

带罩导弹远场方向图数值仿真中积分域的确定¹

戎 华^{***} 王晓明^{*} 郭东明^{*} 宣兆成^{*} 王 伟^{***}

^{*}(大连理工大学机械工程学院 大连 116024)

^{**}(大连舰艇学院 大连 116018)

^{***}(航天工业总公司二院二十五所 北京 100854)

摘 要 导弹天线罩是用来保护位于高速飞行的导弹前端的的天线系统免受外界影响的一种装置。为研究导弹天线罩对天线性能所造成的影响,该文在运用平面波谱-表面积分法分析天线罩综合电性能基础上,详细讨论了为获取带罩导弹远场辐射方向图所采用的数值算法中的积分区域的确定。

关键词 天线罩, 样条函数, 平面波谱, 积分域

中图分类号 TN820

1 引 言

导弹天线罩是用来保护导弹高速飞行时天线系统免受外界影响的一种装置。理想天线罩,不应该降低天线的性能。但实际上,由于必须满足机械结构强度、使用寿命和制造成本等各种复杂要求,天线罩的电气性能只能是约束最佳的,如使用低损耗材料、选择最佳壁结构等,使天线罩反射趋于最小,保证天线罩相对于天线口径结构和电气上的对称性,尽量减小天线罩对天线理想性能的影响。为度量天线罩对天线性能影响范围,通常以天线远场辐射方向图的变化为标准。因此,对带罩导弹天线远场辐射方向图的研究,已成为分析天线罩对天线性能影响的一种重要手段。

分析天线罩对天线电磁性能影响的方法很多,常用的天线罩设计与分析的方法主要有平均入射角法、射线轨迹分析法、平面波谱法和表面积分法等。本文采用平面波谱-表面积分法,结合样条函数理论对天线罩电性能进行数值仿真,重点讨论了带罩导弹天线远场辐射方向图数值仿真中积分域的确定。

2 天线场的平面波谱表示

2.1 天线近场分析的平面波谱法

根据电磁场理论,在线性,均匀,各向同性的无源介质中,任何单频电磁波都可以表示为沿不同方向传播的一系列平面电磁波的叠加。

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{A}(k_x, k_y) e^{j\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}} dk_x dk_y \quad (1)$$

式中 \mathbf{E} 表示电场矢量; \mathbf{k}_0 为矢量波数; \mathbf{r} 为观察点矢量; k_x, k_y 为 \mathbf{k}_0 在 X, Y 方向上分量,其 Z 分量满足:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = (2\pi/\lambda_0)^2 \quad (2)$$

λ_0 为单频电磁波波长; $\mathbf{A}(k_x, k_y)$ 为平面波谱,即子平面波复振幅。根据平面波谱概念,位于天线前半球空间的电场分量:

$$E_i(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int \int_{-\infty}^{+\infty} A_i(k_x, k_y) e^{-j(k_x x + k_y y + k_z z)} dk_x dk_y, \quad i = x, y, z \quad (3)$$

¹ 2001-01-02 收到, 2001-10-10 定稿

(3) 式表明, 空间任一点的场是由振幅为复值的无限多个平面波叠加组成, 但在实际数值计算时, 考虑到当 $k_x^2 + k_y^2 > k_0^2$ 时, 相应的平面波沿 Z 轴呈指数衰减, 为消逝波. 通常积分限取为实空间 $[-k, k]$, 因此辐射场可看作由有限个子平面波叠加, (3) 式可近似为

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \sum_{l=-L}^L \sum_{p=-L'(l)}^{L'(l)} \Delta \mathbf{E}_{lp}(x, y, z) \quad (4)$$

其中 $L = k_0/\Delta k_x$, $L'(l) = \sqrt{k_0^2 - l^2 \Delta k_x^2}/\Delta k_y$. (5)

$$\Delta \mathbf{E}_{lp} = \Delta E_{xlp} \mathbf{i} + \Delta E_{y lp} \mathbf{j} + \Delta E_{z lp} \mathbf{k} \quad (5)$$

$$\Delta E_{ilp} \frac{1}{2\pi} \Delta k_x \Delta k_y A_i(k_{xl}, k_{yp}) e^{-j(k_{xl}x + k_{yp}y + k_{zlp}z)}, \quad i = x, y, z \quad (6)$$

式中 $\mathbf{k}_{lp} = k_{xl} \mathbf{i} + k_{yp} \mathbf{j} + k_{zlp} \mathbf{k}$, $k_{xl} = l \Delta k_x$, $k_{yp} = p \Delta k_y$, $k_{zlp} = \sqrt{k_0^2 - k_{xl}^2 - k_{yp}^2}$.

再根据单一频率平面电磁波电场矢量与磁场矢量之间关系

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\omega_0 \mu_0} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E} \quad (7)$$

可得, 空间的磁场分量为

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \sum_{l=-L}^L \sum_{p=-L'(l)}^{L'(l)} \Delta \mathbf{H}_{lp}(x, y, z) \quad (8)$$

$$\Delta \mathbf{H}_{lp} = \Delta H_{xlp} \mathbf{i} + \Delta H_{y lp} \mathbf{j} + \Delta H_{z lp} \mathbf{k} \quad (9)$$

式中 ΔH_{xlp} , $\Delta H_{y lp}$, $\Delta H_{z lp}$ 分别为 $\Delta \mathbf{H}_{lp}$ 在 x, y, z 方向上的分量.

应用 (4)、(8) 式即可求出天线罩内表面上任一点处的电场矢量和磁场矢量, 并且已分解为一组正交的局部平面波的和.

2.2 天线近场穿过罩壁的透射

由于罩处于天线近区场, 为此, 我们利用入射场的子平面分解, 通过分别讨论这些子平面波穿过罩壁的传输, 来研究罩外表面上的场.

若罩形状的函数为 $f(x, y, z) = 0$, 则罩壁一点 p 的单位法向量为

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla f}{|\nabla f|} \quad (10)$$

对于入射方向为 $\mathbf{k} = (k_{xl}, k_{yp}, k_{zlp})/k$ 子平面波, 其垂直极化向量 \mathbf{b} 和平行极化向量 \mathbf{t} 分别为

$$\mathbf{b} = \mathbf{n} \times \mathbf{k} \quad (11)$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{n} \times \mathbf{b} \quad (12)$$

将入射在罩内表面上的此子平面波投影在 \mathbf{b}, \mathbf{t} 方向,

$$\begin{bmatrix} \Delta E_{\perp} \\ \Delta E_{//} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_x & b_y & b_z \\ t_x & t_y & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{xlp} \\ \Delta E_{y lp} \\ \Delta E_{z lp} \end{bmatrix} \quad (13)$$

于是对应此平面波的罩外场为

$$\begin{bmatrix} \Delta E_{\perp 2} \\ \Delta E_{// 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{\perp}(\theta_l) & 0 \\ 0 & W_{//}(\theta_l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{\perp} \\ \Delta E_{//} \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中 $\theta_i = \arccos(\mathbf{n} \cdot \mathbf{k})$ 为入射角; $W_{\perp}(\theta_i), W_{//}(\theta_i)$ 分别是垂直入射波, 平行入射波的传输过程函数:

$$W(\theta_i) = \begin{cases} T(\theta_i), & \theta_i \leq \pi/2 \\ 1 + R(\theta_i), & \theta_i > \pi/2 \end{cases} \quad (15)$$

$T(\theta_i), R(\theta_i)$ 分别为平面波在罩壁的透射系数和反射系数。在局部平板假定下, $T(\theta_i), R(\theta_i)$ 的计算可通过适当的程序求得。

将 $\Delta E_{\perp 2}, \Delta E_{// 2}$ 还原成 x, y, z 分量

$$\begin{bmatrix} \Delta E_{xij2} \\ \Delta E_{yij2} \\ \Delta E_{zij2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_x & t_x \\ b_y & t_y \\ b_z & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{\perp 2} \\ \Delta E_{// 2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

则有罩问题中的罩外透射场为

$$\mathbf{E}_2(x, y, z) = \sum_{l=-L}^L \sum_{p=-L'(l)}^{L'(l)} (\Delta E_{xij2} \mathbf{x} + \Delta E_{yij2} \mathbf{y} + \Delta E_{zij2} \mathbf{z}) \quad (17)$$

其中 $L = k_0/\Delta k_x, L' = \sqrt{k_0^2 - (l\Delta k_x)^2}/\Delta k_y$ 。

2.3 天线-天线罩体的远区辐射场

在求得 \mathbf{E}_2 后, 对磁场作相应的分析, 也可得 \mathbf{H}_2 类似的表达。将罩外场 $\mathbf{E}_2, \mathbf{H}_2$ 作为二次源, 根据等效原理, 利用表面积分技术, 则远区场为

$$\mathbf{E} = -\frac{jk_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \mathbf{R}_1 \times \iint_{S_R} \left[\mathbf{n}_{km0} \times \mathbf{E}_2 - \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \mathbf{R}_1 \times (\mathbf{n}_{km0} \times \mathbf{H}_2) \right] e^{jk_0 \mathbf{r}' \cdot \mathbf{R}_1} dS_R \quad (18)$$

其中 r 表示观测点到天线罩坐标原点的距离, \mathbf{R}_1 为观测方向单位矢量, \mathbf{r}' 为天线罩外表面半径, \mathbf{n}_{km0} 是天线罩外表面上源点 (M 点) 处的单位外法线方向。应该注意, (18) 式积分号中方括号中的量值为天线坐标系中的, 而积分面元 dS 沿罩表面取得, 为了便于施行积分运算, 必须把天线坐标中的诸量变换到罩坐标系中。对 (18) 式进行数值积分, 便可求出天线罩体在给定方向上的远区方向图, 通过改变天线在天线罩内的俯仰角和扫描角, 便可仿真出天线罩引起的瞄准误差。

3 积分区域的确定

从计算公式可以看出, 远场方向图是一个关于 dS 的二重积分。为便于计算, 通常可将该积分转换为天线平面方程与天线罩外形相截后天线罩曲面向 $x_R O y_R$ 投影区域的积分。该积分区域的确定, 主要取决于天线平面方程和天线罩曲面方程。对于一般函数的曲面积分有:

$$\iint_{S_R} f(x_R, y_R, z_R) dS_R = \iint_{D_{x_R y_R}} \int f(x_R, y_R, z_R) \sqrt{1 + Z'_R(x_R, y_R) + Z''_R(x_R, y_R)} dx_R dy_R$$

这里 $D_{x_R y_R}$ 是天线罩曲面向 $x_R O y_R$ 平面的投影。当天线在罩内作机械或电子扫描时, 在天线罩坐标系内, 积分区域或投影面积可依据下列各式来确定。

由于天线罩外形一般设计为流线型鼻锥或卵型, 且鼻锥形天线罩的外形曲面一般为回转面, 可视作直角坐标系 XOZ 平面上的一条曲线, 对离散点, 样条函数表示为

$$\begin{aligned} S(Z_R) = & M_{j-1} \frac{(Z_{R_j} - Z_R)^3}{6h_{j-1}} + M_j \frac{(Z_R - Z_{R_{j-1}})^3}{6h_{j-1}} + \left(S(Z_{R_{j-1}}) - \frac{M_{j-1} h_{j-1}^2}{6} \right) \\ & \times \frac{Z_{R_j} - Z_R}{h_{j-1}} + \left(S(Z_{R_j}) - \frac{M_j h_{j-1}^2}{6} \right) \frac{Z_R - Z_{R_{j-1}}}{h_{j-1}} \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $Z_R \in [Z_{R_{j-1}}, Z_{R_j}]$, $h_j = Z_{R_j} - Z_{R_{j-1}}$, $j = 1, \dots, n$.

将上述曲线进行旋转, 得到天线罩曲面 $\Phi(x_R, y_R, z_R)$ 为

$$\begin{aligned} \Phi(x_R, y_R, z_R) = & -\sqrt{x_R^2 + y_R^2} + M_{j-1} \frac{(Z_{R_j} - Z_R)^3}{6h_{j-1}} + M_j \frac{(Z_R - Z_{R_{j-1}})^3}{6h_{j-1}} \\ & + \left(S(Z_{R_{j-1}}) - \frac{M_{j-1}h_{j-1}^2}{6} \right) \frac{Z_{R_j} - Z_R}{h_{j-1}} \\ & + \left(S(Z_{R_j}) - \frac{M_j h_{j-1}^2}{6} \right) \frac{Z_R - Z_{R_{j-1}}}{h_{j-1}} \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $Z_R \in [Z_{R_{j-1}}, Z_{R_j}]$, $h_j = Z_{R_j} - Z_{R_{j-1}}$, $j = 1, \dots, n$. (20) 式即为曲线 (19) 式绕 Z_R 轴旋转而成的三维曲面.

天线平面 (天线坐标系) 在天线罩坐标系中的方程可表示为

$$Z_R = Q_1 x_R + Q_2 y_R + Q_3 \quad (21)$$

其中

$$Q_1 = -\text{tg}\Omega / \cos\omega, \quad Q_2 = -\text{tg}\omega, \quad Q_3 = L_3 / (\cos\Omega \cdot \cos\omega) \quad (22)$$

如果要求该平面与天线罩相交后, 在 $x_R O_R y_R$ 平面上的投影, 则联立

$$\left. \begin{aligned} \Phi(x_R, y_R, z_R) &= 0 \\ Z_R &= Q_1 x_R + Q_2 y_R + Q_3 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

从中消去 Z_R , 即可得投影曲线方程:

$$\Phi(x_R, y_R, Q_1 x_R + Q_2 y_R + Q_3) = 0 \quad (24)$$

对于天线罩曲面方程是由分段函数组成, 如样条函数. 上述投影曲线变得十分复杂, 因为必须判断在各数值区域上 (21) 式与哪一段函数相交.

显然这是由 n 段函数组成的, 如果 (21) 式和 (20) 式相交, 就是把 (20) 式中的 Z_R 换成 $Q_1 x_R + Q_2 y_R + Q_3$. 这里存在的问题是 (20) 式受到 $Z_R \in [Z_{R_{j-1}}, Z_{R_j}]$ 的限制, 所以在进行相交计算时, $Z_R \in [Z_{R_{j-1}}, Z_{R_j}]$ 是判断 (21) 式和某一段样条曲面相交的条件. 为说明方便起见, 将 (20) 式同 (21) 式相交的曲线表示为

$$\sqrt{x_R^2 + y_R^2} = \Phi_j(x_R, y_R) \quad (25)$$

因为投影区域是封闭的凸光滑区域, 且包含 $x_R O_R y_R$ 的原点 O_R , 所以可以用极坐标来表示, 从而构成一一对应关系.

令

$$x_R = \rho_R \cos\theta_R, \quad y_R = \rho_R \sin\theta_R \quad (26)$$

所以 (25) 式变为

$$\rho_R = \phi_j(\rho_R \cos\theta_R, \rho_R \sin\theta_R), \quad j \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (27)$$

这里 θ_R 是由 0° 到 360° . 算法如下:

给出 θ_{step}
DO $j = 1, n$

```

DO  $Q_R = 0, 360, \theta_{Rstep}$ 
  求解非线性方程 (27) 式
   $x_R = \rho_R \cos \theta_R$ 
   $y_R = \rho_R \sin \theta_R$ 
   $Z_R = Q_1 x_R + Q_2 y_R + Q_3$ 
  IF  $Z_R \in [Z_{R,-1}, Z_{R,j}]$  THEN
    保存  $\theta_R, x_R, y_R$  .
  ENDIF
ENDDO

```

ENDDO

对于非线性方程的解, 本文采用逐步扫描和二分化来求解。方法归纳如下:

(1) 确定有根区间, 任选两点 x_1, x_2 , 计算 $f(x_1), f(x_2)$:

```

(a) IF=0 THEN
  找到一实根
  ELSEIF  $f(x_1) \cdot f(x_2) < 0$  THEN
     $[x_1, x_2]$  为一有根区间
  ELSE
    GOTO (b)
  (b) IF  $f(x_1) \cdot f(x_2) > 0$  THEN
    沿下降方向重选一点, 即
    IF  $|f(x_1)| < |f(x_2)|$  THEN
      沿  $x_2 \rightarrow x_1$  重选一新点作为  $x_1$ , 代替原  $x_1$ 
    ELSE
      沿  $x_1 \rightarrow x_2$  重选一新点作为  $x_2$ , 代替原  $x_2$ 
    END IF
    GOTO (a)
  END IF

```

(2) 逐步扫描法求有根区间及其数目;

(3) 用二分化求方程的根。

积分区域采取极坐标方式, 由上述方法可获得 360° 范围内任一整角度所对应的极坐标半径, 对于任意角度值, 可采用第一种边界条件的三次样条函数插值获得所对应的极坐标半径, 其方法为利用各节点上的数值导数与辛卜生公式可以得到插值区间 $[x_1, x_n]$ 上积分值, 计算公式为

$$T = \int_{x_1}^{x_n} y(x) dx = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1} - x_i)(y_i + y_{i+1}) - \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1} - x_i)^3 (y_i'' + y_{i+1}'')$$

其中 $y_i'' = y''(x_i)$ 。

利用数值导数 $y'(x_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 计算插值点 s 处的函数值公式为

$$\begin{aligned}
 y(s) = & \left[\frac{3}{h_i^2} (x_{i+1} - s)^2 - \frac{2}{h_i^3} (x_{i+1} - s)^3 \right] y_i + \left[\frac{3}{h_i^2} (s - x_i)^2 - \frac{2}{h_i^3} (s - x_i)^3 \right] y_{i+1} \\
 & + h_i \left[\frac{1}{h_i^2} (x_{i+1} - s)^2 - \frac{1}{h_i^3} (x_{i+1} - s)^3 \right] y'(x_i) \\
 & - h_i \left[\frac{1}{h_i^2} (s - x_i)^2 - \frac{1}{h_i^3} (s - x_i)^3 \right] y'(x_{i+1})
 \end{aligned} \tag{28}$$

其中 $s \in [x_i, x_{i+1}]$ 。

4 算例及结论

运用上述数值算法, 针对某型号的导弹天线罩进行计算, 分别获得天线罩在天线俯仰角为 10° , 方位角为 10° 和俯仰角为 10° , 方位角为 0° 的积分区域图 (如图 1) 及天线俯仰角在 10° 方位角为 0° 时的远场方向图 (如图 2)。结果说明, 该方法为天线罩远场辐射方向图数值仿真中积分域的确定提供了有效的解决办法。

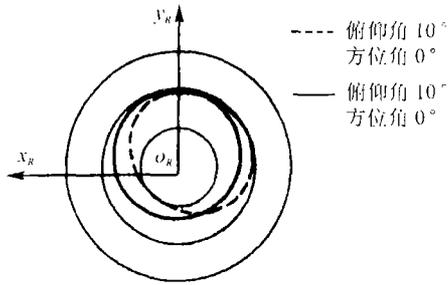


图 1 积分区域

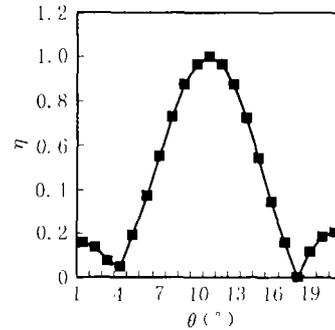


图 2 远场方向图

参 考 文 献

- [1] 杜耀维, 天线罩电信设计方法, 北京, 国防工业出版社, 1993, 第八章.
 [2] 张谟杰, 超音速导弹天线罩及其设计, 制导与引信, 2000, 21(1), 1-6.

THE DETERMINATION OF INTEGRAL AREA IN
 NUMERICAL SIMULATION OF
 FAR DIRECTIONAL PATTERN OF MISSILE RADOME

Rong Hua** Wang Xiaoming* Guo Dongming* Xuan Zhaocheng* Wang Wei***

*(School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

** (Dalian Navy Academy, Dalian 116018, China)

*** (The 25th Institute of the 2nd Academy, Space Industry Company, Beijing 100854, China)

Abstract Missile radome is a device for protecting the antenna system from influence of outside airflow when missile is flying with high speed. But the radome itself will produce some inverse effect on the property of antenna indeed, and the far directional pattern of radome could be used to assess the affect of the property by means of a numerical method. Based on the "plane wave spectrum surface integration" method, the electric property of the radome is analyzed and the method how to determine the integral area for numerical calculation of the pattern is presented in the paper.

Key words Radome, Spline function, Plane wave spectrum, Integral area

- 戎 华: 女, 1963 年生, 博士生, 主要研究方向为计算机辅助设计.
 王晓明: 男, 1965 年生, 博士后, 副教授, 主要研究方向为特种加工, 几何量精密测量, 加工过程的计算机控制技术.
 郭东明: 男, 1959 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为特种加工, 几何量精密测量, 加工过程的计算机控制技术. 主持完成多项国家及省部级科研课题, 发表论文 40 余篇.
 宣兆成: 男, 1966 年生, 博士后, 主要研究方向为计算机辅助设计.
 王伟: 男, 1960 年生, 硕士, 主要研究方向为微波天线.