第10卷 第3期　　电子科学学刊　　Vol. 10, No. 3
1988年5月　　JOURNAL OF ELECTRONICS　　May, 1988

对运动光波导传播特性的研究*

金恩培　　盖云英
(哈尔滨工业大学,哈尔滨)

摘要　本文提出用 Lorentz 变换的方法来解决运动光波导的传播问题．且在实验室参照系中得出 TE 模的传播特性．

关键词　光波导传播特性;运动光波导;Lorentz 变换

1. 引言

用相对论来研究运动介质的电动力学问题，近年来受到人们的广泛注意． 这不仅因为它在一般电磁波传播方面的特殊地位，也是因为它近来在高能粒子束实验中以及在光波导传播方面都有着明显的实际意义[1,2]．

本文不采用通常的实验室参照系来直接处理运动介质的电磁波传播的方法，而是从对介质，即对光波导相对静止的参照系得到的熟知的结论，再采用 Lorentz 变换的方法直接得出匀速运动的光波导的传播特性，从而使问题大为简化．

2. 光波导特性

我们以最简单的平板介质光波导为例来进行研究，其结构如图1所示。

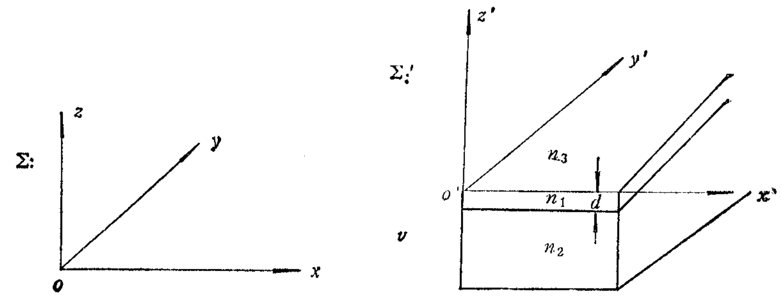

图1　两种坐标系的选择和光波导结构

我们建立两种惯性参照系 Σ 和 Σ'． Σ 为实验室参照系，Σ' 为建立在光波导上的运动坐标系．导波层厚度为 d，折射率为 n_1，衬底折射率为 n_2，假如光波导周围为真空，则 $n_3=1$．光波导沿 ox 轴以 v 相对 Σ 匀速运动，光波亦沿此方向传播．

先写出平面光波导在 Σ' 中的传播特性[3]，其传播因子为 $e^{i(\omega' t'-\beta' x')}$，$\omega'$ 和 β' 分别为光波在 Σ' 中的角频率和传播常数．光波传播时假定在 y' 方向无限制，即 $\partial/\partial y'=0$，则电场和磁场强度可表达为:

---

* 1986年11月21日收到，1987年4月22修改定稿．

$$\mathscr{E}' = E'(z')e^{i(\omega't'-\beta'x')} \tag{1}$$

$$\mathscr{H}' = H'(z')e^{i(\omega't'-\beta'x')} \tag{2}$$

且满足 Maxwell 方程:

$$\nabla \times \mathscr{E}' = -\frac{\partial \mathscr{B}'}{\partial t'} \tag{3}$$

$$\nabla \times \mathscr{H}' = \frac{\partial \mathscr{D}'}{\partial t'} \tag{4}$$

$$\nabla \cdot \mathscr{D}' = 0 \tag{5}$$

$$\nabla \cdot \mathscr{B}' = 0 \tag{6}$$

物质方程具有下列形式:

$$\mathscr{B}' = \mu_0 \mathscr{H}' \text{(取介质光波导 } \mu_r = 1) \tag{7}$$

$$\mathscr{D}' = \varepsilon_r \varepsilon_0 \mathscr{E}' \tag{8}$$

μ_0, ε_0 为真空中磁导率和介电常数, μ_r, ε_r 为相对磁导率和介电常数,且 $\varepsilon_r = n^2$. $\mathscr{B}'$ 和 $\mathscr{D}'$ 为磁感应强度和电位移矢量.

为简便起见,我们仅讨论 TE 模,即 $E'_{x'} = 0$, $E'_{z'} = 0$, $H'_{y'} = 0$. 通过解 Maxwell 方程可得到 $E'_{y'}$ 的本征方程:

$$\frac{\partial^2 E'_{y'}}{\partial z'^2} + (n^2 k'^2 - \beta'^2)E'_{y'} = 0 \tag{9}$$

其中 $k'^2 = \omega'^2 \varepsilon_0 \mu_0$. 由此求得不同区域中的 $E'_{y'}$ 后,再由关系式

$$H'_z = -\frac{i\beta'}{\omega'\mu_0} E'_{y'}, \quad H'_{x'} = \frac{i}{\omega'\mu_0} \frac{\partial E'_{y'}}{\partial z'}$$

可得到 TE 模的解.

利用 $H'_{z'}$, $E'_{y'}$, $H'_{x'}$ 在 $z' = 0$ 和 $z' = -d$ 处连续条件,则可得到下述本征值方程:

$$\tan Kd = K(\alpha + \delta)/(K^2 - \alpha\delta) \tag{10}$$

其中

$$K = (n_1^2 k'^2 - \beta'^2)^{1/2}$$

$$\alpha = (\beta'^2 - n_3^2 k'^2)$$

$$\delta = (\beta'^2 - n_3^2 k'^2)$$

由上述在 Σ' 中得到的结论,用 Lorentz 变换在 Σ 中观察光波导的传播特性. 用下述相对论对电磁场变换中得出的结论[4]:

$$\left.\begin{aligned} x' &= \gamma(x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

其中 $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$, c 为真空中光速.

$$\left.\begin{aligned} E_x &= E'_{x'} \\ E_y &= \gamma(E'_{y'} + vB'_{z'}) \\ E_z &= \gamma(E'_{z'} - vB'_{y'}) \\ B_x &= B'_{x'} \\ B_y &= \gamma\left(B'_{y'} - \frac{v}{c^2}E'_{z'}\right) \\ B_z &= \gamma\left(B'_{z'} + \frac{v}{c^2}E'_{y'}\right) \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

和

$$\left.\begin{aligned} D_x &= D'_{x'} \\ D_y &= \gamma\left(D'_{y'} + \frac{v}{c^2}H'_{z'}\right) \\ H_x &= H'_{x'} \\ H_y &= \gamma(H'_{y'} - vD'_{z'}) \\ H_z &= \gamma(H'_{z'} + vD'_{y'}) \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

由上述变换可直接得到下述一些结论:

(1) 模式不变性　在 Σ' 中对于 TE 模有: $E'_{x'} = 0$, $E'_{z'} = 0$, $H'_{y'} = 0$. 由上述关系可得到: $E_x = 0$, $E_z = 0$, $H_y = 0$. 故在 Σ 中测量的光波仍为 TE 模. 同样, 对 TM 模亦然.

(2) 本征值方程不变性　由 Σ' 中得到的 TE 模的解 $E'_{y'}, H'_{x'}$ 及 $H'_{z'}$, 由上述变换关系变换到 Σ 中去可得到:

$$E_y = \gamma\left(1 - \frac{v\beta'}{\omega'\mu_0}\right)E'_{y'}E_y$$

由于 E_y 与 $E'_{y'}$ 只相差一个比例常数,所以由边界值条件得到的本征值方程亦应为:

$$\tan Kd = K(\alpha + \delta)/(K^2 - \alpha\delta) \tag{14}$$

(3) Σ 中的角频率 ω 和传播常数 β 与 Σ' 中的 ω' 和 β' 之间的关系　由于

$$\begin{aligned} \mathscr{E}_y &= E_y e^{i(\omega t - \beta x)} \\ &= \gamma\left(1 - \frac{v\beta'}{\omega'\mu_0}\right)E'_{y'}e^{i\left[(\omega'\gamma + \gamma\beta' v)t - \left(\frac{\omega'\gamma v}{c^2} + \gamma\beta'\right)x\right]} \end{aligned}$$

由此得到关系式:

$$\begin{cases} \omega = \gamma(\omega' + \beta' v) \\ \beta = \gamma\left(\beta' + \dfrac{\omega' v}{c^2}\right) \end{cases} \tag{15}$$

于是得出: $\beta' = \beta/\gamma - \omega' v/c^2$, 将此关系代入本征值方程,可得到在 Σ 中测量的关于 β 的本征值方程. 与静止波导的情况一样,通过讨论此方程可得到波导模传播的结论.

(4) 本征方程之间的变换关系　在 Σ' 中的本征方程为:

$$\frac{\partial^2 E'_{y'}}{\partial z'^2} + (n^2 k'^2 - \beta'^2)E'_{y'} = 0$$

由(15)式可解得:

$$\left.\begin{aligned} \omega' &= \gamma(\omega - \beta v) \\ \beta' &= \gamma\left(\beta - \frac{\omega v}{c^2}\right) \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

代入(9)式中，再将 Σ' 中的量变换到 Σ 中去，则可得到在 Σ 中可满足的 E_y 的本征方程：

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + \left[n^2\gamma^2\varepsilon_0\mu_0(\omega - \beta v)^2 - \gamma^2\left(\beta - \frac{\omega v}{c^2}\right)^2\right]E_y = 0 \tag{17}$$

此方程直接由 Σ 中的 Maxwell 方程和复杂形式的物质方程同样可得到，但相当繁琐.

3. 运动光波导传播特性

由于在 Σ 系统中光波导(介质)处于运动状态，因此物质方程不具有(7)，(8)式的简单形式，这样直接在 Σ 中解 Maxwell 方程，处理运动光波导的传播问题显然就变得十分繁琐. 如果在 Σ' 中求解，由于光波导(介质)相对于 Σ' 静止，物质方程(7)，(8)成立，由此可用熟知的方法直接得出各种结论，然后用相对论的结论直接变换到 Σ' 中去，便显得简单、明瞭.

对于折射率随 z' 连续变化的各种光波导，即 $n = n(z')$，有时在 Σ' 中求精确解也是很困难的，通常采用近似方法[5]. 如在运动状态下，在 Σ 中直接求解，则显得更复杂. 但只要采用本文的解法，同样可简单地得到在 Σ 中观察到的各种传播特性.

参　考　文　献

[1] B. M. Bolotovskii, *Sov. Phys. Usp,* **17**(1975), 875.
[2] F. Kh. Baibulalov, *Opt. Spectrosc,* **58**(1985), 803.
[3] D. Marcuse, Theory of Dielectric Optical Waveguides, Academic Press, New York, 1974, p. 9.
[4] W. G. V. Rosser, Classical Electromagnetism Via Relativity Plenum, New York, 1968, p. 157.
[5] D. Marcuse, *IEEE J. of QE,* **QE-9**(1973), 1000.

STUDY OF BEHAVIORS OF WAVE PROPAGATION IN MOVING OPTICAL WAVEGUIDES

Jin Enpei,　Gai Yunying

(Harbin Institute of Technology, Harbin)

ABSTRACT　The problem of wave propagation in moving optical waveguide is solved by using the Lorents transformation, that is, the solutions of the problem are derived first in the reference frame in which the optical waveguide is at rest, next the obtained results are transformed into laboratory frame, and then the behaviors of wave propagation in moving optical waveguide are deduced.

KEY WORDS　Propagation behaviors of optical waveguide; Moving optical waveguide; Lorentz transformation