

# 任意电压源输入下开关电容网络 分析的回路电荷法\*

吴正国

(海军工程学院, 武汉)

**摘要** 本文提出了一种适用于开关电容网络精确分析的回路电荷法。该网络包含电容、独立电压源, 开关和零极子 (nullors)。该方法适用于任意  $K$  相开关状态, 能处理任意的连续时间和离散时间输入。用回路电荷法, 还导出了用输入电压表示电容电压的精确表达式。

**关键词** 开关电容网络; 回路电荷法; CAA

## 一、引言

对于开关电容网络 (SCN) 的机辅分析, 目前已提出多种通用算法<sup>[1-3]</sup>。这些标法大都以节点电压或节点电荷作为基本网络变量。这样做, 虽然适应了求解输出电压的需要, 但由于 SCN 中存在大量的电压源支路, 不可避免地要增加一些支路电荷作为附加的网络变量, 从而使网络方程的阶数大大增加。1982年, L. T. Bruton<sup>[6]</sup>等人提出的回路电荷法为解决这一问题提供了良好的途径。回路法从本质上来讲是一种能适应大量电压源支路的网络分析法。但文献[6]只给出了时域离散电压源激励下的回路电荷方程, 并没有给出用输入激励直接表示输出电压的显式表达式<sup>[7]</sup>。本文的目的就在于将回路电荷法推广应用到任意电压源激励下的 SCN 分析; 并给出用输入激励直接表示电容电压的显式表达式; 还通过实例指出文献[6]所给出的回路方程对开关相位数的局限性, 给出了正确的、适用于多相开关状态的回路电荷方程。

## 二、基本定义和关系式

本文讨论线性 SCN, 它包含理想开关、电容、独立电压源(时域连续或时域离散)、零极子。由于具有无限增益的四种受控源, 以及具有有限增益的 VCVS 和 QCQS 皆能用零极子和电容来模拟, 所以, 本文的分析方法还适用于包含上述受控源的线性 SCN。

SCN 中至少一个开关呈现新状态的瞬间称之为 SCN 的开关瞬间, 并记为  $t_n$ 。对于时域离散或分段恒定的电压源, 皆假定其电压变化皆在开关瞬间。两个顺序开关瞬间之间

\* 1986年1月15日收到, 1987年9月3日修改定稿。

的时域区间称之子区间, 记为  $I_n \triangleq [t_n, t_{n+1})$ 。对于具有  $K$  个开关状态的周期性 SCN, 令其周期为  $T_s$ 。周期内各子区间的时间起点分别记为  $\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_{K-1}$  (显然  $\tau_0 \triangleq 0$ )。用  $I_{m,k} \triangleq [mT_s + \tau_k, mT_s + \tau_{k+1})$  表示第  $m$  周期内第  $k$  号子区间 ( $k = 0, 1, \dots, K-1$ )。对于所有整数  $m$ , 集合  $\{I_{m,k}\}$  称为周期性 SCN 的第  $k$  号相位。记第  $k$  相位内的电路为  $N_k$ 。

**定义 1 ( $\hat{N}$ )** 无开关网络  $\hat{N}$  是指用短路支路代替开关电容网络  $N$  中所有零子 (nullator)、极子 (norator)、开关支路后得到的网络。

任选  $\hat{N}$  中一组独立回路。假定  $\hat{N}$  中电容支路数为  $d$ , 独立回路数为  $l$ , 记回路——电容支路关联矩阵为  $\mathbf{B}$  ( $l \times d$  维)。

令  $\mathbf{e}_L(t)$ ,  $\mathbf{i}_L(t)$ ,  $\mathbf{v}_c(t)$ ,  $\mathbf{i}_c(t)$  分别表示回路独立电压源矢量、回路电流矢量、电容支路电压矢量、电容支路电流矢量。对于  $\hat{N}$  显然有:

$$\mathbf{B}\mathbf{v}_c(t) = \mathbf{e}_L(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{i}_c(t) = \mathbf{B}^T \mathbf{i}_L(t) \quad (2)$$

式中上标“ $T$ ”表示转置。

**定义 2 ( $\mathbf{q}_c(t)$ ,  $\Delta \mathbf{q}_c(t)$ )** 电容支路电荷矢量定义为:

$$\mathbf{q}_c(t) \triangleq \int_{-\infty}^t \mathbf{i}_c(\tau) d\tau \quad (3)$$

第  $n$  个子区间内的电容电荷增量矢量

$$\Delta \mathbf{q}_c(t) \triangleq \int_{t_n}^t \mathbf{i}_c(\tau) d\tau, \quad t \in I_n \quad (4)$$

**定义 3 ( $\Delta \mathbf{q}_L(t)$ )** 第  $n$  个子区间内的回路电荷增量矢量

$$\Delta \mathbf{q}_L(t) \triangleq \int_{t_n}^t \mathbf{i}_L(\tau) d\tau, \quad t \in I_n \quad (5)$$

**定义 4 (恒定分量和配合分量)** 对于只在开关瞬间发生跃变的分段连续函数  $f(t)$ , 将其分解为在每个子区间内皆保持恒定的恒定分量  $f(n)$  与一个配合分量  $\hat{f}_n(t)$  之代数和。它们的定义分别为:

$$f(n) \triangleq f(t_{n+1}^-)$$

$$\hat{f}_n(t) \triangleq f(n) - f(t), \quad t \in I_n$$

$f(t)$ ,  $f(n)$ ,  $\hat{f}_n(t)$  之间的关系如图 1 所示。显然有:

$$\hat{f}_n(t_{n+1}^-) \triangleq 0 \quad (6)$$

按定义 2, 3, 4 和 (2) 式, 显然有:

$$\Delta \mathbf{q}_c(n) = \mathbf{B}^T \Delta \mathbf{q}_L(n) \quad (7)$$

$$\Delta \hat{\mathbf{q}}_{cn}(t) = \mathbf{B}^T \Delta \hat{\mathbf{q}}_{Ln}(t), \quad t \in I_n \quad (8)$$

按定义 2, 4, 第  $n$  个子区间内的电容电荷矢量可表示为

$$\mathbf{q}_c(t) = \sum_{i=0}^n \Delta \mathbf{q}_c(n-i) - \Delta \hat{\mathbf{q}}_{cn}(t), \quad t \in I_n \quad (9)$$

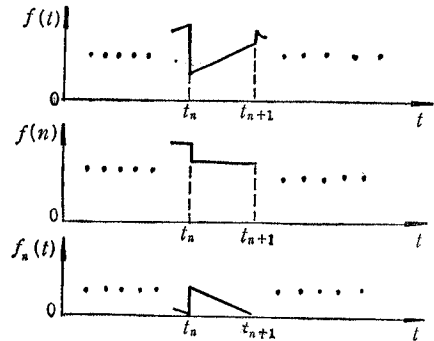


图 1

若定义倒电容矩阵  $\mathbf{D}_c \triangleq \text{diag}(1/C_1, 1/C_2, \dots, 1/C_d)$ , 则第  $n$  子区间内的电容支路方程为:

$$\mathbf{v}_c(t) = \mathbf{D}_c \sum_{i=0}^{\infty} \Delta \mathbf{q}_c(n-i) - \mathbf{D}_c \Delta \hat{\mathbf{q}}_{cn}(t), \quad t \in I_n \quad (10)$$

或为

$$\mathbf{v}_c(t) = \mathbf{D}_c \Delta \mathbf{q}_c(t) + \mathbf{v}_c(n-1), \quad t \in I_n \quad (11)$$

按定义4和(7),(8)式,由(11)式又得到

$$\mathbf{v}_c(n) = \mathbf{D}_c \mathbf{B}^T \Delta \mathbf{q}_L(n) + \mathbf{v}_c(n-1) \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_{cn}(t) = \mathbf{D}_c \mathbf{B}^T \Delta \hat{\mathbf{q}}_{Ln}(t), \quad t \in I_n \quad (13)$$

### 三、回路电荷方程的建立

无开关网络  $\hat{\mathbf{N}}$  是本方法研究的出发点。从  $\hat{\mathbf{N}}$  转化到  $N_k$  只需用零子、极子以及在  $k$  相位内呈开状态的开开关支路代替相应的短路线支路即可。在时域离散电压源输入的情况下,文献[1]已证明,这种代替所强加给  $\hat{\mathbf{N}}$  的回路方程的约束,可以用变换矩阵描述为:

$$\mathbf{U}^T(k) \mathbf{U}_c \mathbf{B} \mathbf{v}_c(n) = \mathbf{U}^T(k) \mathbf{U}_c \mathbf{e}_L(n) \quad (14)$$

$$\Delta \mathbf{q}_c(n) = \mathbf{B}^T \mathbf{U}_c \mathbf{U}(k) \Delta \mathbf{q}_L(n) \quad (15)$$

由于零子、极子和开开关支路的性质,我们可以把这种支路的替理解释为电路拓扑结构的变化,因而对  $\hat{\mathbf{N}}$  的回路方程的约束仅是一种拓扑结构的约束,而与输入激励的性质无关,因此在时域连续电压源输入的情况下,对于线性 SCN 我们可以类似地得到

$$\mathbf{U}^T(k) \mathbf{U}_c \mathbf{B} \mathbf{v}_c(t) = \mathbf{U}^T(k) \mathbf{U}_c \mathbf{e}_L(t), \quad t \in \{I_{m,k}\} \quad (16)$$

和

$$\Delta \mathbf{q}_c(t) = \mathbf{B}^T \mathbf{U}_c \mathbf{U}(k) \Delta \mathbf{q}_L(t), \quad t \in \{I_{m,k}\} \quad (17)$$

$$\Delta \hat{\mathbf{q}}_{cn}(t) = \mathbf{B}^T \mathbf{U}_c \mathbf{U}(k) \Delta \hat{\mathbf{q}}_{Ln}(t), \quad t \in \{I_{m,k}\} \quad (18)$$

上述  $\mathbf{U}^T/\mathbf{U}_c/\mathbf{U}(k)$  为文献[1]所定义的,分别对应于引入极子/零子/开开关支路的变换矩阵。 $\mathbf{U}^T, \mathbf{U}_c$  为常量矩阵,而  $\mathbf{U}(mK+k) = \mathbf{U}(k)$ , 用模  $K$  的余数折算符号可记为  $\mathbf{U}((n))_K = \mathbf{U}(k), (k=0,1,\dots,K-1)$ 。

将(15),(18)式分别代入(10)式,其结果再代入(16)式,可得

$$\mathbf{U}^T(k) \mathbf{U}_c \mathbf{e}_L(t) = \mathbf{U}^T(k) \mathbf{U}_c \mathbf{B} \mathbf{D}_c \mathbf{B}^T \mathbf{U}_c \left[ \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{U}((k-i))_K \Delta \mathbf{q}_L(n-i) - \mathbf{U}(k) \Delta \hat{\mathbf{q}}_{Ln}(t) \right], \quad t \in \{I_{m,k}\} \quad (19)$$

令

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_A &\triangleq \mathbf{U}_c \mathbf{B} \mathbf{D}_c \mathbf{B}^T \mathbf{U}_c \\ i &= j + rK; \quad j = 0, 1, \dots, K-1 \\ \mathbf{e}_L^{(k)}(t) &= \begin{cases} \mathbf{U}^T(k) \mathbf{U}_c \mathbf{e}_L(t), & t \in \{I_{m,k}\} \\ \mathbf{0}, & t \notin \{I_{m,k}\} \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

则得

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_L^{(k)}(t) = & \mathbf{U}^T(k) \mathbf{D}_A \sum_{j=0}^{K-1} \sum_{r=0}^{\infty} \mathbf{U}((k-j))_K \Delta \mathbf{q}_L(n-j-rK) \\ & - \mathbf{U}^T(k) \mathbf{D}_A \mathbf{U}(k) \Delta \hat{\mathbf{q}}_{L_n}(t), \quad t \in \{I_{m,k}\} \end{aligned} \quad (21)$$

(21) 式即为第  $k$  号相位内的回路电荷方程。若按定义 4 分解  $\mathbf{e}_L^{(k)}(t)$ , 并引用(6)式, 则(21)式可以等效为:

$$\mathbf{e}_L^{(k)}(n) = \begin{cases} \mathbf{U}^T(k) \mathbf{D}_A \sum_{j=0}^{K-1} \sum_{r=0}^{\infty} \mathbf{U}((k-j))_K \Delta \mathbf{q}_L(n-j-rK), & n = k+mK \\ \mathbf{0}, & n \neq k+mK \end{cases} \quad (22)$$

和

$$\hat{\mathbf{e}}_{L_n}(t) = \mathbf{U}^T(k) \mathbf{D}_A \mathbf{U}(k) \Delta \hat{\mathbf{q}}_{L_n}(t), \quad t \in \{I_{m,k}\} \quad (23)$$

(22)式描述了电路响应中的记忆分量,(23)式描述了电路响应中的无记忆分量。

#### 四、回路方程的求解

(22)式的求解用  $Z$  变换的方法进行。令

$$\Delta \mathbf{q}_L^{(k)}(n) \triangleq \begin{cases} \Delta \mathbf{q}_L(n), & n = k+mK \\ \mathbf{0}, & n \neq k+mK \end{cases}$$

$\mathbf{e}_L^{(k)}(n)$  和  $\Delta \mathbf{q}_L^{(k)}(n)$  以  $n$  为变量的  $Z$  变换分别为  $\mathbf{E}_L^{(k)}(Z)$  和  $\Delta \mathbf{Q}_L^{(k)}(Z)$ , 即

$$\mathbf{E}_L^{(k)}(Z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{e}_L^{(k)}(n) Z^{-n} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathbf{e}_L^{(k)}(k+mK) Z^{-(k+mK)} \quad (24)$$

$$\Delta \mathbf{Q}_L^{(k)}(Z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta \mathbf{q}_L^{(k)}(n) Z^{-n} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Delta \mathbf{q}_L(k+mK) Z^{-(k+mK)} \quad (25)$$

将(22)式代入(24),并引用(25)式,则得

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_L^{(k)}(Z) = & (1 - Z^{-K})^{-1} \mathbf{U}^T(k) \mathbf{D}_A \left[ \sum_{s=0}^k \mathbf{U}(s) \Delta \mathbf{Q}_L^{(s)}(Z) Z^{-(k-s)} \right. \\ & \left. + \sum_{s=k+1}^{K-1} \mathbf{U}(s) \Delta \mathbf{Q}_L^{(s)}(Z) Z^{-(K+k-s)} \right] \end{aligned}$$

式中

$$s \triangleq \begin{cases} k-j, & k \geq j \\ K+k-j, & k < j \end{cases}$$

若考虑到所有  $K$  个相位,则有

$$(1 - Z^{-K}) \mathbf{E}_{LK}(Z) = \mathbf{D} \Delta \mathbf{Q}_{LK}(Z) \quad (26)$$

式中

$$\mathbf{E}_{LK}(Z) = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_L^{(0)}(Z) \\ \mathbf{E}_L^{(1)}(Z) \\ \vdots \\ \mathbf{E}_L^{(K-1)}(Z) \end{bmatrix}, \quad \Delta \mathbf{Q}_{LK}(Z) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{Q}_L^{(0)}(Z) \\ \Delta \mathbf{Q}_L^{(1)}(Z) \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{Q}_L^{(K-1)}(Z) \end{bmatrix}$$

$D$  为  $Kl \times Kl$  维矩阵,其各子块定义为:

$$D_{ks} = \begin{cases} U^T(k)D_A U(S)Z^{-(k-s)}, & k \geq s \\ U^T(k)D_A U(S)Z^{-(K+k-s)}, & k < s \end{cases} \quad (27)$$

令  $E_{LR}(Z)$ ,  $\Delta Q_{LR}(Z)$ ,  $D_R$  分别为在 (26) 式中划去冗余方程和变量后得到的相应的矢量和系数矩阵,则可得如下方程

$$(1 - Z^{-K})E_{LR}(Z) = D_R \Delta Q_{LR}(Z) \quad (28)$$

因为  $D_R$  为非奇异矩阵,所以可得

$$\Delta Q_{LR}(Z) = (1 - Z^{-K})D_R^{-1}E_{LR}(Z) \quad (29)$$

式中

$$E_{LR}(Z) = \begin{bmatrix} E_{LR}^{(0)}(Z) \\ E_{LR}^{(1)}(Z) \\ \vdots \\ E_{LR}^{(K-1)}(Z) \end{bmatrix}, \quad \Delta Q_{LR}(Z) = \begin{bmatrix} \Delta Q_{LR}^{(0)}(Z) \\ \Delta Q_{LR}^{(1)}(Z) \\ \vdots \\ \Delta Q_{LR}^{(K-1)}(Z) \end{bmatrix}$$

由第  $k$  相位的电路对回路电荷变量的约束条件,不难由  $\Delta Q_{LR}^{(k)}(Z)$  恢复出  $\Delta Q_{LK}^{(k)}(Z)$ , 即由  $\Delta Q_{LR}(Z)$  恢复出  $\Delta Q_{LK}(Z)$ . 其恢复过程可用矩阵  $C$  来描述,即

$$\Delta Q_{LK}(Z) = (1 - Z^{-K})CE_{LR}(Z) \quad (30)$$

$C$  的第  $ks$  号子块  $C_{ks}$  可以由  $D_R^{-1}$  的  $ks$  号子块  $D_{ksR}^{-1}$  转化而来. 其转化法则是,当在第  $k$  相位内需用极子或开开关支路代替  $\hat{N}$  中的第  $x$  条短路支路时. (1)若  $x$  支路为  $\hat{N}$  中第  $a, b$  回路的公共支路,并  $a, b$  两回路方向在  $x$  支路上反向(同向),则在第  $k$  相位内必有回路电荷变量约束条件  $\Delta q_{La}(t) = \Delta q_{Lb}(t)$  ( $\Delta q_{La}(t) = -\Delta q_{Lb}(t)$ ). 那么在  $C_{ks}$  的第  $a$  行中写入  $D_{ksR}^{-1}$  的第  $a$  行,在  $C_{ks}$  的第  $b$  行中写入  $D_{ksR}^{-1}$  的第  $a$  行(乘以  $(-1)$  后的第  $a$  行); (2)若  $x$  支路为  $\hat{N}$  中第  $c$  回路的独有支路,则在第  $k$  相位内必有回路电荷变量约束条件  $\Delta q_{Lc}(t) = 0$ , 那么在  $C_{ks}$  的第  $c$  行中写入零行; (3)按法则(1),(2)考虑第  $k$  相位内的所有的这种支路替代后,在  $C_{ks}$  的剩余各行中写入  $D_{ksR}^{-1}$  中的剩余的对应各行.

为导出电容电压表达式,考虑(12)式,可写出如下  $K$  个方程:

$$\begin{aligned} v_c(k+mK) &= D_c B^T \Delta q_L(k+mK) + v_c(k-1+mK) \\ v_c(k-1+mK) &= D_c B^T \Delta q_L(k-1+mK) + v_c(k-2+mK) \\ &\vdots \\ v_c(mK) &= D_c B^T \Delta q_L(mK) + v_c(K-1+(m-1)K) \\ &\vdots \\ v_c(k+1+(m-1)K) &= D_c B^T \Delta q_L(k+1+(m-1)K) \\ &\quad + v_c(k+(m-1)K) \end{aligned}$$

对上述  $K$  个方程进行连续回代,则得

$$v_c(k+mK) = D_c B^T \left[ \sum_{j=0}^k \Delta q_L(j+mK) + \sum_{j=k+1}^{K-1} \Delta q_L(j+(m-1)K) \right] + v_c(k+(m-1)K) \quad (31)$$

令

$$\mathbf{v}_c^{(k)}(n) \triangleq \begin{cases} \mathbf{v}_c(k + mK), & n = k + mK \\ \mathbf{0}, & n \neq k + mK \end{cases}$$

$$\mathbf{V}_c^{(k)}(Z) \triangleq \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{v}_c^{(k)}(n) Z^{-n} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathbf{v}_c(k + mK) Z^{-(k+mK)} \quad (32)$$

将(31)式代入(32)式, 则得

$$(1 - Z^{-K}) \mathbf{V}_c^{(k)}(Z) = \mathbf{D}_c \mathbf{B}^T \left[ \sum_{j=0}^k \Delta \mathbf{Q}_L^{(j)}(Z) Z^{-(k-j)} + \sum_{j=k+1}^{K-1} \Delta \mathbf{Q}_L^{(j)}(Z) Z^{-(K+k-j)} \right] \quad (33)$$

令

$$\mathbf{M}^{(k)} \triangleq [\mathbf{M}_0^{(k)} | \mathbf{M}_1^{(k)} | \dots | \mathbf{M}_{K-1}^{(k)}]$$

其中

$$\mathbf{M}_j^{(k)} \triangleq \begin{cases} Z^{-(k-j)} \mathbf{U}, & k \geq j \\ Z^{-(K+k-j)} \mathbf{U}, & k < j \end{cases}$$

式中  $j = 0, 1, \dots, K-1$ ;  $\mathbf{U}$  为  $l \times l$  阶单位阵. (33)式可记为

$$(1 - Z^{-K}) \mathbf{V}_c^{(k)}(Z) = \mathbf{D}_c \mathbf{B}^T \mathbf{M}^{(k)} \Delta \mathbf{Q}_{LK}(Z) \quad (34)$$

将(30)式代入上式, 则有

$$\mathbf{V}_c^{(k)}(Z) = \mathbf{D}_c \mathbf{B}^T \mathbf{M}^{(k)} \mathbf{C} \mathbf{E}_{LR}(Z) \quad (35)$$

若令

$$\mathbf{H}^{(k)}(Z) \triangleq \mathbf{D}_c \mathbf{B}^T \mathbf{M}^{(k)} \mathbf{C} \quad (36)$$

则有

$$\mathbf{V}_c^{(k)}(Z) = \mathbf{H}^{(k)}(Z) \mathbf{E}_{LR}(Z) \quad (37)$$

式中  $\mathbf{H}^{(k)}(Z)$  即为 SCN 在  $Z$  域的电压传输矩阵. 若将它分块为

$$\mathbf{H}^{(k)}(Z) = [\mathbf{H}_0^{(k)}(Z) | \dots | \mathbf{H}_{K-1}^{(k)}(Z)]$$

则  $\mathbf{H}_i^{(k)}(Z)$  描述了第  $i$  相位的输入对第  $k$  相位电容电压的贡献.

当需要在所有相位观察电容电压时, 由  $\mathbf{v}_c^{(k)}(n)$  的定义式可知

$$\mathbf{v}_c(n) = \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{v}_c^{(k)}(n)$$

所以有

$$\mathbf{V}_c(Z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{v}_c(n) Z^{-n} = \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{V}_c^{(k)}(Z) \quad (38)$$

(23)式是标准的线性方程组. 令  $\hat{\mathbf{e}}_{LnR}^{(k)}(t)$ ,  $\Delta \hat{\mathbf{q}}_{LnR}(t)$ ,  $\mathbf{D}_{kR}$  分别为在(23)式划去冗余方程和变量后得到的相应变量和系数矩阵. 则可得

$$\Delta \hat{\mathbf{q}}_{LnR}(t) = \mathbf{D}_{kR}^{-1} \hat{\mathbf{e}}_{LnR}^{(k)}(t), \quad t \in \{I_{m,k}\} \quad (39)$$

由第  $k$  相位电路对回路电荷变量的约束条件, 可以由  $\Delta \hat{\mathbf{q}}_{LnR}(t)$  恢复出  $\Delta \hat{\mathbf{q}}_{Ln}(t)$ . 与(30)式类似, 其恢复过程可以用矩阵  $\mathbf{C}'_{kR}$  描述, 即

$$\Delta \hat{\mathbf{q}}_{Ln}(t) = \mathbf{C}'_{kR} \hat{\mathbf{e}}_{LnR}^{(k)}(t), \quad t \in \{I_{m,k}\}$$

$C'_{kk}$  由  $D_{kkR}^{-1}$  转化而来, 转化法则同  $D_{kSR}^{-1}$  向  $C_{kS}$  的转化法则。(注意: 这里的  $C'_{kk}$ ,  $D_{kkR}^{-1}$  并不是  $C$ ,  $D_R^{-1}$  的  $kk$  号子块, 而  $D_{kkR}$  是  $D_R$  的  $kk$  号子块。)

将上式代入(13)式, 并令  $D_B \triangleq D_c B^T C'_{kk}$ , 则可得

$$\hat{v}_{cn}(t) = D_B \hat{\epsilon}_{LR}^{(k)}(t), \quad t \in \{I_{m,k}\} \quad (40)$$

用  $\mathcal{Z}^{-1}[V_c^{(k)}(Z)]$  表示  $V_c^{(k)}(Z)$  的逆  $Z$  变换, 由式(37), (40)和定义 4 可得

$$v_c(t) = \mathcal{Z}^{-1}[H^{(k)}(Z)E_{LR}(Z)] - D_B \hat{\epsilon}_{LR}^{(k)}(t), \quad t \in \{I_{m,k}\} \quad (41)$$

文献[9]已证明, 矩阵  $D_R$  可以根据各相位电路对方程的约束条件, 通过矩阵的行列运算, 由矩阵  $BD_c B^T$  直接得到。显然, 这种方法对本文也是适用的。但值得注意的是:

(1)本文提出的方法适用于  $\hat{N}$  中任意独立回路组, 而文献[9]的方法仅局限于网孔。因此, 在进行行列运算时, 应按本文提出的  $D_{kSR}^{-1}$  向  $C_{kS}$  转化的法则, 类似地考虑回路方向的影响。(2)本文给出的  $D$  的各子块  $D_{kS}$  的定义与文献[1], [9]是不同的。因此应将行列运算的结果按本文(2)式的要求乘以相应的  $(Z^{-1})$  的幂, 才得到正确的  $D_{kSR}$

### 五、示 例

**例** 考虑具有 3 个相位的周期性 SCN 如图 2(a) 所示。各开关上的标号 ( $i$ ) 表示该开关在第  $i$  号相位内闭合。 $e(n)$  为时域离散电压源输入, 输出为  $C_2$  上的电压。为简化计, 令  $1/C_1 = 1/C_2 = D_0$ 。

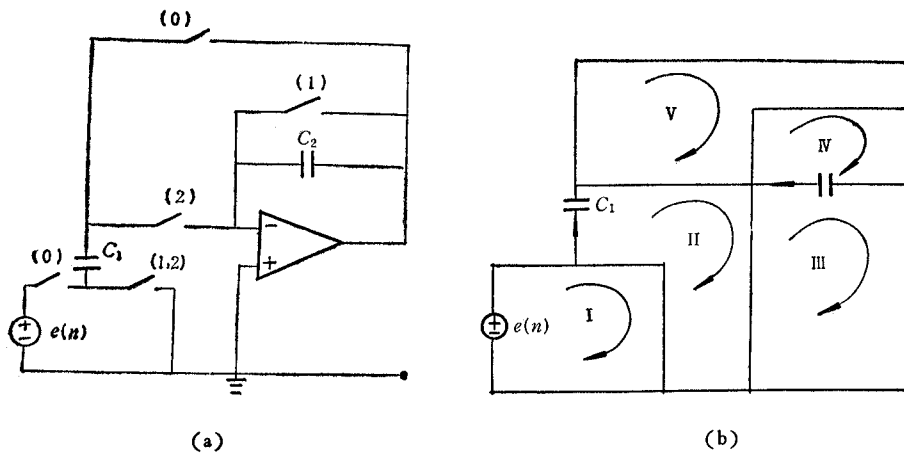


图 2

**解** 画出该电路相应的无开关电路, 如图 2(b) 所示, 按图中所标定的回路及其方向, 可得:

$$BD_c B^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_0 & -D_0 & 0 \\ 0 & 0 & -D_0 & D_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

考虑各相位内拓扑位置,可以得到各相位内的回路电荷变量约束:

$$\begin{aligned} 0 \text{ 号相位} \quad & \Delta q_{L1} = \Delta q_{L2} = \Delta q_{L3} = \Delta q_{L4} = \Delta q_{L5} \\ 1 \text{ 号相位} \quad & \Delta q_{L1} = \Delta q_{L2} = \Delta q_{L3} = \Delta q_{L5} = 0 \\ 2 \text{ 号相位} \quad & \Delta q_{L1} = \Delta q_{L4} = \Delta q_{L5} = 0, \Delta q_{L2} = \Delta q_{L3} \end{aligned}$$

按文献[9]的行列运算法则可得

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_R &= D_0 \begin{bmatrix} 1 & Z^{-2} & 0 \\ 0 & 1 & -Z^{-2} \\ Z^{-2} & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}_R^{-1} = \frac{1}{D_0(1-Z^{-6})} \begin{bmatrix} 1 & -Z^{-2} & -Z^{-4} \\ -Z^{-4} & 1 & Z^{-2} \\ -Z^{-2} & Z^{-4} & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \frac{1}{D_0(1-Z^{-6})} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -Z^{-2} & -Z^{-2} & -Z^{-2} & -Z^{-2} & -Z^{-2} \\ -Z^{-4} & -Z^{-4} & -Z^{-4} & -Z^{-4} & -Z^{-4} \\ 0 & 0 & 0 & -Z^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z^{-2} & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \hline \\ \\ \\ 0 & -Z^{-2} & -Z^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & Z^{-4} & Z^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}^T \end{aligned}$$

按定义

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^{(0)} &= [\mathbf{U} | Z^{-2}\mathbf{U} | Z^{-1}\mathbf{U}]; \quad \mathbf{M}^{(1)} = [Z^{-1}\mathbf{U} | \mathbf{U} | Z^{-2}\mathbf{U}] \\ \mathbf{M}^{(2)} &= [Z^{-2}\mathbf{U} | Z^{-1}\mathbf{U} | \mathbf{U}] \end{aligned}$$

所以可得,

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{(0)}(Z) &= \frac{1}{1+Z^{-3}} \begin{bmatrix} 1 & -Z^{-2} & Z^{-1} \\ Z^{-3} & Z^{-2} & -Z^{-1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{H}^{(1)}(Z) &= \frac{1}{1+Z^{-3}} \begin{bmatrix} Z^{-1} & -Z^{-3} & Z^{-2} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{H}^{(2)}(Z) &= \frac{1}{1+Z^{-3}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ Z^{-2} & Z^{-1} & Z^{-3} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

令  $T$  为以  $v_{e_s}(n)$  为输出的电压传输函数,则有

$$\begin{aligned} T^{(0)} &= \frac{Z^{-3}}{1+Z^{-3}}; \quad T^{(1)} = \frac{0}{1+Z^{-3}}; \quad T^{(2)} = \frac{Z^{-2}}{1+Z^{-3}} \\ T &= \sum_{j=0}^2 T^{(j)} = \frac{Z^{-2}}{Z^{-2} - Z^{-2} + 1} \end{aligned}$$

此结果与文献[8]所给出的结果完全一致。但文献[8]需对  $5 \times 5$  阶矩阵求逆,而本文提出的方法仅对  $3 \times 3$  阶矩阵求逆一次即可求出各相位输入对各相位输出的各电压传输函数。本例还说明本文提出的公式是适用于含  $K$  个相位的正确公式。在本文所给出的(27)式中,令  $K=2$ ,则可得文献[1,9]给出的相应公式

$$\mathbf{D}_{ks} = \begin{cases} \mathbf{U}^T(k) \mathbf{D}_A \mathbf{U}(s), & k = s \\ Z^{-1} \mathbf{U}^T(k) \mathbf{D}_A \mathbf{U}(k-s), & k \neq s \end{cases}$$



## 六、结 论

本文导出了在任意电压源激励下的 SCN 的回路电荷方程,从而使回路法成为 SCN 机辅分析的一般方法。与文献 [1],[9] 相比,本文给出了用输入激励表示电容电压的显式表达式(37)和(41),从而可以不经过求解回路电流而直接求电容电压和电压传输函数。本文的方法还保持了回路法的优点,在电压源输入的情况下,能将求逆矩阵的维数大大减少。

本文承蒙张盖凡教授仔细审阅并提出宝贵意见,特此致谢。

## 参 考 文 献

- [ 1 ] C. F. Kurth, G. S. Moschytz, *IEEE Trans. on CAS*, **CAS-26**(1979), 93—104.
- [ 2 ] Y. P. Tsividis, *IEEE Trans. on CAS*, **CAS-26**(1979), 935—946.
- [ 3 ] M. L. Liou, Y. L. Kuo, *IEEE Trans. on CAS*, **CAS-26**(1979), 213—223.
- [ 4 ] J. Vandewalle, H. J. De Man, J. Rabaey, *IEEE Trans. on CAS*, **CAS-28**(1981), 186—195.
- [ 5 ] S. C. Fang, Y. P. Tsividis, O. Wing, *IEEE Trans. on CAS*, **CAS-31**(1984), 968.
- [ 6 ] L. T. Bruton, G. R. Bailey, G. Battacharjee, Loop Equation Formulation for Switched Capacitor Networks Containing Nullors, in 1982 IEEE Int. Symp. on CAS (Rome), pp. 29—32.
- [ 7 ] M. L. Liou, Y. L. Kuo, C. F. Lee, *Proc. IEEE*, **71**(1983), 907—1005.
- [ 8 ] E. Hokenek, G. S. Moschytz, *Proc. IEE*, Pt. G. **127**(1980), 226—241.
- [ 9 ] L. T. Bruton, G. R. Bailey, G. Battacharjee, *Int. J. Circuit Theory Appl.*, **11**(1983), 57—72.

# A LOOP CHARGE APPROACH FOR THE ANALYSIS OF SWITCHED-CAPACITOR NETWORKS WITH ARBITRARY VOLTAGE SOURCE INPUTS

Wu Chengguo

(Naval Academy of Engineering, Wuhan)

**ABSTRACT** A loop charge approach is presented for the exact analysis of switched-capacitor networks containing capacitors, independent voltage sources, switches and nullors. It allows for arbitrary  $K$ -phase switching situations. And both arbitrary continuous time and discrete time inputs are handled. By means of loop charge approach, exact formulations of capacitor voltages are derived in terms of the input voltages.

**KEY WORDS** Switched-capacitor networks; Loop charge approach; CAA