第16卷 第2期　　电子科学学刊　　Vol. 16. No. 2
1994年3月　　JOURNAL OF ELECTRONICS　　Mar. 1994

平面介质光波导的一种矩阵解法

金恩培
(哈尔滨工业大学物理系 哈尔滨 150006)

摘要　本文将用于多层介质膜堆的矩阵表示方法应用于平面介质光波导中，提出一种简单而适用的获得特征方程的方法。

关键词　平面光波导,特征方程,矩阵方法

1 引言

为了精确得到平面介质光波导的特征方程,一般采用求解满足一定边界条件的Maxwell方程的方法[1]. 这对于多层膜的情况显然是非常繁琐的. J. Chilwell等人将文献[2]中对处理多层介质膜堆而采用的矩阵方法引入到多层介质平面光波导中[3],使表达形式清晰而规范. 但他们没有将各层间的转换矩阵写成更适合于解决波导问题的形式，因此并未使问题得到更多的简化。本文采用在分层介质膜堆中分别用上行波和下行波来表示各层之间场的关系,推导出新的转换矩阵. 再从满足波导特征的矩阵本身特点入手,直接得到波导的特征方程.

2 多层介质膜堆的矩阵表示

多层介质膜堆的结构如图1所示. 假设各层介质都是光学各向同性和无损耗的, n_j 和 d_j 代表第 j 层的介质折射率和膜厚. 其中可以令 $d_1=d_m=0$, n_1 和 n_m 表示上包覆层和下衬底层的半无限大平面的折射率. 平面光波以 θ_1 角入射在第一层的界面上，各层介质中的总电场可以写成如下的形式:

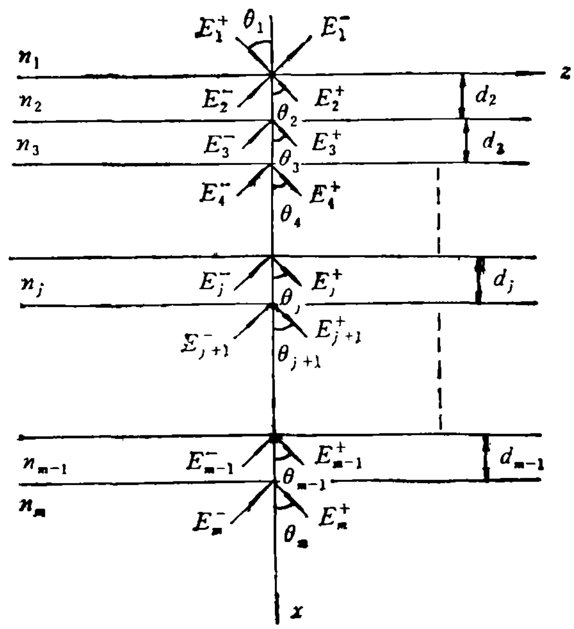

图1　多层介质膜堆的结构

1992—05—13收到,1993—10—06定稿
金恩培　男,1946年生,副教授,主要从事光学双稳性及平面光波导方面的研究工作.

$$\mathscr{E}_j = E_j^+ \exp\left\{i\left[\omega t - k_j\cos\theta_j\left(\sum_{l=1}^{j-1} dl\right) - \beta z\right]\right\}\mathbf{e}_j^+$$

$$+ E_j^- \exp\left\{i\left[\omega t + k_j\cos\theta_j\left(\sum_{l=1}^{j-1} dl\right) - \beta z\right]\right\}\mathbf{e}_j^-, \quad (1)$$

式中 $\mathbf{e}_j^+$ 与 $\mathbf{e}_j^-$ 代表各层中沿着电场方向的单位矢量，E_j^+ 与 E_j^- 代表各层中的下行与上行传播光波的复振幅，且 $k_j = k_0 n_j = (\omega/c)n_j$，$(j = 1,2,\cdots m)$.

根据 Snell 定律，

$$\beta = k_1\sin\theta_1 = k_2\sin\theta_2 = \cdots = k_m\sin\theta_m. \quad (2)$$

在界面处利用电场和磁场的连续性条件可以推得

$$\begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} = S_1\begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} = \cdots = S_1\cdot S_2\cdots S_{m-1}\begin{pmatrix} E_m^+ \\ E_m^- \end{pmatrix}, \quad (3)$$

其中

$$S_j = \frac{1}{t_j}\begin{pmatrix} e^{i\delta_j} & \gamma_j e^{i\delta_j} \\ \gamma_j e^{-i\delta_j} & e^{-i\delta_j} \end{pmatrix} \quad (4)$$

称为膜层的转换矩阵，t_j 和 γ_j 表示各层膜间的透射和反射系数，而 $\delta_j = k_j d_j\cos\theta_j$ 称为膜层的相位厚度.

对于 TE 模

$$t_j = 2n_j\cos\theta_j/(n_j\cos\theta_j + n_{j+1}\cos\theta_{j+1}), \quad (5)$$

$$\gamma_j = (n_j\cos\theta_j - n_{j+1}\cos\theta_{j+1})/(n_j\cos\theta_j + n_{j+1}\cos\theta_{j+1}). \quad (6)$$

对于 TM 模

$$t_j = 2n_j\cos\theta_j/(n_{j+1}\cos\theta_j + n_j\cos\theta_{j+1}), \quad (7)$$

$$\gamma_j = (n_{j+1}\cos\theta_j - n_j\cos\theta_{j+1})(n_{j+1}\cos\theta_j + n_j\cos\theta_{j+1}). \quad (8)$$

3 应用于平面介质光波导

令各层转换矩阵的积为

$$S = S_1S_2\cdots S_{m-1} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

由于衬底层为半无限大平面，因而不存在上行波，即 $E_m^- = 0$，则(3)式可写为

$$\begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_m^+ \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

下面仅限于讨论存在导模的情况，即应有 $n_j > n_1$、n_m，且 $k_0 n_j > \beta > k_0 n_1$，$k_0 n_m$ $(j \neq 1,m)$. 在这种情况下，膜层中光的传播不可能从上包覆层直接折射入波导中，而是通过其它方法耦合进来的，因此当光波在波导中行进的过程中应有 $E_1^+ = 0$；而光波的能量又限制在各层膜中，上包覆层和下衬底层中只存在瞬逝波，因此 E_m^+ 与 E_1^- 都应具有瞬逝波的形式而存在. 这样(10)式又可化为

$$\begin{pmatrix} 0 \\ E_1^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_m^+ \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

上式又可写为

$$\begin{pmatrix} 0 \\ E_1^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} E_m^+ \\ S_{21} E_m^+ \end{pmatrix}, \tag{12}$$

由此得到

$$S_{11} = 0. \tag{13}$$

一般应有

$$S_{11} = S_{11}(n_j, d_j, \omega, \beta) = 0. \tag{14}$$

当各层的折射率 n_j，厚度 d_j 与光波的角频率 ω 已知时，求解(14)式就会得到仅包含待求的传播常数 β 的光波导的特征方程,并由此可确定 β.

作为一个例子,考虑一种最简单的三层结构平面光波导的情况．这时

$$S = S_1 S_2 = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}, \tag{15}$$

其中

$$S_1 = \frac{1}{t_1} \begin{pmatrix} e^{i\delta_1} & \gamma_1 e^{i\delta_1} \\ \gamma_1 e^{-i\delta_1} & e^{-i\delta_1} \end{pmatrix} = \frac{1}{t_1} \begin{pmatrix} 1 & \gamma_1 \\ \gamma_1 & 1 \end{pmatrix}, \tag{16}$$

$$S_2 = \frac{1}{t_2} \begin{pmatrix} e^{i\delta_2} & \gamma_2 e^{i\delta_2} \\ \gamma_2 e^{-i\delta_2} & e^{-i\delta_2} \end{pmatrix}. \tag{17}$$

在(16)式中利用了 $d_1 = 0$ 的条件.

经过运算则有

$$S = S_1 S_2 = (e^{i\delta_2}/t_1 t_2) \begin{bmatrix} (1 + \gamma_1\gamma_2 e^{-i2\delta_2}), (\gamma_2 + \gamma_1 e^{-i2\delta_2}) \\ (\gamma_1 + \gamma_2 e^{-i2\delta_2}), (\gamma_1\gamma_2 + e^{-i2\delta_2}) \end{bmatrix}. \tag{18}$$

由 $S_{11} = 0$ 的条件可得

$$e^{i\delta_2} + \gamma_1\gamma_2 e^{-i\delta_2} = 0. \tag{19}$$

在进一步化简过程中,考虑到在上下两界面处发生全内反射的情况,且令

$$p_1 = (\beta^2 - k_1^2)^{1/2}, \quad p_2 = (k_2^2 - \beta^2)^{1/2}, \quad p_3 = (\beta^2 - k_3^2)^{1/2},$$

将 γ_1, γ_2 用 p_1, p_2, p_3 表示,则对 TE 模:

$$\gamma_1 = (ip_1 + p_2)/(ip_1 - p_2), \tag{20}$$

$$\gamma_2 = (p_2 + ip_3)/(p_2 - ip_3). \tag{21}$$

将上面各式代入(19)式中,化简后得到平面光波导 TE 模的特征方程:

$$\tan(p_2 d_2) = p_2(p_1 + p_3)/(p_2^2 - p_1 p_3). \tag{22}$$

经过同样的步骤,可推导出平面光波导 TM 模的特征方程为

$$\tan(p_2 d_2) = n_2^2 p_2(n_3^2 p_1 + n_1^2 p_3)/(n_1^2 n_3^2 p_2^2 - n_2^4 p_1 p_3). \tag{23}$$

(22)式和(23)式与文献[1]中给出的结果完全一致.

4 结语

本文开始时假定分层结构的膜堆每一层的光学性质都是均匀的，而且在两层之间明显界面处发生突变．但本文的方法不仅限于此，对具有渐变折射率分布的平面光波导更具有实用性．这时应将非均匀层分成数目足够多的子膜层，可以认为每一子膜层的折射率都是不变的,再用计算机算出具有相同形式各层转换矩阵积 S 矩阵中的矩阵元 S_{11}，就

可得到特征方程。这种方法图象清晰，步骤明确，具有普遍的应用价值。

参考文献

[1] Marcuse D. Theory of Dielectric Optical Waveguides. New York and London: Academic Press, 1974, p7.
[2] 玻 恩 M，沃耳夫 E 著. 杨葭荪，等译校. 光学原理(上册)，北京：科学出版社，1978，77.
[3] Chilwell J. Hodgkinson I. J. Opt. Soc. Am. A, 1984, 1(7):742—753.

A MATRIX METHOD FOR SOLVING PLANAR DIELECTRIC OPTICAL WAVEGUIDES

Jin Enpei
(Harbin Institute of Technology, Harbin 150006)

Abstract A matrix method used in multilayer stack of dielectric films is applied to planar dielectric optical waveguides. A simple and applicable method for obtaining characterristic equation is presented.

Key words Planar optical waveguides, Characterastic equation, Matrix method