

微带传输线的特性研究*

吴晓东 林为干
(电子科技大学, 成都)

摘要 本文提出一种计算微带传输线的新方法, 它是从场匹配出发, 通过引入傅里叶变换建立了谱域中 SLE 和 SLM 模的等效电路. 运用普通的传输线理论可导出所需要的特征方程. 与谱域导纳法相比, 这种方法物理意义明确并具有普遍性.

关键词 微带传输线; SLE/SLM 模式; 谱域法

一、引言

一般微带传输线, 如鳍线、共面线等广泛用于毫米波系统. 对一般结构的微带线进行分析, 可为传输线设计提供更大的灵活性. 对这类传输线的分析方法较多, 但常用的是谱域中的加略金法. 它把空间域中求解积分方程转换成谱域中解代数方程, 是一种精度高、分析简单的近似方法. 然而, 利用界面上的边界条件推得各类传输线的特征方程却是很繁琐的. 自从 T. Itoh^[1] 提出了可简化特征方程推导的谱域导纳法以后, 人们采用这种方法分析了多种结构的传输线^[2-4]. 对于导带位于同一平面上的传输线, 已经证明了谱域导纳法与谱域法所得结果一致^[1]. 但是, 坐标变换之后, 为什么 J_u 和 J_v 分别产生 TM 波及 TE 波以及对于一般结构的双面鳍线 (见图 1) 谱域导纳法是否仍然有效的问题并没有

给出明确的说明. 本文提出一种新的方法基于 SLE/SLM 模^[5], 从场匹配出发, 通过引入傅里叶变换建立谱域中 SLE 和 SLM 模的等效电路, 并可得到与谱域导纳法相同的结果.

二、理论分析

本文给出的方法具有普遍性, 可用于多种结构的传输线. 文中以一般形式的双面鳍线为例 (见图 1) 说明这种方法.

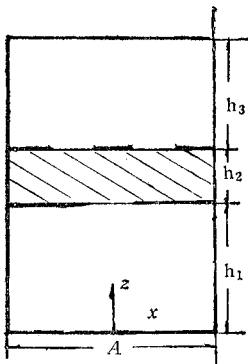


图 1 双面鳍线

众所周知, 鳍线波导中传输的是混合模. 设电磁波沿 y 方向按 $e^{-i\theta y}$ 传播, 关于 z 方向的 E 波和 H 波可用赫兹矢量表示

* 1987 年 4 月 25 日收到, 1988 年 7 月 26 日修改定稿.

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \nabla \nabla \cdot \Pi_e + k^2 \Pi_e - j\omega\mu \nabla \times \Pi_m \\ \mathbf{H} &= j\omega\varepsilon \nabla \times \Pi_e + \nabla \nabla \cdot \Pi_m + k^2 \Pi_m \end{aligned} \quad (1)$$

式中, 赫兹矢量 $\Pi_e = \Pi_e \mathbf{z}_0$, $\Pi_m = \Pi_m \mathbf{z}_0$ 满足波动方程

$$\nabla^2 \begin{Bmatrix} \Pi_e \\ \Pi_m \end{Bmatrix} + k^2 \begin{Bmatrix} \Pi_e \\ \Pi_m \end{Bmatrix} = 0 \quad (2)$$

$k^2 = \omega^2 \mu \varepsilon$, \mathbf{z}_0 为 z 方向上单位矢量.

由(1),(2)式以及边界条件求得 z 方向上的横向场分量^[2]

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}_i^{(i)}(x, y, z) \\ \mathbf{H}_i^{(i)}(x, y, z) \end{array} \right\} &= \sum_{l=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} V_{ln}^{(i)}(z) \mathbf{f}_{ln}^{(i)}(x) \\ I_{ln}^{(i)}(z) \mathbf{g}_{ln}^{(i)}(x) \end{array} \right\} e^{-i\beta y} \\ i &= 1, 2, 3; \quad l = 1, 2 \end{aligned} \quad (3)$$

在区域 1, 2, 3 中的矢量函数 $\mathbf{f}_{ln}^{(i)}(x)$, $\mathbf{g}_{ln}^{(i)}(x)$ 由下式给出:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{f}_{1n}^{(i)} &= -\{ \mathbf{x}_0 \alpha_n \cos(\alpha_n x) - \mathbf{y}_0 j\beta \sin(\alpha_n x) \} \\ \mathbf{f}_{2n}^{(i)} &= \{ \mathbf{x}_0 j\beta \cos(\alpha_n x) - \mathbf{y}_0 \alpha_n \sin(\alpha_n x) \} \\ \mathbf{g}_{ln}^{(i)} &= \mathbf{z}_0 \times \mathbf{f}_{ln}^{(i)} \quad (l = 1, 2) \\ \alpha_n &= \frac{n\pi}{A} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0$ 分别为 x 方向和 y 方向上的单位矢量, 矢量函数 $\mathbf{f}_{ln}^{(i)}(x)$ 和 $\mathbf{g}_{ln}^{(i)}(x)$ 满足

$$x = \pm \frac{A}{2}$$

处的边界条件, $l=1, 2$ 分别对应于 z 方向的 E 波和 H 波, $V_{ln}^{(i)}(z)$ 和 $I_{ln}^{(i)}(z)$ 为待定函数.

将(3)式代入麦克斯韦方程, 整理后可得传输线方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dz} V_{ln}^{(i)}(z) &= -\gamma_i Z_i^{(i)} I_{ln}^{(i)}(z) \\ \frac{d}{dz} I_{ln}^{(i)}(z) &= -\gamma_i Y_i^{(i)} V_{ln}^{(i)}(z) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中,

$$\begin{aligned} Z_1^{(i)} &= \frac{\gamma_i}{j\omega\varepsilon_i}, & Z_2^{(i)} &= \frac{j\omega\mu}{\gamma_i} \\ Y_1^{(i)} &= \frac{j\omega\varepsilon_i}{\gamma_i}, & Y_2^{(i)} &= \frac{\gamma_i}{j\omega\mu} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\gamma_i^2 = \alpha_n^2 + \beta^2 - \omega^2 \mu \varepsilon_i, \quad l = 1, 2, \quad i = 1, 2, 3$$

因此, $V_{ln}^{(i)}(z)$ 可称为模式电压, $I_{ln}^{(i)}(z)$ 可称为模式电流. 根据传输线理论可得:

$$\left. \begin{aligned} \text{E 波的特性导纳} & \quad Y_{TM}^{(i)} = \frac{j\omega\varepsilon_i}{\gamma_i} \\ \text{H 波的特性导纳} & \quad Y_{TE}^{(i)} = \frac{\gamma_i}{j\omega\varepsilon_i} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

定义傅里叶变换

$$\tilde{\phi}(\alpha_n, z) = \int_{-A/2}^{A/2} \phi(x, z) e^{i\alpha_n x} dx, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (8)$$

令 V_{1a} 和 V_{2a} 分别为 $z = h_1$ 时 E 波和 H 波的模式电压, V_{1b} 和 V_{2b} 分别为 $z = h_1 + h_2$ 时

E波和H波的模式电压。考虑到 $z = h_1$ 和 $z = h_1 + h_2$ 时电场切向连续,可得:

$$\left. \begin{aligned} V_{1i} &= -\frac{\alpha_n \tilde{E}_{xi} + \beta \tilde{E}_{yi}}{(\alpha_n^2 + \beta^2)} \cdot \frac{2}{A} \\ V_{2i} &= -\frac{\alpha_n \tilde{E}_{yi} - \beta \tilde{E}_{xi}}{j(\alpha_n^2 + \beta^2)} \cdot \frac{2}{A} \end{aligned} \right\} \quad i = a, b \quad (9)$$

式中, \tilde{E}_{xa} , \tilde{E}_{ya} 和 \tilde{E}_{xb} , \tilde{E}_{yb} 分别为 $z = h_1$ 和 $z = h_1 + h_2$ 平面上电场的傅里叶变换式。

由(5),(9)式以及边界条件可得E波和H波的等效电路如图2,3所示。在每个区域内的模式电压 $V_{in}^{(i)}$ 和模式电流 $I_{in}^{(i)}$ 可由普通的传输线理论求出。由(5)式以及等效电路

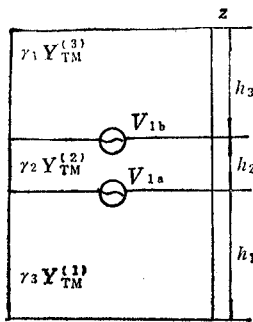


图2 E波等效电路

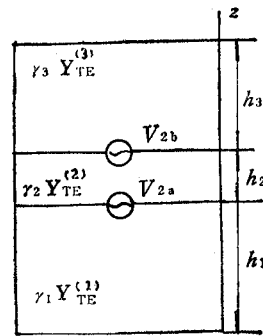


图3 H波等效电路

可求得各区域内的模式电压和模式电流如下:

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ 区} \quad V_{in}^{(1)}(z) &= \frac{\text{sh}\gamma_1 z}{\text{sh}\gamma_1 h_1} V_{1a} \\ I_{in}^{(1)}(z) &= -Y_{\text{TM}(\text{TE})}^{(1)} \frac{\text{ch}\gamma_1 z}{\text{sh}\gamma_1 h_1} V_{1a} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} 2 \text{ 区} \quad V_{in}^{(2)}(z) &= -\frac{\text{sh}\gamma_2(z - h_1 - h_2)}{\text{sh}\gamma_2 h_2} V_{1a} + \frac{\text{sh}\gamma_2(z - h_1)}{\text{sh}\gamma_2 h_2} V_{1b} \\ I_{in}^{(2)}(z) &= Y_{\text{TM}(\text{TE})}^{(2)} \left[\frac{\text{ch}\gamma_2(z - h_1 - h_2)}{\text{sh}\gamma_2 h_2} V_{1a} - \frac{\text{ch}\gamma_2(z - h_1)}{\text{sh}\gamma_2 h_2} V_{1b} \right] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} 3 \text{ 区} \quad V_{in}^{(3)}(z) &= \frac{\text{sh}\gamma_3(h_1 + h_2 + h_3 - z)}{\text{sh}\gamma_3 h_3} V_{1b} \\ I_{in}^{(3)}(z) &= Y_{\text{TM}(\text{TE})}^{(3)} \frac{\text{ch}\gamma_3(h_1 + h_2 + h_3 - z)}{\text{sh}\gamma_3 h_3} V_{1b} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中, $l = 1, 2$ 分别对应于E波和H波。

令:

$$\begin{aligned} I_{1a}^{(i)} &= I_{in}^{(i)}(h_1), \quad i = 1, 2, \quad l = 1, 2 \\ I_{1b}^{(i)} &= I_{in}^{(i)}(h_1 + h_2), \quad i = 2, 3, \quad l = 1, 2 \end{aligned}$$

由 $z = h_1$ 和 $z = h_1 + h_2$ 平面磁场的边界条件可得

$$\left. \begin{aligned}
 (I_{1a}^{(2)} - I_{1a}^{(1)}) \left(-\frac{A}{2} \right) \alpha_n + (I_{2a}^{(2)} - I_{2a}^{(1)}) \frac{A}{2} j\beta &= \tilde{J}_{xa} \\
 (I_{1a}^{(2)} - I_{1a}^{(1)}) \left(-\frac{A}{2} \right) \beta + (I_{2a}^{(2)} - I_{2a}^{(1)}) \left(-\frac{A}{2} \right) j\alpha_n &= \tilde{J}_{ya} \\
 (I_{1b}^{(3)} - I_{1b}^{(2)}) \left(-\frac{A}{2} \right) \alpha_n + (I_{2b}^{(3)} - I_{2b}^{(2)}) \frac{A}{2} j\beta &= \tilde{J}_{xb} \\
 (I_{1b}^{(3)} - I_{1b}^{(2)}) \left(-\frac{A}{2} \right) \beta + (I_{2b}^{(3)} - I_{2b}^{(2)}) \left(-\frac{A}{2} \right) j\alpha_n &= \tilde{J}_{yb}
 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中, \tilde{J}_{xa} , \tilde{J}_{ya} 和 \tilde{J}_{xb} , \tilde{J}_{yb} 分别为 $z = h_1$ 和 $z = h_1 + h_2$ 平面上电流的傅里叶变换式。

由(10)–(12)式可得

$$\left. \begin{aligned}
 I_{1a}^{(1)} &= -Y_3^{c(h)} V_{1b} \\
 I_{1a}^{(2)} &= Y_{2L}^{c(h)} V_{1a} + Y_{21}^{c(h)} V_{1b} \\
 I_{1b}^{(2)} &= -Y_{12}^{c(h)} V_{1a} - Y_{2R}^{c(h)} V_{1b} \\
 I_{1b}^{(3)} &= Y_1^{c(h)} V_{1b} \\
 l &= 1, 2
 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned}
 Y_1^c &= Y_{TM}^{(3)} \text{cth} \gamma_3 h_3, & Y_1^h &= Y_{TE}^{(3)} \text{cth} \gamma_3 h_3 \\
 Y_3^c &= Y_{TM}^{(1)} \text{cth} \gamma_1 h_1, & Y_3^h &= Y_{TE}^{(1)} \text{cth} \gamma_1 h_1 \\
 Y_{2R}^c &= Y_{2L}^c = Y_{TM}^{(2)} \text{cth} \gamma_2 h_2, & Y_{2R}^h &= Y_{2L}^h = Y_{TE}^{(2)} \text{cth} \gamma_2 h_2 \\
 Y_{12}^c &= Y_{21}^c = -Y_{TM}^{(2)} / \text{sh} \gamma_2 h_2, & Y_{12}^h &= Y_{21}^h = -Y_{TE}^{(2)} / \text{sh} \gamma_2 h_2
 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

令 $Y_{11}^c = Y_1^c + Y_{2R}^c$, $Y_{22}^c = Y_3^c + Y_{2L}^c$, $Y_{11}^h = Y_1^h + Y_{2R}^h$, $Y_{22}^h = Y_3^h + Y_{2L}^h$

将(14)式代入(13)式得

$$\left. \begin{aligned}
 (Y_{22}^c V_{1a} + Y_{21}^c V_{1b}) \left(-\frac{A}{2} \right) \alpha_n + (Y_{22}^h V_{2a} + Y_{21}^h V_{2b}) \left(\frac{A}{2} j\beta \right) &= \tilde{J}_{xa} \\
 (Y_{22}^c V_{1a} + Y_{21}^c V_{1b}) \left(-\frac{A}{2} \right) \beta + (Y_{22}^h V_{2a} + Y_{21}^h V_{2b}) \left(-\frac{A}{2} \right) j\alpha_n &= \tilde{J}_{ya} \\
 (Y_{11}^c V_{1b} + Y_{12}^c V_{1a}) \left(-\frac{A}{2} \right) \alpha_n + (Y_{11}^h V_{2b} + Y_{12}^h V_{2a}) \left(\frac{A}{2} j\beta \right) &= \tilde{J}_{xb} \\
 (Y_{11}^c V_{1b} + Y_{12}^c V_{1a}) \left(-\frac{A}{2} \right) \beta + (Y_{11}^h V_{2b} + Y_{12}^h V_{2a}) \left(-\frac{A}{2} \right) j\alpha_n &= \tilde{J}_{yb}
 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

将(9)式代入(16)式整理后得

$$\begin{bmatrix} \tilde{J}_{xb} \\ \tilde{J}_{yb} \\ \tilde{J}_{xa} \\ \tilde{J}_{ya} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{yb} \\ \tilde{E}_{xb} \\ \tilde{E}_{ya} \\ \tilde{E}_{xa} \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中:

$$\begin{aligned}
G_{11} &= (Y_{11}^c - Y_{11}^h) \sin \theta \cdot \cos \theta & G_{12} &= Y_{11}^c \sin^2 \theta + Y_{11}^h \cos^2 \theta \\
G_{13} &= (Y_{12}^c - Y_{12}^h) \sin \theta \cdot \cos \theta & G_{14} &= Y_{12}^c \sin^2 \theta + Y_{12}^h \cos^2 \theta \\
G_{21} &= Y_{11}^c \cos^2 \theta + Y_{11}^h \sin^2 \theta & G_{22} &= G_{11} \\
G_{23} &= Y_{12}^c \cos^2 \theta + Y_{12}^h \sin^2 \theta & G_{24} &= G_{13} \\
G_{31} &= (Y_{21}^c - Y_{21}^h) \sin \theta \cdot \cos \theta & G_{32} &= Y_{21}^c \sin^2 \theta + Y_{21}^h \cos^2 \theta \\
G_{33} &= (Y_{22}^c - Y_{22}^h) \sin \theta \cdot \cos \theta & G_{34} &= Y_{22}^c \sin^2 \theta + Y_{22}^h \cos^2 \theta \\
G_{41} &= Y_{21}^c \cos^2 \theta + Y_{21}^h \sin^2 \theta & G_{42} &= G_{31} \\
G_{43} &= Y_{22}^c \cos^2 \theta + Y_{22}^h \sin^2 \theta & G_{44} &= G_{33}
\end{aligned} \tag{18}$$

$$\theta = \cos^{-1}(\beta / \sqrt{\alpha_n^2 + \beta^2})$$

与文献[4]比较可以看出(17)式与用谱域导纳法所得结果一致,并且由(15)式可得: $Y_1^{(h)}$, $Y_1^{(c)}$ 为自阻抗, $Y_{12}^{(h)}$, $Y_{12}^{(c)}$ 为互阻抗可由等效电路直接求出。因此,矩阵[G]只要用普通的传输线理论就可得到。用加略金法解(17)式求出传输常数 β 后即可求出传输线的特性阻抗 Z_0 。

三、结 论

本文从场匹配出发,通过引入傅里叶变换建立谱域中 SLE 和 SLM 模的等效电路,提出了一种计算微带传输线的新方法,用普通的传输线理论就可以导出微带传输线的特征方程。这种方法物理意义明确,可适用于多种结构的微带传输线。

参 考 文 献

- [1] T. Itoh, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-28**(1980), 733—736.
- [2] L. P. Schmidt, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-29**(1981), 352—355.
- [3] H. C. C. Fernandes, *IEE Proc. Pt. H*, **131**(1984)3, 139—142.
- [4] B. Bhat, *Analysis, Design and Applications of Finline*, Artech House Press, 1987, pp. 147—149.
- [5] T. Kitazawa, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-21**(1973), 580—582.

CHARACTERISTICS OF MICROSTRIP TRANSMISSION LINES

Wu Xiaodong Lin Weigan

(University of Electronics Science and Technology of China, Chengdu)

Abstract An efficient hybrid field solution to microstrip transmission lines is presented by using SLE and SLM modes in spectral domain. It by-passes the lengthy process of formulating the determinant equation for the unknown propagation constant. Compared with spectral domain admittance approach, this method is clear in both physical and mathematical senses and may be applied to a variety of structures.

Key words Microstrip transmission line; SLE/SYM mode; Spectral domain method