2}{\gamma_0^2} \frac{p^2 \Delta R_b}{1 - \omega_p^2/\omega^2} \frac{\delta E_z(R_b)}{(\omega - \beta v_0)^2}, \quad (7)$$

其中

$$P^2 = (\omega^2/c^2) [1 - (\omega_p^2/\omega^2)] - \beta^2. \quad (8)$$

3 注波相互作用的色散方程

注波相互作用主要发生在电子的轴向运动和轴向扰动电场之间,使电子在纵向群聚而将能量交给场;因此在不考虑轴向引导磁场的情况下,可只分析电子与 TM 模的相互作用^[1,8]。我们首先讨论薄环形电子注包围环形等离子体的情况,即 $R_{po} \leq R_b < a$ 。利用麦克斯韦方程组和 (2),(3) 式,根据图 1 分区进行求解,可将纵向扰动电场的解表为以下形式^[9]:

$$\delta E_z = \begin{cases} AJ_0(k_c r), & (0 \leq r \leq R_{pi}); \\ BJ_0(pr) + CY_0(pr), & (R_{pi} < r \leq R_{po}); \\ DJ_0(k_c r) + EY_0(k_c r), & (R_{po} < r \leq R_b); \\ FJ_0(k_c r) + GY_0(k_c r), & (R_b < r \leq a); \\ HJ_0(qr) + IY_0(qr), & (a < r \leq b); \end{cases} \quad (9)$$

式中 $q^2 = (\omega^2/c^2)\epsilon_r - \beta^2$; J_0 和 Y_0 分别为零阶第一类贝塞尔函数和第二类贝塞尔函数。这里已假设频率 ω 为复数,因而 (9) 式统一表成贝塞尔函数 J_0 和 Y_0 的形式。利用边界条件和跳变条件 (4) 式,消去 (9) 式中的待定系数,经过繁琐的代数运算,可得注波相互作用的色散方程为

$$F_1(\omega - \beta v_0)^2 = \frac{\omega_b^2}{\gamma_0^2} \frac{k_c \Delta R_b}{A(k_c R_b, k_c R_b)} \chi \{ B(k_c R_{po}, k_c R_b) [J_0(k_c R_{pi}) C(pR_{po}, pR_{pi}) + S J'_0(k_c R_{pi}) A(pR_{pi}, pR_{po})] + SA(k_c R_b, k_c R_{po}) [J_0(k_c R_{pi}) A(pR_{po}, pR_{pi}) + S J'_0(k_c R_{pi}) B(pR_{pi}, pR_{po})], \quad (R_{po} \leq R_b < a), \quad (10)$$

其中

$$F_1 = M [J_0(k_c R_{pi}) C(pR_{pi}, pR_{po}) - S J'_0(k_c R_{pi}) A(pR_{pi}, pR_{po})] + SN [J_0(k_c R_{pi}) A(pR_{po}, pR_{pi}) - S J'_0(k_c R_{pi}) B(pR_{po}, pR_{pi})], \quad (11)$$

$$\chi = B(qb, qa) A(k_c R_b, k_c a) + (\epsilon_r k_c / q) A(qb, qa) B(k_c a, k_c R_b), \quad (12)$$

$$S = [1 / (1 - \omega_p^2 / \omega^2)] (P / k_c). \quad (13)$$

这里

$$M = B(qb, qa) A(k_c R_{po}, k_c a) + \epsilon_r \frac{k_c}{q} A(qb, qa) B(k_c a, k_c R_{po}), \quad (14)$$

$$N = B(qb, qa) C(k_c R_{po}, k_c a) + \epsilon_r \frac{k_c}{q} A(qb, qa) A(k_c a, k_c R_{po}). \quad (15)$$

在以上的方程中,已定义

$$A(x, y) = J_0(x) Y'_0(y) - J'_0(y) Y_0(x), \quad (16)$$

$$B(x, y) = J_0(x) Y_0(y) - J_0(y) Y_0(x), \quad (17)$$

$$C(x, y) = J'_0(x) Y'_0(y) - J'_0(y) Y'_0(x). \quad (18)$$

对于薄环形电子注处于环形等离子体之间和位于环形等离子体之内的情况, 即 $R_{pi} \leq R_b \leq R_{po}$ 和 $0 < R_b \leq R_{pi}$, 可依照前面相同的推导方法, 得其注波相互作用的色散方程分别为

$$F_1(\omega - \beta v_0)^2 = \frac{\omega_b^2}{\gamma_0^2} \frac{S k_c \Delta R_b}{A(pR_b, pR_b)} [J_0(k_c R_{pi}) A(pR_b, pR_{pi}) + S J_0'(k_c R_{pi}) B(pR_{pi}, pR_b)] \\ \times [DA(pR_b, pR_{po}) + SEB(pR_{po}, pR_b)], \quad (R_{pi} \leq R_b \leq R_{po}); \quad (19)$$

$$F_1(\omega - \beta v_0)^2 = \frac{\omega_b^2}{\gamma_0^2} \frac{k_c \Delta R_b}{A(k_c R_b, k_c R_b)} J_0(k_c R_b) \{B(k_c R_{pi}, k_c R_b) [DC(pR_{pi}, pR_{po}) + SEA(pR_{po}, pR_{pi})] \\ + EA(k_c R_b, k_c R_{pi}) [DA(pR_{pi}, pR_{po}) + SEB(pR_{po}, pR_{pi})]\}, \quad (0 < R_b \leq R_{pi}) \quad (20)$$

由所得色散方程 (10)、(19) 和 (20) 式可见, 它们的左边具有完全相同的形式, 表明是两个模式的耦合; 在以上的色散方程中, 若令 $\omega_b \rightarrow 0$ (即无电子注), 则可得

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= 0, \\ \omega - \beta v_0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

第一个方程就是填充环形等离子体的介质简慢波系统 TM_{0n} 模的色散方程, 而第二个方程就是电子注模的色散方程; 因此以上的色散方程清楚地表明, 切伦可夫辐射来源于慢波系统中的波导模与电子注模的耦合, 其耦合强度均正比于电子注的密度; 当同时满足 (21) 式时, 注波相互作用就可产生切伦可夫辐射, 电子将能量交给波, 使波得到增长; 而当薄环形相对论电子注相对于环形等离子体处于不同的位置时, 两模式的耦合强度不同, 因而将给出大小不同的波增长率。下面的计算结果可充分地说明这点。

4 数值计算结果

上面在薄环形相对论电子注相对于环形等离子体具有不同的位置下, 分别推得了其色散方程 (10)、(19) 和 (20) 式。为了得到切伦可夫辐射的波增长率, 需在 β 为实数下, 求解色散方程 (10)、(19) 和 (20) 式, 得出复数的 ω , 它的实部和负虚部将分别给出切伦可夫辐射的频率

$$\omega_0 = \text{Re}(\omega) \quad (22)$$

和波增长率

$$G = -\text{Im}(\omega). \quad (23)$$

这里主要讨论薄环形相对论电子注相对于环形等离子体不同的位置和等离子体密度对注波相互作用的影响。为方便起见, 固定等离子体的几何参数和介质筒的参数为 $R_{pi}/b = 0.45$, $R_{po}/b = 0.65$, $a/b = 0.8$, $\epsilon_r = 2.1$; 这里的计算只对 TM_{01} 模进行。

图 2 给出了薄环形相对论电子注相对于环形等离子体不同的位置下, 由色散方程 (10)、(19) 和 (20) 式计算的系统截止频率 ω_c 和同步点最大波增长率与等离子体频率的关系。可见随着等离子体密度的增大, 系统的截止频率亦增高, 因为只有高于截止频率的波才能在系统中有效地传播, 这就表明在介质慢波系统中填充适当密度的等离子体可有效地提高系统的

工作频率, 这与文献 [7] 的结论一致。另外还看到, 薄环形相对论电子注包围环形等离子体 ($R_b/b=0.75$) 所对应的波增长率比薄环形相对论电子注处于环形等离子体之间 ($R_b/b=0.55$) 和位于环形等离子体之内 ($R_b/b=0.35$) 的波增长率要大得多, 这一结果与文献 [4] 所报道的实验结果一致。这主要是因为纵向电场在介质筒的内表面分布最强 [9], 所以当薄环形相对论电子注包围环形等离子体时, 它离介质筒的内表面较近, 而受到强的纵向电场的作用使注波相互作用增强, 故其波增长率增加。

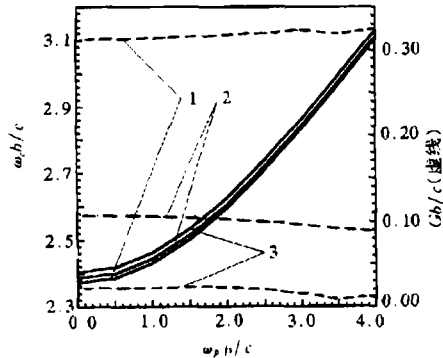


图 2 截止频率和最大波增长率与等离子体频率的关系
1: $R_b/b=0.75$, 2: $R_b/b=0.55$, 3: $R_b/b=0.35$

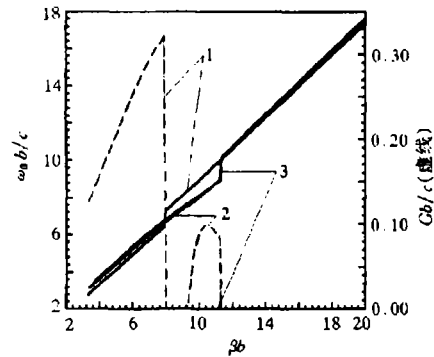


图 3 工作频率和波增长率与纵向波数的关系
1: $R_b/b=0.75$, 2: $R_b/b=0.55$, 3: $R_b/b=0.35$

图 3 给出了工作频率和波增长率与纵向波数的关系。可见在纵向波数较窄的区域内才有波的增长, 并且在此区域内对应的工作频率有一突变, 这一点正好是同步方程 (21) 式的解, 因此只有满足同步条件, 才能获得波的增长。

图 4 给出了同步点最大波增长率与电子注加速电压 V_0 的关系; 图 5 和图 6 分别给出了截止频率、同步点最大波增长率、工作频率和波的相速 $v_{ph}(v_{ph} = \omega_0/\beta)$ 与电子注束流 I_b 的关系。由这些曲线可见, 随着电子注束流的增大, 工作频率亦增高, 波的相速却逐渐下降; 在薄环形相对论电子注包围环形等离子体的情况下, 波增长率随着电子注束流的增加而增加, 而在薄环形相对论电子注处于环形等离子体之间和位于环形等离子体之内的情况下, 波增长率却随着电子注束流的增加而略有下降。

5 结 束 语

本文利用线性场理论, 对填充环形等离子体的介质筒慢波系统激发的切伦可夫辐射进行了详尽的分析; 分别在薄环形相对论电子注包围环形等离子体、处于环形等离子体之间和位于环形等离子体之内的三种情况下, 导出了其注波相互作用的色散方程 (10)、(19) 和 (20) 式; 对色散方程的分析讨论得出, 系统中的切伦可夫辐射来源于慢波系统中的波导模与电子注模的耦合, 其耦合强度正比于电子注的密度, 而当薄环形相对论电子注相对于环形等离子体具有不同的位置时, 两模式的耦合强度不同, 因而将给出大小不同的波增长率。由直接数值求解色散方程所得的计算结果分析了等离子体密度、电子注加速电压和电子注束流对系统的截止频率、波增长率、工作频率和波相速等的影响。通过本文的理论分析, 证明了在介质慢波系统中填充适当密度的等离子体可有效地提高系统的工作频率; 薄环形相对论电子注包围环形等离子体所对应的波增长率比薄环形相对论电子注处于环形等离子体之间和位

于环形等离子体之内的波增长率要大得多。本文所取得的结果, 对我们即将开展的实验研究具有一定的指导作用。

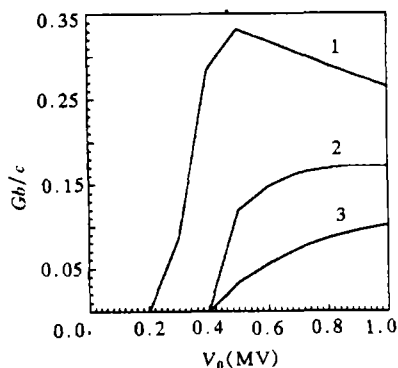


图 4 同步点最大波增长率与加速电压的关系 ($\omega_p b/c = 2.5$)
1: $R_b/b = 0.75$, 2: $R_b/b = 0.55$, 3: $R_b/b = 0.35$

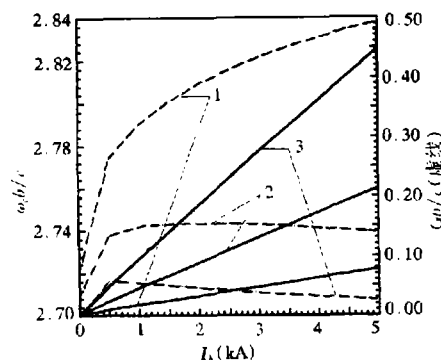


图 5 截止频率和最大波增长率与电子束流的关系 ($\omega_p b/c = 2.5$)
1: $R_b/b = 0.75$, 2: $R_b/b = 0.55$, 3: $R_b/b = 0.35$

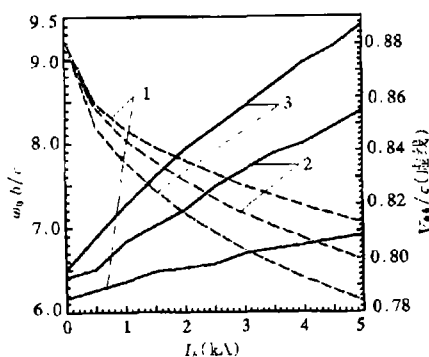


图 6 工作频率和波相速与电子束流的关系 ($\omega_p b/c = 2.5$)
1: $R_b/b = 0.75$, 2: $R_b/b = 0.55$, 3: $R_b/b = 0.35$

参 考 文 献

- [1] 吴坚强, 熊彩东, 刘盛纲. 介质切伦可夫脉塞的研究. 应用科学学报, 1996, 14(3): 345-352.
- [2] Walsh J E, Murphy J. Tunable Cerenkov lasers. IEEE J. of Quant. Electron., 1982, 18(2): 1259-1263.
- [3] Case W B, Kaplan R D, Golub J E, Walsh J E. Space-charge-Cerenkov and cyclotron-Cerenkov instabilities in an electron beam dielectric system, J. Appl. Phys., 1984, 55(7): 2651-2658.
- [4] Kuzeev M V, Rukhadze A A, Strelkov P S. Relativistic high-current plasma microwave electronics: advantages, progress, and outlook. Sov. J. Plasma Physics, 1987, 13(11): 793-800.
- [5] De Groot J S, Stone R A, Rogers J H. Plasma Cherenkov maser. SPIE, 1988, 873: 37-50.
- [6] De Groot J S, Stone R A, et al. High power and super power plasma Cerenkov masers. SPIE, 1989, 1061: 294-304.
- [7] Kosai H, Garate E, Fisher A. Plasma-filled dielectric Cerenkov maser. SPIE, 1990, 1226: 191-197.
- [8] 吴坚强, 熊彩东, 刘盛纲. 介质切伦可夫脉塞的线性理论. 电子科技大学学报, 1996, 25(1): 46-51.

- [9] 吴坚强, 熊彩东, 刘盛纲. 填充等离子体介质筒慢波结构色散方程的研究. 电子科技大学学报, 1995, 24(3): 277-281.

DIELECTRIC CHERENKOV MASER WITH AN ANNULAR PLASMA

Wu Jianqiang Liu Shenggang

(*University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054*)

Abstract Making use of the linear field theory, the dielectric Cherenkov maser with an annular plasma is analysed in detail. The beam-wave interactions corresponding to (a) the thin annular relativistic electron beam (TAREB) surrounding the annular plasma, (b) TAREB within the annular plasma, and (c) TAREB inside the annular plasma, are discussed; and the dispersion equations are derived, respectively. Numerical solutions for the dispersion equations with a complex angular frequency are directly carried out. And the cut-off frequency, the operation frequency and the wave growth rate in the slow-wave system are obtained. Finally, the effects of related parameters on them are presented.

Key words Annular plasma, Dielectric Cherenkov maser, Dispersion equation, Numerical solution

吴坚强: 男, 1961年生, 博士, 教授, 从事相对论电子学和等离子体电子学等方面的研究工作.

刘盛纲: 男, 1933年生, 教授, 博士生导师、中科院院士, 从事微波电子学、相对论电子学、等离子体电子学和光学等方面的研究工作.