基于稀疏成份分析的几何绕射模型参数估计

杜小勇 胡卫东 郁文贤 (国防科技大学 ATR 重点实验室 长沙 410073)

摘要 雷达目标散射中心的参数估计对目标特性分析和目标识别有重要意义。该文以几何绕射模型为基础,综合利用多频段的频域测量数据,给出了散射中心位置、幅度和散射类型参数的融合估计方法。数值仿真结果表明,该方法能有效地挖掘模型信息,具有超分辨能力,给超宽带雷达信号处理提供了新的途径。
 关键词 几何绕射模型,稀疏成份分析,信号综合,参数估计
 中图分类号: TN953 文献标识码: A 文章编号:1009-5896(2006)02-0362-05

Parameter Estimation of GTD Model Based on Sparse Component Analysis

Du Xiao-yong Hu Wei-dong Yu Wen-xian

(ATR Key Laboratory, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract Parameter estimation of radar target scatterer plays an important role in the process of target characteristics analysis and target recognition. Based on the GTD(Geometrical Theory of Diffraction) parametric model, this paper presents a novel method which can synthetically apply the multi-band measurements in frequency domain and effectively estimate the parameters of scatterers, including location, amplitude and scattering type. The numeric results indicate that the method can effectively mine the information hidden in the model and hold the ability of supper-resolution, which provides a new way to ultra-wide-band signal processing of radar.

Key words GTD parametric model, Sparse component analysis, Signal synthesis, Parameter estimation

1 引言

雷达目标的高分辨一维距离像是目标反射特性在雷达 视线方向上的一维投影,反映了目标的精细结构,是一种重 要的识别特征^[1]。在光学区,雷达回波可由几个重要的散射 中心近似合成。根据几何绕射理论(Geometrical Theory of Diffraction, GTD),一维距离像上的散射中心可由其位置、幅 度和类型参数描述^[2]。有效地估计出这些参数有利于目标特 性分析和目标识别。

当雷达发射信号的相对带宽不大时,回波信号可用复指 数模型近似,由Prony模型可以求解散射中心的参数^[3]。如果 要进一步提高距离像的分辨率则需要增大发射信号的带宽 或等效带宽,此时复指数模型的模型误差将增大,直接利用 几何绕射模型能够减小模型误差。然而散射中心的类型参数 本质上是离散的,这给一般的参数估计技术带来了困难。 Potter等利用极大似然方法估计散射中心的参数,最后归结为 一个混合非线性整数规划问题^[4]。McClure等^[5]利用匹配追 踪(Matching Pursuit, MP)技术迭代地估计相应的参数,结果 表明散射中心的频率依赖参数难以估计准确。将一维距离像 看作时间信号,成像过程实际上是信号表示问题。Chen和 Donoho在文献[6]中指出匹配追踪技术不具有超分辨特性,并 提出了具有稀疏表示能力和超分辨特性的基寻踪(Basis Pursuit, BP)方法。BP方法本质上是一种以*l*₁-范数为正则化函 数的正则化技术,可通过线性规划实现,为稀疏信号表示提 供了有力的工具。Gorodnitsky等^[7]针对过完备词典上的稀疏 信号表示问题,提出了基于再加权最小范数的 FOCUSS(FOCal Underdetermined System Solver)方法。Rao在 *l_p*-范数的基础上将FOCUSS算法和AST(Affine Scale Transformation)算法在正则化框架下统一起来^[8]。

稀疏成份分析的主要目的就是从一个过完备的矢量集 (或函数集)中选择尽量少的元素来表示已知的信号;而雷达 目标在高频区可由几个重要的散射中心描述,或者说在高频 区雷达目标的谱域测量数据具有稀疏表示,这两种特性是相 互吻合的。另一方面,提高距离分辨率需要提高发射信号的 带宽,这给雷达系统带来更大的压力,利用多频段测量综合 出大带宽信号是解决该问题的有效途径。本文根据多频段的 频域测量数据,结合光学区的几何绕射模型,利用稀疏成份 分析技术研究散射中心参数的融合估计问题。

2 信号模型

设雷达发射步进频率信号对静态目标进行照射,载频为 f_0 ,频率步长为 Δf ,频率步进数目为N,每个脉冲的频率 为 $f_n = f_0 + n\Delta f$,n = 0,1,...,N-1。在光学区,雷达目标的 回波可用几个重要的散射中心表示。根据几何绕射理论^[2], 采样后的雷达回波信号为

$$S(f_n) = \sum_{k=1}^{K} \tilde{\sigma}_k [j 2\pi f_n]^{\alpha_k} \exp\left\{-j 2\pi f_n \frac{2r_k}{c}\right\}, n = 0, 1, \cdots, N-1$$
(1)

其中 $S(f_n)$ 是第 n 个脉冲的回波采样, $n = 0, 1, \dots, N-1$, K 为 散射中心的数目, $\tilde{\sigma}_k, r_k, \alpha_k$ 分别为第 k 个散射中心的复幅度、 距离和散射类型, $k = 1, 2, \dots, K$, c 为真空中的光速。本文 主要考虑 5 类散射中心, 即 $\alpha_k \in \{-1, -1/2, 0, 1/2, 1\}$ 。对式(1) 作逆傅里叶变换即可得到常规的一维距离像,不模糊长度为 $R_U = c/(2\Delta f)$,距离分辨率 $\Delta r = c/(2B)$,其中 $B = (N-1)\Delta f$ 为扫频带宽。在距离维上对目标进行加细采样并将相位项并 入复幅度项中,则式(1)可写为

$$y_n \triangleq S(f_n) = \sum_{m=0}^{M-1} \sigma_m [j2\pi(1+nD)]^{\alpha_m}$$
$$\cdot \exp\left\{-j\frac{2\pi n}{M}m\right\}, \quad n = 0, 1, \cdots, N-1$$
(2)

其中 *M* 为距离维上加细采样的数目, $D = \Delta f / f_0$, σ_m 为变 换后各采样点上的标准化复幅度。记 $Y = [y_0, y_1, \dots, y_{N-1}]^T$, $\sigma = [\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_{M-1}]^T$, $A = [A_0, A_1, \dots, A_{M-1}]$, 其 中 $\sigma_m = [\sigma_0^{(m)}, \sigma_1^{(m)}, \dots, \sigma_4^{(m)}]$, $A_m = [a_{nk}^{(m)}]_{N \times 5}$, $a_{nk}^{(m)} = [j2\pi(1+nD)]^{\alpha_k}$ $\cdot \exp\left\{-j2\pi \frac{mn}{M}\right\}$, $\alpha = [\alpha_k]_{5 \times 1} = \left[-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\right]^T$, k = 0, $1, \dots, 4$, $m = 0, 1, \dots, M - 1$, 于是式(2)可写为 $Y = A\sigma$ (3)

一般地,可选择 *M* > *N*,此时 *A* 是一个由高分辨率到低分 辨率的变换矩阵,式(3)表示一个不定线性系统,其求解方法 将在第 3 节讨论。

式(3)描述的是单频带测量系统。要提高雷达的分辨率就 要提高发射信号的带宽,这给雷达发射机和信号处理系统带 来了压力。采用多子带测量的信号综合方法可望增大信号的 等效带宽,此时测量数据的不完整性给后续的信号处理带来 了挑战。Cuomo等^[9]利用多个频域Prony模型进行频域外推和 空白频段插值,研究了多子带测量的信号融合问题。本文将 直接从GTD模型出发,研究多子带测量下GTD模型参数的估 计问题,此时测量模型可写为

$$Y^{(l)} = A^{(l)}\sigma, \quad l = 1, 2, \cdots, L$$
 (4)

其中 L 为测量频段的数目。将各个子带的线性模型合并起 来,形式上仍可写成一个线性模型,为行文方便仍以模型式 (3)为基础进行描述。

3 基于稀疏成份分析的参数估计

3.1 不定系统的求解

由于模型式(3)是一个不定线性系统,有无穷多解。要获 得有意义的唯一解,需要额外的知识。Tikhonov 正则化是一 种应用广泛的不定系统求解方法,其出发点就是寻找满足式 (3)约束的最小 l_2 -范数解,即 $\sigma^* = A^{\text{H}}(AA^{\text{H}})^{-1}Y$ 。研究表明, 高频区雷达目标的谱域测量数据具有稀疏表示,然而最小 l_2 -范数解不具有稀疏性,因此需要寻找只含有少数几个非零分 量的解,使之与目标特性相匹配,直观上可写为

$$\min_{\boldsymbol{\sigma}\in\mathcal{C}^{M^{\prime}}}\left\|\boldsymbol{\sigma}\right\|_{0}, \quad \text{s.t.} \quad \boldsymbol{Y}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{\sigma}$$
(5)

其中 M' = PM , P = 5 表示散射中心的种类, $\|\sigma\|_0$ 表示 σ 中 非零元的数目。由于 l_0 -范数不稳健,因此可采用稳健的稀疏 性度量,记作 $\Psi(\sigma)$,则模型式(5)可写为

$$\min_{\boldsymbol{\sigma} \in \mathbb{C}^{M'}} \Psi(\boldsymbol{\sigma}), \text{ s.t. } \boldsymbol{Y} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\sigma}$$
(6)

由于 $\Psi(\sigma)$ 对每一个分量都没有偏好,一般地选择可分的稀 疏性度量,即 $\Psi(\sigma) = \sum_{m=0}^{M'-1} \phi(\sigma_m)$,其中 ϕ 要求是凹函数。下 面用惩罚函数法求解模型式(6),令

$$J(\boldsymbol{\sigma}) = \Psi(\boldsymbol{\sigma}) + \frac{\mu}{2} \left\| \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{\sigma} \right\|_{2}^{2}$$
(7)

这将带约束的优化问题式(6)转变成一个无约束优化问题。利 用梯度分解法,式(7)的梯度矢量为 $\nabla J(\sigma) = \Pi_{\sigma} \cdot \sigma + \mu$ $[A^{H}A\sigma - A^{H}Y],其中 \Pi_{\sigma} = \text{diag}\{\frac{\phi'(|\sigma_{m}|)}{|\sigma_{m}|}\}, \mu > 0$ 为惩罚参数。令 $\nabla J(\sigma) = 0$ 可知式(7)的稳定点满足

$$[\lambda \Pi_{\sigma} + A^{\mathrm{H}} A]\sigma = A^{\mathrm{H}} Y \tag{8}$$

其中 $\lambda = 1/\mu > 0$ 。记 $W_{\sigma}^{-2} = \Pi_{\sigma}$, $A_{\sigma} = AW_{\sigma}$,则式(8)可写为

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{W}_{\boldsymbol{\sigma}} \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{\sigma}}^{\mathrm{H}} [\lambda \boldsymbol{I} + \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{\sigma}} \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{\sigma}}^{\mathrm{H}}]^{-1} \boldsymbol{Y}$$
(9)

其中利用了恒等式 $[\lambda I + A^{H}A]^{-1}A^{H} = A^{H}[\lambda I + AA^{H}]^{-1}$, *I*表示单位矩阵。一般情况下,式(9)是一个非线性方程,由此可

以获得极小化式(7)的迭代算法:

步骤 1 取初值 $\sigma^{(0)} \in \mathbb{C}^{M'}$, 迭代精度指标 $\delta > 0$, 设置 k = 0;

步骤 2 对于已知的
$$\sigma^{(k)}$$
,计算对角矩阵 $\Pi_k \triangleq \Pi_{\sigma^{(k)}}$

$$= \operatorname{diag}\left\{\frac{\phi'(\left|\sigma_m^{(k)}\right|)}{\left|\sigma_m^{(k)}\right|}\right\}; \quad \diamondsuit \ \boldsymbol{W}_k = \boldsymbol{\Pi}_k^{-1/2}, \quad \boldsymbol{A}_k = \boldsymbol{A}\boldsymbol{W}_k, \quad \text{RET}(9)$$

获得所求参数的下一步迭代结果

$$\boldsymbol{\sigma}^{(k+1)} = \boldsymbol{W}_k \boldsymbol{A}_k^{\mathrm{H}} [\lambda \boldsymbol{I} + \boldsymbol{A}_k \boldsymbol{A}_k^{\mathrm{H}}]^{-1} \boldsymbol{Y}$$
(10)

步骤 3 计算 error = $\| \boldsymbol{\sigma}^{(k+1)} - \boldsymbol{\sigma}^{(k)} \|_2$,如果 error < δ 则停 止迭代,输出 $\boldsymbol{\sigma}^{(k+1)}$ 作为幅度参数的估计值 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$;否则设置 $\boldsymbol{\sigma}^{(k+1)} \rightarrow \boldsymbol{\sigma}^{(k)}, k+1 \rightarrow k$,返回步骤 2。

当 $\lambda \to 0^+$ 时 $\mu \to +\infty$,根据最优化理论^[10]知式(10)的迭代结果将收敛于式(6)的解。

通过上述迭代过程获得幅度参数的估计值 $\hat{\sigma} = [\hat{\sigma}_0, \hat{\sigma}_1, \dots, \hat{\sigma}_{M'-1}]^T$ 后,令 $\hat{\sigma}^{(p)} = [\hat{\sigma}^{(p)}_0, \hat{\sigma}^{(p)}_1, \dots, \hat{\sigma}^{(p)}_{M'-1}]^T$,其 中 $\hat{\sigma}^{(p)}_m = \hat{\sigma}_{m \times P + p}$, $m = 0, 1, \dots, M - 1$, $p = 0, 1, \dots, P - 1$,根据 前文幅度参数矢量 σ 的构造可知, { $\hat{\sigma}^{(p)}, p = 0, 1, \dots, P - 1$ }就 是不同散射类型的超分辨一维距离像。对于某一个具体的散 射中心而言,与它类型相对应的一维距离像会在相应的位置 上出现一个峰值,且幅度与该散射中心的幅度相对应。由此 即可得到散射中心位置、散射类型和幅度参数的估计。

3.2 噪声条件下的参数选择

上面讨论的是信噪比无穷大的情况,但是实际情况下测 量系统会引入噪声,并且信噪比是未知的,此时模型式(6) 中的等式将不再成立。因此,参数 µ 不再趋于无穷大, λ 也 不再趋于零,而应该取一个有限值,可利用 L-曲线法^[11]选取。

对于某个参数 $\lambda > 0$,将上述迭代算法得到的结果记为 σ_{λ} ,相应的 逼近 残差 $R_{\lambda} = ||Y - A\sigma_{\lambda}||_{2}$,稀疏性度量 $S_{\lambda} = \Psi(\sigma_{\lambda})$ 。对于信号的稀疏表示而言,一方面希望逼近残 差 R_{λ} 尽量小,另一方面希望解的非零分量尽量少,即 S_{λ} 尽量小。当 $\lambda \rightarrow 0^{+}$ 时 $R_{\lambda} \rightarrow 0$,此时噪声也被当作信号出现在 表示系数 σ_{λ} 中,从而 S_{λ} 将会很大;当 $\lambda \rightarrow +\infty$ 时 $\sigma_{\lambda} \rightarrow 0$, S_{λ} 会很小,同时 R_{λ} 会很大。由此可见这是一个多目标规划 问题,参数 λ 的作用就是在逼近残差 R_{λ} 和解的稀疏性 S_{λ} 之 间进行折衷权衡,其取值与信噪比有关。

在信噪比未知的条件下,本文采用 L-曲线准则选择参数 λ。常规的 L-曲线准则的基本原理是:以参数 λ 为隐参数, 在对数尺度下逼近残差 R_λ和稀疏性度量 S_λ之间的关系曲线 类似字母"L",选择曲线上最大曲率点(即拐角处)对应的隐 参数为最优参数 λ_{opt}。本文采用的是自然尺度下的 L-曲线准则。

4 仿真算例

以 5 个不同类型的散射中心合成的信号为例进行仿真。 雷达发射步进频率信号,起始频率 $f_0 = 1000$ MHz,频率步长 $\Delta f = 15$ MHz, $D = \Delta f / f_0$, 全频带频率采样数目 $N_f = 320$, 相应的距离像分辨单元数目 $N_r = 320$ 。采样子带的数目 $N_b = 2$,每个子带的频率采样数目 $N_s = 32$ 。几何绕射类型 共 5 种,即 $\alpha = \{-1, -0.5, 0, 0.5, 1\}$ 。5 个散射中心的参数如表 1 所示。由此获得仿真回波信号

$$y_{n} = \sum_{k=1}^{5} \sigma_{k} [j2\pi (1+nD)]^{\alpha_{k}} \exp\left\{-j2\pi \frac{r_{k} - N_{r}/2}{N_{r}}n\right\} + \varepsilon(n), \quad n = 0, 1, \cdots, N_{f}$$
(11)

其中 {ε(n)} 为零均值的高斯白噪声。

表1 散射中心参数表

散射中心序号(k)	1	2	3	4	5
距离单元序号(r_k)	67	128	230	256	257
幅度(σ_k)	1.2	0.7	3.1	4.0	1.0
散射中心类型(α_k)	0	- 1	0.5	- 0.5	1

4.1 无噪情况

首先考虑没有测量噪声的情况,此时 $\varepsilon(n)=0$ 。在全频 带采样数据的首尾各截取 $N_s=32$ 个样本作为多频带的频域 测量数据,如图1所示。其中实线为全频带测量样本,带点 线为低频段样本,带星线为高频段样本。图2显示的是由测 量数据利用逆傅里叶变换获得的一维距离像,其中图2(a)为 全频带下的常规距离像,距离分辨率为 $\Delta r = 0.03$ m/傅里叶单 元,图2(b)中带点线为低频段测量数据的一维距离像,而带 三角的线则为高频段数据的一维距离像,二者的距离分辨率 为 $\Delta \tilde{r} = 0.3$ m/傅里叶单元,均不能分辨距离很近的第4,5 个散射中心,而且这两幅距离像除在幅度上有一定的差异 外,第2个散射中心在高频段的距离像上没有体现出来。

将两个频段的测量数据合起来形成一个测量矢量,利用 第3节中的稀疏成份分析技术,通过式(10)迭代求解散射中 心的参数,其中稀疏性度量函数采用 $\Psi(\sigma) = \sum_{m=0}^{M-1} \ln |\sigma_m|$,正 则化参数 $\lambda = 10^{-6}$ 。

计算结果表明,稀疏成份分析方法能够从两个频段的测 量数据中稳定而准确地估计出各个散射中心的参数,包括距 离、幅度和散射类型。估计结果如图 3 所示,其中图 3(a)是



(点线)及高频段距离像(三角)

利用稀疏成份分析获得的超分辨一维距离像,各种散射类型 的一维距离像绘在了一幅图上,并用不同的标记表示不同的 散射类型。图 3(b)是相邻的第 4,5 两个散射中心的局部放大 图(杆状图)。从图中可以看出,利用稀疏成份分析方法能从 两段子带测量数据中准确地估计出散射中心的位置、幅度和 散射类型参数,且具有超分辨特性。



4.2 有噪情况

在有测量噪声的情况下,根据第3节中的分析本文采用 L-曲线准则选择适当的正则化参数λ>0,以获得满意的信 号表示结果。为作图方便,避免出现负数,在绘制L-曲线时 采用 *l_p* 范数作为稀疏性度量,并取 *p* = 0.1。本文的计算结果 表明,自然尺度下的 L-曲线特性比对数尺度更明显,更加有 利于正则化参数的选择。

仿真过程中,在测量信号的实部和虚部各加上了根方差 为 $\eta = 0.1, 0.3, 0.5$ 的高斯白噪声。定义信噪比 SNR = 10 log $\frac{|\sigma_k|^2}{\eta^2} \doteq 10\log$ (散射中心功率 / 噪声功率),则最低信号分 量的信噪比分别为 SNR = 16.9 dB, 7.4 dB 和 3 dB。对于 $\eta = 0.1$ 时,利用自然尺度下的 *L*-曲线准则得到的最优正则 化参数 $\lambda_{opt} = 0.0316$,并且各散射中心的参数都能够正确地 估计出来,此时的 L-曲线如图 4 所示,参数估计结果与图 3(a)相同,为简便计其图形没有画出。当 $\eta = 0.3, 0.5$ 时,第 一个散射中心的散射类型没有估计准确,其他的参数都准确 地估计出来了。图 5 给出了 $\eta = 0.5$ 时的估计结果,其中图 5(a)是 L-曲线,相应的最优正则化参数 $\lambda_{opt} = 0.3162$,图 5(b) 是估计出的散射中心。



4.3 非格点上的散射中心

实际中,散射中心的位置可能并不位于离散化的格点 上,此时可对距离参数进行加细分割,使得格点更加迫近实 际的散射中心位置,然后采用稀疏成份分析方法估计参数。 当估计结果稳定后即可停止加细过程。仿真实验中,分别将 第 2,3 个散射中心的距离单元序号变为 128.5 和 230.5,对 距离进行加细剖分后距离分辨率为 Δr = 0.015 m/单元,估计 结果如图 6 所示。可以看出,开始并不位于格点上的散射中 心通过距离像加细分割后也能准确地估计出来。



5 结束语

稀疏成份分析技术能从过完备的函数集(或矢量集)中获

得待分析信号的最稀疏表示,能挖掘出信号产生系统的本质 特征。本文以雷达目标的几何绕射模型为基础,利用稀疏成 份分析技术研究了多频带测量下的散射中心估计问题。结果 表明该方法能有效融合多频带的测量信息,并给出散射中心 参数的超分辨估计,有利于雷达目标的特性分析和识别。进 一步可以继续研究非相干测量信号的超分辨融合,为多雷达 多频段测量信号综合的工程应用打下了基础。

参考文献

- Wehner D R. High Resolution Radar(2nd ed). Boston, MA: Artech House, 1994: 168 – 173.
- [2] Keller J B. Geometrical theory of diffraction. Journal of the Optical Society of America, 1962, 52(2): 116 – 130.
- [3] Hurst M P, Mittra R. Scattering center analysis via Prony's model. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1987, 35(8): 986 – 988.
- Potter L C, Chiang D M, *et al.*. GTD-based parametric model for radar scattering. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1995, 43(10): 1058 – 1066.
- [5] McClure M R, and Carin L. Matching pursuits with a wave-based dictionary. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1997, 45(12):
 2912 2927.

- [6] Chen S, Donoho D L, Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit. *SIAM Review*, 2001, 43(1): 129 – 159.
- [7] Gorodnistsky I F, and Rao B D. Sparse signal reconstruction from limited data using FOCUSS: a re-weighted minimum norm algorithm. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1997, 45(3): 600 – 616.
- [8] Rao B D, Engan K, et al.. Subset selection in noise based on diversity measure minimization. IEEE Trans. on Signal Processing, 2003, 51(3): 760 – 770.
- [9] Cuomo K M, Piou J E, Mayhan J T. Ultrawide-band coherent processing. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1999, 47(6): 1094 – 1107.
- [10] 钱颂迪等(编著).运筹学(修订版).北京:清华大学出版社, 1990:183-189.
- [11] Natarajan B. Sparse approximate solutions to linear systems. SIAM Journal on Computing, 1995, 24(2): 227 – 234.
- 杜小勇: 男,1976年生,博士生,研究方向为信号处理与目标识别.
- 胡卫东: 男,1967年生,教授,从事信息融合与目标识别方面的 研究.
- 郁文贤: 男, 1964 年生, 教授, 从事信息融合与目标识别方面的 研究.