

Hilbert 分形天线及其全波分析¹

王宏建 高本庆

(北京理工大学电子工程系 北京 100081)

摘要 该文采用全波 FDTD 分析方法对 Hilbert 分形天线进行分析, 输入阻抗的计算结果验证了分形天线结构自相似性导致电特性的频率周期性变化这一规律, 所得结果与有关实验数据吻合较好, 研究结果还表明 Hilbert 分形天线具有缩小天线结构尺寸的优点, 相对于一般振子天线来说结构尺寸大大缩小, 文中分形天线长度缩小为相应偶极天线的 1/7. 对 Hilbert 分形天线而言其维数越高, 天线尺寸缩小越大, 但相邻分形阶数缩小幅度越来越小, 同时对其方向图的全波分析证明 Hilbert 分形天线同振子天线的性能基本相似, 方向图在谐振频段内基本保持不变.

关键词 Hilbert 分形, 天线, 时域有限差分法 (FDTD)

中图分类号 TN820, O157.3

1 引言

现代通讯行业的发展需要高度集成的系统, 比如 GSM, CDMA, DECT, GPS, 3G 系统等, 同时这些系统还应具有结构尺寸小、重量轻、低成本、宽带等特性, 从而对天线提出更高的要求: 多频段、电小尺寸. 然而天线相对来讲是窄带器件, 其特性很大程度上取决于天线结构尺寸和波长的比值, 因此对于确定结构的天线来说, 其增益、输入阻抗、方向图等特性对频率是较为敏感的. “分形”首先由 Mandelbrot^[1] 提出用来描述具有自相似特性的复杂结构的. 自从 Mandelbrot 等所作的先驱工作以来, 分形技术被广泛应用于科学和工程领域各个方面, 一个重要分支就是分形电动力学^[2], 主要将分形结构和电磁场理论相结合用于探究电磁辐射、传播和散射问题, 其中分形天线理论及设计目前得到越来越多的关注. 目前分形天线的研究主要包括两个方面: 具有分形结构的单元 FEA (Fractal Element Antenna) 研究^[3] 和具有分形排列的天线阵列. 有关分形阵列的研究等已有较为详尽的描述^[4-6].

分形单元天线主要有 Cantor, Koch, Sierpinski 三角形, Peano, H-形, 分形树, 盒子分形等结构. 虽然理论上研究过多种形式的分形天线特性, 但实际用于加工生产的很少, 主要有 Koch, Sierpinski 三角形, 其中 Sierpinski 分形天线已有较为广泛的报道^[7-8], 总的说来将多种新型的分形结构应用于天线仍处于初步阶段^[9]. 这里研究的分形结构并非任意形状的分形, 而是按照一定规律复制的分形结构. 此外, 这里分形天线结构有限, 分形阶数也是有限的, 因此分形天线是无限阶分形结构“截断”而成. Hilbert 分形结构近来被应用于分形天线^[9], 对分形天线的分析以前较多采用矩量法^[9], 本文采用时域有限差分法 (FDTD)^[10] 分析 Hilbert 分形结构天线, 对其输入阻抗、天线方向图等参数的频率特性进行了分析, 从而将分形天线应用于多频段、电小尺寸等的应用进行了探讨.

2 分形结构

2.1 分形及分形维数

图 1 所示为 Hilbert 不同分形阶数结构示意图. 从图 1 可以看出 Hilbert 分形天线的曲线结构由前一种图形经过复制得到. 维数是图形最基本的不变量, 分形维数是刻画分形的不变量, 是极其重要的特征数^[11]. 对于欧几里德空间而言偶极子天线的维数是 1, 但分形结构维数并非全为整数^[1,9], 不同的维数决定了分形结构占据空间的利用率.

¹ 2001-11-03 收到, 2002-06-21 改回

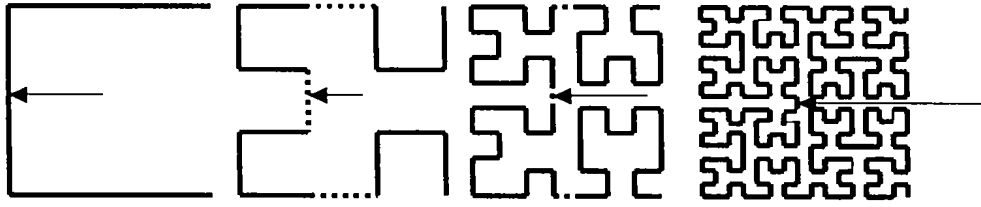


图 1 Hilbert 不同分形阶数结构示意图 (从左至右阶数依次为 1, 2, 3, 4)

分形的相似维数可以由下式得到:

$$D = \log(N)/\log(1/f) \quad (1)$$

式中 N 是复制的阶数, f 是连续两次分形迭代的标度因子.

Hilbert 分形曲线维数可以由下式得到:

$$D = \log[(4^n - 1)/(4^{n-1} - 1)]/\log[(2^n - 1)/(2^{n-1} - 1)] \quad (2)$$

n 代表分形的阶数, 可以看出分形维数随着分形阶数的增多越来越趋近于 2.

2.2 Hilbert 分形天线的 FDTD 全波分析

分形天线结构多种多样, 以前一般采用矩量法计算, 而 FDTD 则可以对分形结构的精细结构作到准确建模, 通过一次计算可以得到整个频率特性, 无论对于宽带特性还是多频带特性的研究均十分灵活, 因此本文以此方法对分形天线特性进行研究. FDTD 分析天线的输入阻抗的方法是对馈源处法向电场积分得到电压波 V :

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = V(t, z_1) \quad (3)$$

环绕馈源处导体金属带的磁场积分得到电流波 I :

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I(t, z_1) \quad (4)$$

通过电压波和电流波的傅里叶变换可以得到频域的电压和电流波为

$$V(\omega, z_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} V(t, z_1) e^{-j\omega t} dt \quad (5)$$

$$I(\omega, z_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(t, z_1) e^{-j\omega t} dt \quad (6)$$

从而由激励源处的电压、电流得到天线的输入阻抗为

$$z_0(\omega) = V(\omega, z_1)/I(\omega, z_1) \quad (7)$$

在得到天线近场值基础上, 由时域近场、远场变换得到天线远场方向图为

$$\begin{aligned} e_\theta &= -\mu w_\theta - u_\varphi \\ e_\varphi &= -\eta w_\varphi + u_\theta \end{aligned} \quad (8)$$

式中 w 和 u 分别是对闭合面上辐射表面电流和磁流的积分的时域值。

3 全波分析结果及讨论

3.1 Hilbert 分形天线输入阻抗分析

Hilbert 分形天线^[9] 结构如图 2 所示, 图中黑线为导体, 馈源在中间。Hilbert 分形天线结构非常简单, 由导电性能良好的导体构成。严格说来, 图中 Hilbert 曲线并非全部自相似, 需要加上中间的虚线, 但虚线部分相比整个曲线来讲可以忽略不计。另外可以看出, 分形阶数越多, 相同轮廓面积的分形 Hilbert 曲线占据的面积越大。

对于以下两种外形尺寸的分形天线激励源均采用高斯脉冲

$$E_z = e^{-(t-t_0)^2} / T_0^2 \quad (9)$$

式中 $T_0 = 16.7 \times 10^{-12} \text{s}$, $t_0 = 3T_0$ 。

天线 1 具体参数为: 天线的宽和高分别为 7cm, 厚度为 1.3mm, 导体为直径 1.3mm 的金属^[9]。采用 FDTD 计算所得三阶分形 Hilbert 天线输入阻抗与实验对比^[9] 如图 3 所示, 可以看出两者符合很好。FDTD 可较为准确地反应出 Hilbert 分形天线的输入阻抗特性。同时可以看出在频率为 380MHz、1050MHz、1500MHz 上天线均谐振(输入阻抗虚部为 0), 从而证明分形天线结构的自相似性导致电性能频率的周期性。而对于长度为 7cm 的偶极天线其最低谐振频率应为 2.14GHz, 可见分形结构天线在达到相同谐振频率时长度大为减小。

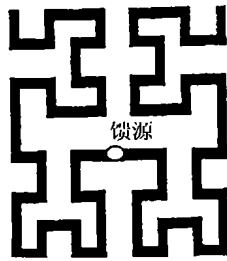


图 2 Hilbert 分形天线 1(阶数=3)

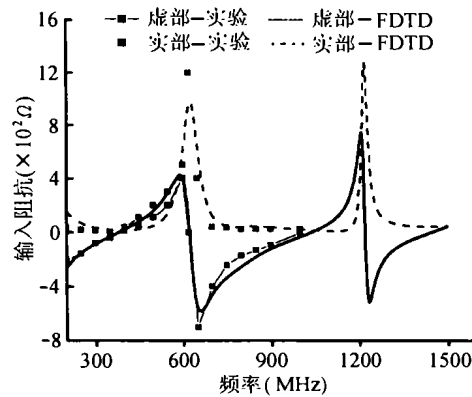


图 3 Hilbert 分形天线 1
输入阻抗 FDTD 计算与实验对比

天线 2 天线宽和高为 3cm, 厚度为 1mm, 导体直径为 1mm。分形不同阶数对天线的谐振频率的影响如图 4、图 5 所示。不同阶天线馈电点均在图 1 所示箭头所指处。图 4、图 5 为 Hilbert 一阶、二阶、三阶分形输入阻抗随频率的变化关系(这里无论几阶分形结构, 天线所占面积保持不变)。长为 3cm 的偶极天线其输入阻抗随频率的变化关系见图 6 所示, 可以看出谐振频率为 5000MHz, 而对应一阶分形谐振频率为 1300MHz、二阶分形谐振频率为 1000MHz、三阶分形谐振频率为 700MHz, Hilbert 分形天线谐振频率比偶极子天线明显降低。可以看到随着分形阶数升高, 即分形天线对空间面积的利用率越高, 天线可利用谐振频率越低, 从而拓展了天线的带宽, 因此分形 Hilbert 天线比偶极子天线更适合于对于多频带或宽带应用; 另一方面如果保持同样的谐振频率, 此处 Hilbert 分形天线长度约为同样偶极天线的 1/7, 但是虽然都属 Hilbert 天线, 长度降低的幅度随着空间结构的不同而有所差别。需要指出的是对 Hilbert 分形天线而言其阶数越高, 天线结构(长度)降低越大, 但降低的幅度越来越小, 阶数和降幅并不成简单的线性关系。

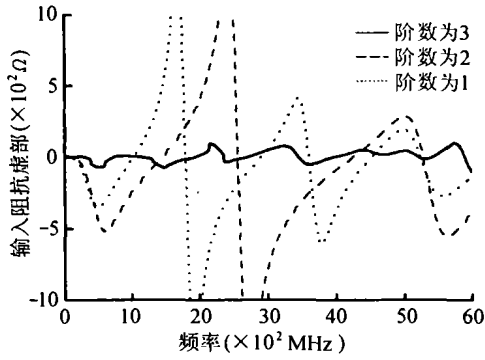


图 4 不同阶数分形天线输入阻抗虚部变化

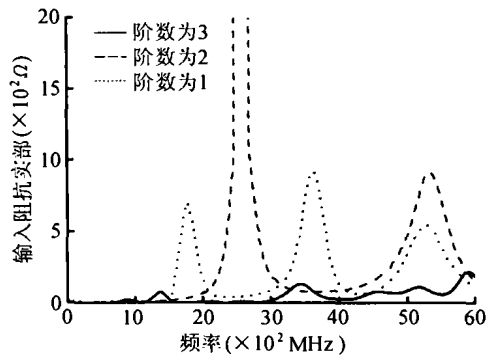


图 5 不同阶数分形天线输入阻抗实部变化

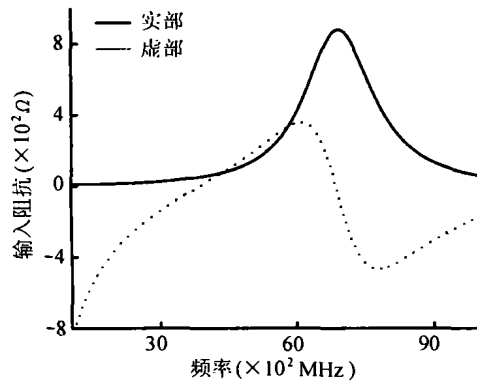


图 6 偶极天线输入阻抗随频率变化 (振子长度为 3cm)

3.2 Hilbert 分形天线方向图分析

在得到分形 Hilbert 天线近场基础上由时域近远场变换 ((8) 式) 得到远场方向图。分形天线方向图随频率的变化关系见图 7、图 8 所示 (分析对象仍为天线 2)，可以看出分形 Hilbert 天线方向图在谐振频带 700MHz、1000MHz 和 1300MHz 时方向图基本保持不变，非常有利于多频带通信。

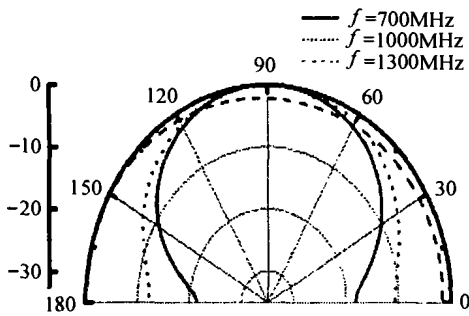


图 7 不同分形阶数天线 E 面方向图

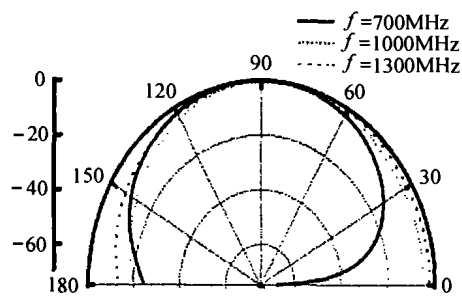


图 8 不同分形阶数天线 H 面方向图

4 结 论

分形天线由于其维数非整数往往可以使天线某些特性得到提高。Hilbert 分形曲线随着分

形阶数的提高越来越占据整个平面, 曲线的长度趋近于无穷大, 这对于天线来讲具有极其重要的意义. 通过对 Hilbert 分形结构全波分析可以看出, 采用时域有限差分法对分形 Hilbert 天线的分析结果与有关实验比较吻合. 分形天线更能利用平面结构, 使得所需偶极天线长度大为减小, 此时天线的谐振频率可以大幅度降低, 从而明显改善电小天线谐振频率较大的限制. Hilbert 分形天线具有一般分形天线的特性即结构的自相似性所导致频率的周期性. 以三阶 Hilbert 天线为例, 天线尺寸减小为同样谐振频率偶极天线的 $1/7$, 所节省的空间是非常可观的; 分形阶数增多天线谐振频率降低; 但降低幅度越来越小. Hilbert 分形天线方向图在前 3 个谐振频率上方向图基本保持不变, 非常适合多频带应用.

参 考 文 献

- [1] B. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, New York, W. H. Freeman, 1983, Charter 1.
- [2] Y. Kim, D. L. Jaggard, The fractal random array, *Proc. IEEE*, 1986, 74(9), 1278-1280.
- [3] N. Cohen, Fractal antennas part 1: Introduction and the fractal quad, *Communications Quarterly*, 1995, summer, 7-22.
- [4] D. H. Werner, R. L. Haupt, P. L. Werner, Fractal antenna engineering: The theory and design of Fractal Antenna Arrays, *IEEE Antenna and Propagation Magazine*, 1999, 41(5), 34-59.
- [5] D. H. Werner, P. L. Werner, On the synthesis of fractal radiation patterns, *Radio Sci.*, 1995, 30(1), 29-45.
- [6] Xu Liang, Wu Zhensen, Wang Wenbing, Synthesis of fractal patterns from concentric-ring arrays, *Electronics Letters*, 1996, 32(21), 1940-1941.
- [7] C. Puente, J. Romeu, R. Pous, Fractal multiband antenna based on the sierpinski gasket, *Electronics Letters*, 1996, 32(1), 1-2.
- [8] C. Puente, J. Romeu, R. Pous, On the behavior of the sierpinski gasket multiband fractal antenna, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1998, AP-46(4), 517-524.
- [9] K. J. Vinoy, K. A. Jose, *et al.*, Hilbert curve fractal antenna: A small resonant antenna for VHF/UHF applications, *Microwave and Optical Technology Letters*, 2001, 29(4), 215-219.
- [10] 高本庆, 时域有限差分法 FDTD Method, 北京, 国防工业出版社, 1995, 第一章.
- [11] 齐东旭, 分形及其计算机生成, 北京, 科学出版社, 1994, 第一章, 第二章.

THE HILBERT FRACTAL ANTENNA AND ITS FULL WAVE ANALYSIS

Wang Hongjian Gao Benqing

(Dept. of Electronic Eng., Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract The full wave FDTD method is used to analysis some Hilbert fractal antenna. The computational results are in good agreement with the experiment in the document. The results show that Hilbert fractal geometries can be implemented to miniaturize the size of the antenna, too. The reduction level of the Hilbert fractal antenna is about $6/7$, at the same time, the higher the fractal order, the more reduction of the antenna size. Furthermore, the far field pattern remain almost the same at the resonant frequencies.

Key words Hilbert fractal, Antenna, FDTD

王宏建: 男, 1969 年生, 博士生, 研究方向为天线分析, 电磁场数值计算.

高本庆: 男, 1936 年生, 教授, 博士生导师, 中国电子学会会员, IEEE 高级会员. 近期科研工作涉及毫米波技术、计算电磁学、电磁兼容与生物电磁学等.