

# 极化 SAR 相干斑抑制——极化白化滤波器<sup>1</sup>

皮亦鸣 邹 琪 黄顺吉

(电子科技大学电子工程系 成都 610054)

**摘 要** 相干斑抑制是合成孔径雷达 (SAR) 图像和极化 SAR 图像后处理的首要问题。该文针对最优的极化相干斑抑制滤波器——极化白化滤波器 (PWF) 仅输出一个强度图像的缺陷, 对 PWF 进行了改进, 得到了各个极化通道的强度图像。

**关键词** 合成孔径雷达, 极化相干斑, 极化白化滤波

**中图分类号** TN958, TN713

## 1 引 言

众所周知, 在合成孔径雷达图像和极化合成孔径雷达图像中存在着可观的、呈颗粒状的相干斑噪声。一般认为相干斑噪声是由于场景中同一分辨单元内随机分布的许多散射体的回波相干叠加而形成的。由于相干斑的存在, 使得 SAR 图像的解释不明确、图像的分类性能降低, 图像内目标检测出现漏检或误报的概率较大。因此相干斑噪声的抑制对 SAR 图像的后处理便变得极为重要。

## 2 极化 SAR 数据的统计特性及极化相干斑模型

### 2.1 均匀场景的极化观测量的统计特性

极化 SAR 的极化散射矩阵有四个分量。一般地, 对互易介质而言两个交叉极化分量是相等的, 于是可将其简化表示为如下的矢量形式:

$$\mathbf{v} = (S_{hh} S_{hv} S_{vv})^T \quad (1)$$

这里上标  $T$  表示转置,  $\mathbf{v}$  称为极化特征矢量, 在无场景表面后向散射系数的纹理调制时,  $\mathbf{v}$  通常被认为是服从多元复高斯分布<sup>[1]</sup>, 其概率密度函数 (PDF) 为

$$P_{\mathbf{v}}(\mathbf{v}) = \frac{1}{\pi^q |C|} \exp(-\mathbf{v}^H C^{-1} \mathbf{v}) \quad (2)$$

这里,  $C = E(\mathbf{v}\mathbf{v}^H)$  称为极化特征矢量  $\mathbf{v}$  的协方差矩阵,  $E(\cdot)$  表示求期望, 上标  $H$  表示共轭转置,  $q = 3$  是极化特征矢量的维数,  $|C|$  表示协方差矩阵  $C$  的行列式。(2) 式表明: 每个极化通道的观测量被认为是零均值的, 即  $E(\mathbf{v}) = \mathbf{0}$ 。当假设交叉极化分量  $S_{hv}$  和同相极化分量  $S_{hh}$ ,  $S_{vv}$  之间无耦合, 而同相极化分量之间存在耦合时, 协方差矩阵具有如下形式:

$$C = \sigma_{hh} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \rho\sqrt{\gamma} \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ \rho^*\sqrt{\gamma} & 0 & \gamma \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中

<sup>1</sup> 2000-06-05 收到, 2001-02-05 定稿  
国家自然科学基金资助项目 (69802004 号)

$$\sigma_{hh} = E(|S_{hh}|^2), \quad \varepsilon = \frac{E(|S_{hv}|^2)}{E(|S_{hh}|^2)}, \quad \gamma = \frac{E(|S_{vv}|^2)}{E(|S_{hh}|^2)}, \quad \rho = \frac{E(S_{hh}S_{vv}^*)}{\sqrt{E(|S_{hh}|^2)E(|S_{vv}|^2)}} \quad (4)$$

上标 \* 表示复共轭。

对多视极化 SAR 数据, 其多视协方差矩阵定义为

$$\mathbf{V} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \quad (5)$$

其中  $N$  为视数。对一个均匀场景, 多视协方差矩阵  $\mathbf{V}$  被认为服从多元复 Wishart 分布<sup>[4]</sup>, 其 PDF 为

$$P_{\mathbf{V}}(\mathbf{V}) = \frac{N^N q |\mathbf{V}|^{N-q}}{G(N, q) |C|^N} \exp[-N \cdot \text{Tr}(C^{-1} \mathbf{V})] \quad (6)$$

这里  $\text{Tr}(\cdot)$  表示求矩阵的迹,  $G(N, q) = \pi^{q(q-1)/2} \Gamma(N) \cdots \Gamma(N-q+1)$ ,  $\Gamma(\cdot)$  表示 Gamma 函数。

## 2.2 乘性极化相干斑模型及非均匀场景的极化观测量的统计特性

前面的讨论是建立在均匀场景的假设下, 而实际上场景大都是非均匀的, 这时在雷达测量中有两个因素需要考虑: 一个是随机分布场景所散射的相干波的多径干扰造成的相干斑噪声; 另一个是纹理特性, 即非均匀场景的空间起伏性。

无论单视还是多视情况, 在相干雷达图像中, 相干斑通常被认为是一种乘性噪声。一种常用的单视时的极化相干模型<sup>[2]</sup>假定: 极化 SAR 的观测矢量  $\mathbf{y}$  是一个 Gamma 分布的纹理标量因子  $t$  与一个代表相干斑的, 服从多元复高斯分布的复矢量  $\mathbf{v}$  的乘积, 并且认为两者是相互独立的, 其数学表达式如下:

$$\mathbf{y} = \sqrt{t} \mathbf{v} \quad (7)$$

在这个模型中, 假设了纹理参数  $t$  同等地影响各个极化通道。根据这一乘性相干斑模型可知, 极化 SAR 的单视观测矢量  $\mathbf{y}$  服从条件复高斯分布, 其 PDF 如下:

$$P_{\mathbf{y}|t}(\mathbf{y}|t) = \frac{1}{\pi^q |C|} \exp[-(\mathbf{y}^H C^{-1} \mathbf{y})/t] \quad (8)$$

对多视情况, 其协方差矩阵的观测量为

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \quad (9)$$

这里  $t_i$ ,  $\mathbf{v}_i$  分别表示第  $i$  个单视样本数据的纹理变量和极化相干斑噪声特征矢量。一般地, 纹理变量有着比相干斑噪声特征矢量更高的空间相关性, 或者说纹理变量的空间变化比极化相干斑噪声的空间变化要慢得多, 因此可认为 (9) 中用于多视平均的纹理变量是近似相等的, 从而有:

$$\mathbf{Y} = t \cdot \mathbf{V} \quad (10)$$

这里,  $\mathbf{V}$  是多视极化相干斑噪声协方差矩阵的观测量。因此, 可推得  $\mathbf{Y}$  服从条件复 Wishart 分布, 其 PDF 为:

$$P_{\mathbf{Y}}(\mathbf{Y}) = \frac{N^N q |\mathbf{Y}|^{N-q}}{G(N, q) \cdot t^{Nq} |C|^N} \exp[-N \cdot \text{Tr}(C^{-1} \mathbf{Y})/t] \quad (11)$$

### 3 极化白化滤波器

通常相干斑是采用图像的标准差  $s$  与其均值  $m$  之比—— $s/m$  来度量的。极化白化滤波器的指导思想就是使  $s/m$  达到最小。

先讨论单视的情况。设  $\mathbf{y}$  表示单视极化特征矢量的观测量, 又设  $\mathbf{A}$  为一个  $q \times q$  的正定 Hermite 矩阵,  $q = 3$  为  $\mathbf{y}$  的维数。于是可以构造像素强度如下:

$$z = \mathbf{y}^H \mathbf{A} \mathbf{y} \quad (12)$$

由乘性极化相干斑噪声模型, 并注意到  $t$  与  $\mathbf{v}$  是相互独立的, 于是有

$$\begin{aligned} E(z) &= E(t) \cdot E[\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{v}^H)] = E(t) \cdot \text{Tr}[\mathbf{A} E(\mathbf{v} \mathbf{v}^H)] \\ &= E(t) \cdot \text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{C}) = E(t) \cdot \sum_{i=1}^q \lambda_i \end{aligned} \quad (13)$$

这里  $\mathbf{C} = E(\mathbf{v} \mathbf{v}^H)$  为极化相干斑噪声特征矢量的协方差矩阵,  $\lambda_i$  为矩阵  $\mathbf{A} \mathbf{C}$  的特征根,  $i = 1, \dots, q$ 。容易证明当  $x, y$  独立时, 有

$$D(x, y) = D(x) \cdot D(y) + D(x) \cdot E^2(y) + D(y) \cdot E^2(x) \quad (14)$$

因此

$$\begin{aligned} D(z) &= D[t \cdot \text{Tr}(\mathbf{v} \mathbf{v}^H)] \\ &= D(t) \cdot D[\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{v}^H)] + D(t) \cdot E^2[\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{v}^H)] + D[\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{v}^H)] \cdot E^2(t) \end{aligned} \quad (15)$$

所以有

$$\begin{aligned} (s/m)_{\text{PWF}}^2 &= D(z)/E^2(z) \\ &= \frac{D(t) \cdot D[\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{v}^H)] + D(t) \cdot E^2[\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{v}^H)] + D[\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{v}^H)] \cdot E^2(t)}{E^2(t) \cdot E^2[\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{v}^H)]} \\ &= \frac{D(t)}{E^2(t)} \cdot \frac{D[\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{v}^H)]}{E^2[\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{v}^H)]} + \frac{D(t)}{E^2(t)} + \frac{D[\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{v}^H)]}{E^2[\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{v}^H)]} \\ &= [1 + (s/m)_{(t)}^2] \cdot \frac{D[\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{v}^H)]}{E^2[\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{v}^H)]} + (s/m)_{(t)}^2 \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$(s/m)_{(t)} = \sqrt{D(t)}/E(t) \quad (17)$$

该量表征了给定图像的纹理特性, 即空间波动程度。显然对给定的一幅图像, 其空间波动程度为一个常量, 因此最小化  $s/m$  等效于最小化  $D[\text{Tr}(\mathbf{A}\mathbf{v}\mathbf{v}^H)]/\{E^2[\text{Tr}(\mathbf{A}\mathbf{v}\mathbf{v}^H)]\}$ 。可以证明<sup>[3]</sup>:

$$D[\text{Tr}(\mathbf{A}\mathbf{v}\mathbf{v}^H)] = \sum_{i=1}^q \lambda_i^2 \quad (18)$$

所以

$$\frac{D[\text{Tr}(\mathbf{A}\mathbf{v}\mathbf{v}^H)]}{E^2[\text{Tr}(\mathbf{A}\mathbf{v}\mathbf{v}^H)]} = \sum_{i=1}^q \lambda_i^2 / \left( \sum_{i=1}^q \lambda_i \right)^2 \quad (19)$$

应用拉格朗日乘法可证明: 当  $\lambda_1 = \dots = \lambda_q = 1$  时, (19) 式可取得最小。此时有

$$(s/m)_{\text{PWF}} = \sqrt{(1/q)[1 + (s/m)_{(t)}^2] + (s/m)_{(t)}^2} \quad (20)$$

由于  $\lambda_i$  为矩阵  $\mathbf{A}\mathbf{C}$  的特征根,  $i = 1, \dots, q$ 。所以适当地选取  $\mathbf{A}$  可使得  $\mathbf{A}\mathbf{C} = \mathbf{I}$ , 其中矩阵  $\mathbf{I}$  为  $q \times q$  的单位阵。显然这样的  $\mathbf{A}$  是唯一的, 从而可求得

$$\mathbf{A} = \mathbf{C}^{-1} \quad (21)$$

因此最终得到最小化相干斑的解为

$$z = \frac{1}{\sigma_{hh}} \left\{ \frac{1}{(1-|\rho|^2)} \left[ |S_{hh}|^2 - \frac{2\text{Re}(\rho \cdot S_{hh}^* \cdot S_{vv})}{\sqrt{\gamma}} + \frac{|S_{vv}|^2}{\gamma} \right] + \frac{|S_{hv}|^2}{\varepsilon_1} \right\} \quad (22)$$

这就是通常所说的单视极化白化滤波器的解。

对多视情况, 令  $\mathbf{Y}$  为极化协方差阵的观测量。又设  $\mathbf{A}$  为一个  $q \times q$  的正定 Hermite 矩阵,  $q$  为  $\mathbf{y}$  的维数。构造像素强度如下:

$$z = \text{Tr}(\mathbf{A}\mathbf{Y}) \quad (23)$$

用类似单视极化白化滤波器的推导方法可得到多视时的极化白化滤波器的解如下:

$$z = \frac{1}{\sigma_{hh}} \left\{ \frac{1}{(1-|\rho|^2)} \left[ y_{11} - \frac{2\text{Re}(\rho \cdot y_{13}^* + y_{33})}{\sqrt{\gamma}} + \frac{y_{22}}{\gamma} \right] + \frac{y_{22}}{\varepsilon} \right\} \quad (24)$$

这里  $y_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ , 是矩阵  $\mathbf{Y}$  的各个分量, 详细推导参见文献 [4]。从这里可看到极化白化滤波器仅求解得到一个强度图像, 后面可看到这里求得的实际上是 span 强度图像, 因此极化白化滤波的相干斑抑制最优, 仅仅是针对 span 强度图像而言。下面叙述改进的情况。

由于  $\mathbf{C}$  是正定的 Hermite 矩阵, 由矩阵理论有  $\mathbf{C}$  可分解为一个正定的 Hermite 矩阵与其共轭装置之积。即

$$\mathbf{C} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{G}^H \quad (25)$$

于是有  $z = \mathbf{y}^H \mathbf{A}\mathbf{y} = \mathbf{y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y} = \mathbf{y}^H (\mathbf{G} \cdot \mathbf{G}^H)^{-1} \mathbf{y} = (\mathbf{G}^{-1} \mathbf{y})^H (\mathbf{G}^{-1} \mathbf{y})$ 。

令  $\mathbf{y}_w \triangleq \mathbf{G}^{-1} \mathbf{y}$ , 于是

$$z = \mathbf{y}_w^H \mathbf{y}_w \quad (26)$$

这里  $\mathbf{y}_w$  称为极化特征观测量  $\mathbf{y}$  的白化矢量, 而矩阵  $\mathbf{G}^{-1}$  称为白化矩阵。经过推导可求得  $\mathbf{y}_w$  如下:

$$\mathbf{y}_w = \frac{1}{\sqrt{\sigma_{hh}}} \cdot \begin{bmatrix} S_{hh} \\ S_{hv}/\sqrt{\epsilon} \\ [1/\sqrt{(1-|\rho|^2)}][(S_{vv}/\sqrt{\gamma}) - \rho^* S_{hh}] \end{bmatrix} \quad (27)$$

从该公式可得到极化白化滤波后的 HH、HV、VV 图像以及相应 span 图像。容易证明: 前面求得的单视 PWF 解——(22) 式正是这里的 span 图像, 只需将  $\mathbf{y}_w$  的各个分量取模相加即可证明。

对多视情况, 令  $\mathbf{Y}$  为极化协方差阵的观测量。因为单视时得到的白化后的极化特征观测矢量为  $\mathbf{y}_{iw} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{y}_i$ , 其中  $\mathbf{y}_i$  为第  $i$  个单视极化特征观测矢量。进行多视处理有

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_w &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{y}_{iw} \mathbf{y}_{iw}^H = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{G}^{-1} \mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^H \mathbf{G}^{-H} \\ \mathbf{G}^{-1} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^H \right) \mathbf{G}^{-H} &= \mathbf{G}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{G}^{-H} \end{aligned} \quad (28)$$

这里  $\mathbf{Y}_w$  表示白化了的极化协方差阵的观测量。从该公式可得到极化白化后的 HH、HV、VV 极化通道图像以及相应 span 图像。同样可证明: 前面求得的多视 PWF 解——(24) 式正是这里的 span 图像, 只需将  $\mathbf{Y}_w$  的对角分量相加即可证明, 因为  $\mathbf{Y}_w$  的三个对角分量  $y_{11}$ 、 $y_{22}$ 、 $y_{33}$  分别对应着 HH、HV、VV 极化通道的强度图。

由于多视处理不改变均值, 但标准差降低原值的  $1/\sqrt{N}$ , 所以其 span 图像的相干斑强度度量为

$$\begin{aligned} (s/m)_{\text{MPWF}} &= (1/\sqrt{N})(s/m)_{\text{PWF}} \\ &= (1/\sqrt{N}) \sqrt{(1/q)[1 + (s/m)_{(t)}^2] + (s/m)_{(t)}^2} \end{aligned} \quad (29)$$

对均匀场景, 由于  $(s/m)_{(t)} = 0$ , 所以

$$(s/m)_{\text{MPWF}} = 1/\sqrt{Nq} \quad (30)$$

这是非自适应 MPWF 对 span 强度图进行相干斑抑制所能达到的最小理论值。

## 4 实验结果和结论

实验所使用的数据是两个多视(约 5.23 视)、四极化通道、香港地区的原始图像数据, 只是波段不同, 一个是 L 波段, 一个是 C 波段, 分辨力都是  $25\text{m} \times 25\text{m}$ 。所选择的场景为海洋, 场景大小为  $400 \times 400$  像素的图像区域。在自适应方式时, 使用的窗口尺寸为  $31 \times 31$ , 其协方差矩阵参数的提取是在滑动窗口内提取的, 而非自适应方式则在整个图像范围内提取参数。

从表 1 的数据可看出: 两个波段非自适应极化白化滤波的 span 强度图像的相干斑抑制都得到了较好的效果, 接近最小理论值; 而自适应极化白化滤波 span 强度图像的相干斑抑制效果又要更好一些, 甚至比非自适应的最小理论值还要小些, 如 C 波段 span 强度图像的  $s/m$  实测值比最小理论值要小。这是因为这个最小理论值仅适用于非自适应情况, 而自适应时, 由于加

波段	滤波方法	HH 强度图	HV 强度图	VV 强度图	span 强度图	最小理论值
L	原始图像	0.404	0.4186	0.404	0.3936	
	PWF	0.404	0.4186	0.3858	0.278	0.2522
	APWF	0.3947	0.369	0.34	0.2556	
C	原始图像	0.425	0.3865	0.4235	0.41	
	PWF	0.425	0.3865	0.32655	0.26345	0.2522
	APWF	0.4047	0.36425	0.3095	0.23938	

窗处理, 其最小理论值与窗口大小有关, 该值较难推导, 故在表 1 中未给出。不过从这里可看出, 自适应时  $s/m$  的最小理论值比非自适应时要小。

从表 1 可看到, 极化白化滤波对各个极化通道强度图像的相干斑抑制效果并不佳, 这是因为该方法是针对 span 强度图像进行白化处理, 因此仅仅 span 强度图像得到了较好的相干斑抑制, 而各个极化通道强度图像的相干斑未得到较好的抑制甚至就没有任何抑制, 如 HH 通道就未得到任何的改进, 仅 VV 通道得到一定的抑制。对这一问题的改进可参见以后文章。至于 HV 极化通道没有抑制效果, 是因为假设了交叉极化分量与同相极化分量之间没有耦合, 而极化白化滤波方法要利用极化通道间的相关性来进行处理的, 因此 HV 通道没得到滤波。另外, 我们截取了 C 波段整个图像的一部分进行了极化白化滤波, 并采用对数量化方法得到了几幅 span 强度图, 见图 1。

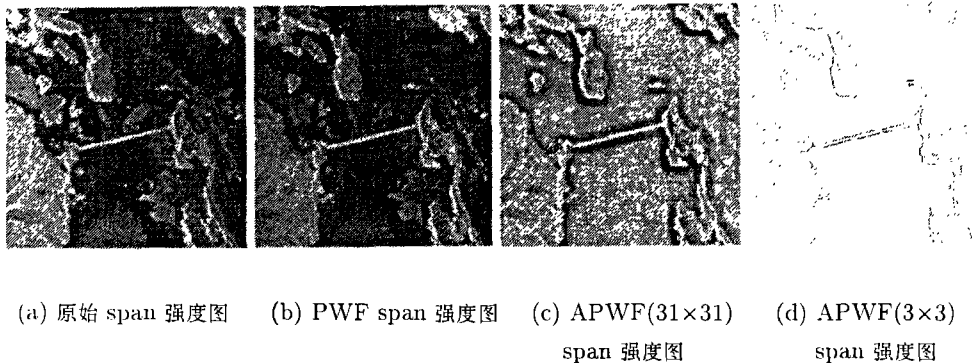


图 1

从图 1 可看出, 对弱后向散射区域的表达, 自适应方式比非自适应要好得多, 例如海洋区域在图 1(c) 中就较为明显。这是由于在非自适应方式时, 由于参数提取是在整个图像区域中进行, 因此弱后向散射区域的信息被强后向散射区域的信息所掩盖; 而自适应方式, 由于局部窗口的使用, 使得局部信息得以突出, 从而弱后向散射信息被保留下来。当滤波窗口尺寸很小时, 由于提取参数的点不够多, 使得参数的估计不准确, 从而滤波后图像信息有损失, 但由于滤波窗口小, 起到了高通滤波器的作用。从而图像的边缘较好的突出出来; 反之, 当滤波窗口较大时, 则会类似于非自适应滤波方式。因此只要滤波窗口的大小选择得当, 弱后向散射信息可保留下来同时边缘信息也可得到较好的保护。图 1(d) 是窗口为  $3 \times 3$  时 APWF 的 span 强度图, 该图几乎只保留了轮廓边缘的信息。

## 参 考 文 献

- [1] N. R. Goodman, Statistics analysis based on a certain multivariate complex Gaussian distribution (An introduction), Annals of Mathematical Statistics, 1963, 34(3), 152-177.

- [2] L. M. Novak, M. B. Schtin, M. J. Cardullo, Studies of target detection algorithms that use polarimetric radar data, *IEEE Trans. on Aerop. Electron. Syst.*, 1989, AES-26(2), 150-165.
- [3] L. M. Novak, M. C. Burl, Optimal speckle reduction in polarimetric SAR imagery, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 1990, AES-26(2), 293-305.
- [4] Guoqing Liu, Shunji Huang, A. Torre, F. Rubertone, Optimal multi-look polarimetric speckle reduction, in *Proc. IGARSS'95 Symp.*, Firenze, Italy, 1995, 664-666.

## SPECKLE REDUCTION OF POLARIMETRIC SAR— POLARIMETRIC WHITENING FILTER

Pi Yiming    Zou Qi    Huang Shunji

*(Department of Electronic Engineering, UEST of China, Chengdu 610054, China)*

**Abstract** Speckle reduction is the primary problem of SAR (Synthetic Aperture Radar) and polarimetric SAR imagery post-processing. Because the optimal polarimetric coherent speckle filtering—Polarimetric Whitening Filtering (PWF) has the drawback of only outputting a intensity image, this paper improves on it and get all polarimetric channel intensity images.

**Key words** SAR, Coherent speckle, PWF

皮亦鸣: 男, 1968 年生, 副教授, 研究方向主要是雷达成像和导航系统.  
邹 琪: 男, 1972 年生, 硕士生, 研究方向主要是雷达成像和导航系统.  
黄顺吉: 男, 1932 年生, 教授, 研究方向主要是雷达系统和信号处理.