

# 电磁波在光栅表面上反射和衍射的 理论研究

杨荣生 郭开周 宋文森

(中国科学院电子学研究所,北京)

**摘要** 本文从严格的场匹配方法出发,对电磁波在矩形截面光栅上的反射和衍射进行了理论研究.对这种光栅作为频率扫描天线的计算显示,不论满足或不满足布喇格条件,在较宽的角度范围内入射,经调节槽宽和槽深都可获得理想的耀射.对于不满足布喇格条件,在两个互易角中较大的一个入射时,-1次衍射波有较高的效率和较宽的频带.而对这种光栅作为奥罗管中反射镜的特性的理论计算指出,它具有极宽的频带.同时本文还给出了不同频率平面波垂直入射时的等效光栅位置,以及电磁波在光栅表面反射时所引起的相位改变.

**关键词** 频率扫描天线;光栅;-1次衍射波效率;奥罗管;反射功率;等效光栅位置

## 一、引言

光栅在光学中可以作为一种衍射元件,在常规微波管中可以作为一种慢波系统(梳齿慢波线),这是大家熟知的.最近的一些理论和实验研究表明,利用电磁波在光栅表面上的衍射,可以使光栅成为一种很好的频率扫描天线.(frequency scan antenna).这类光栅有矩形截面的<sup>[1,2]</sup>、三角形截面的<sup>[3]</sup>.1989年还发表了文章介绍光刻结构的光栅<sup>[4,5]</sup>.本文用严格的场匹配方法求解矩形截面光栅的电磁场问题,对文献[1]的研究作了进一步的探讨.与文献[1]一样,只讨论TM波.我们得到了文献[1]的结果,即在入射角不等于布喇格角时,也可能使反射波强度趋于零,从而使离开光栅的能量集中到衍射波里.同时,我们的理论计算显示,对任意入射角都可通过改变槽宽和槽深来使反射波强度趋于零;并且只有在两个互易角中较大的一个角上入射时,才能使衍射效率较高.另外,计算结果还显示,反射和衍射对光栅尺寸的变化很敏感.

奥罗管(orotron)在产生宽频带中、小功率以及窄频带高功率毫米波、亚毫米波方面显示出了一定的生命力<sup>[6-10]</sup>.光栅是奥罗管中的关键部件.本文的计算指出,光栅作为奥罗管中的反射镜,确实有极宽的频带.讨论奥罗管准光腔的理论分析文章,由于整个边界条件的复杂性,都把反射镜之一的光栅作为一个光滑面来处理.在讨论器件时,又把光栅等效成一个离开实际光栅表面一定距离的平面<sup>[11]</sup>,但未能给出这一等效距离的具体值.本文给出了平面波垂直入射时的等效光栅位置,以及电磁波在光栅表面上反射时所引起

的相位改变的理论计算曲线。

矩形截面光栅作为梳齿慢波线时的特性(色散、阻抗)也能从本文的理论分析导出。

## 二、理论推导

分析结构如图 1 所示。忽略光栅材料的损耗,并假设光栅在  $x, y$  两个方向无限展开,即忽略边缘效应。一强度为 1 的 TM 平面波以角度  $\theta$  入射到光栅表面。把空间分成 2 个区域, I 区和 II 区。

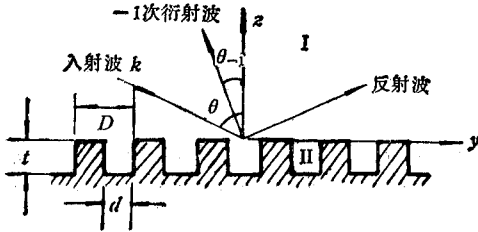


图 1 入射波在光栅上的反射和衍射

项代表各次衍射波和沿光栅表面传播的各次慢波。

根据麦氏关系,磁场可表示为

$$H_x^I(y, z) = -\frac{\omega \epsilon}{k \cos \theta} e^{iky \sin \theta} \cdot e^{-ikz \cos \theta} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{2n} \frac{\omega \epsilon}{k_{\beta_{2n}}} e^{i\beta_{2n} y} \cdot e^{ik_{\beta_{2n}} z} \quad (2)$$

II 区的场由下面式子表示

$$E_y^{II}(y, z) = \sum_{i=0}^{\infty} \left[ B_{2i} \cos \left( \frac{2s\pi}{d} y \right) \right] \frac{\sin [\xi_{2i}(z+t)]}{\sin (\xi_{2i} t)} \quad (3)$$

$$H_x^{II}(y, z) = -\sum_{i=0}^{\infty} j\omega \epsilon \left[ B_{2i} \cos \left( \frac{2s\pi}{d} y \right) \right] \frac{\cos [\xi_{2i}(z+t)]}{\xi_{2i} \cdot \sin (\xi_{2i} t)} \quad (4)$$

式中,  $\xi_{2i} = j \sqrt{(2s\pi/d)^2 - k^2}$ ,  $\xi_{20} = k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $A_{2n}$  和  $B_{2i}$  为待定系数。

在两个区域的分界面  $z=0$  处,将电磁场匹配,并利用矩量法<sup>[12]</sup>,最后可得下列公式<sup>[13]</sup>:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} X(m, n) A_{2n} = C(m), \quad (m = -\infty, \dots, -1, 0, +1, \dots, +\infty) \quad (5)$$

$$X(m, n) = \frac{j}{d} k \operatorname{tg}(kt) \frac{1}{k_{\beta_{2n}}} b(0, m) b(0, n) + \frac{2j}{d} \frac{1}{k_{\beta_{2n}}} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \xi_{2i} \operatorname{tg}(\xi_{2i} t) b(s, m) b(s, n) - D \cdot \delta_{mn} \quad (6)$$

$$C(m) = (j/d) k_0 \operatorname{tg}(kt) b(0, m) b(0, 0) / (k \cos \theta) + \sum_{i=1}^{\infty} b(s, m) b(s, 0) (2j/d) \xi_{2i} \operatorname{tg}(\xi_{2i} t) / (k \cos \theta) + D \cdot \delta_{m,0} \quad (7)$$

而

$$b(s, m) = (-1)^{s+1} \cdot 2\beta_{2m} \cdot \sin\left(\beta_{2m} \cdot \frac{d}{2}\right) / [(2s\pi/d)^2 - \beta_{2m}^2] \quad (8)$$

$$\delta_{m,n} = \begin{cases} 0, & \text{当 } m \neq n \text{ 时} \\ 1, & \text{当 } m = n \text{ 时} \end{cases}$$

由上面方程组可求出反射波, 衍射波以及光栅表面各次慢波的强度。

### 三、数值计算结果

图 2 曲线 1 为按文献 [1] 所给光栅尺寸计算得到的反射功率随入射角变化的曲线。由图 2 可见, 在满足布喇格条件的角度 ( $\theta \approx 39^\circ$ ) 上入射时, 反射功率最小。稍微改变光栅尺寸, 得到反射功率随入射角变化的关系如曲线 2 所示。在两个不满足布喇格条件的人射角度上 (彼此为互易角) 出现了反射极小。进一步微小调节一下光栅尺寸, 结果如曲线 3 所示, 在这两个角度上入射的反射波强度几乎趋于零。这表明反射波对光栅尺寸的变化很敏感。图 3 中两条曲线显示, 当入射波在对应图 2 曲线 3 的两个角度 (分别为  $61.2^\circ$  和  $22.7^\circ$ ) 入射时, 其 -1 次衍射波归一化功率, 亦即衍射效率随入射波频率的变化关系。由图可见, 当入射波以两个互易角中的较大角度  $61.2^\circ$  入射时, 扫描角度范围可达  $50^\circ$ , 相对带宽可达 40%, 角度分辨率约为  $2^\circ/\text{GHz}$ , 相应的衍射效率在 90% 以上。在某一频率上, 衍射效率趋于 100%, 从而形成理想耀射。大量计算结果表明, 对于任意角度入射的 TM 波, 都可通过改变光栅的槽宽和槽深, 使反射波强度趋于零。图 4(a) 给出的情况显示, 甚至在接近于  $90^\circ$  入射时, 仍可得到非常小的反射。在相应的两个互易角度上入射时, 其 -1 次衍射波效率如图 4(b) 所示, 同样是在较大的角度入射时, 衍射效率较高, 不过频带不如图 3 的宽。以上是在不满足布喇格角的角度上入射时, 得到的反射波强度趋于零的情况。图 5(a) 的光栅尺寸, 使在布喇格角入射时, 反射波强度趋

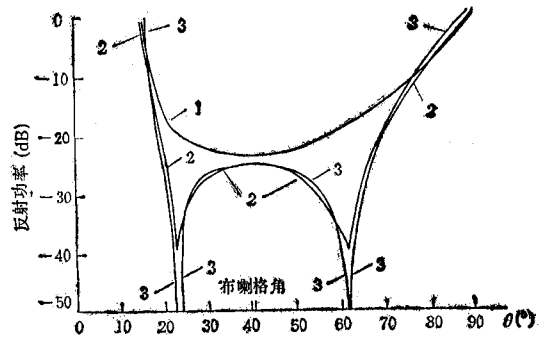


图 2 TM 入射波产生的反射波归一化功率与入射角的关系 (频率  $f = 35\text{GHz}$ )

光栅尺寸: 曲线

- 1:  $D = 6.767\text{mm} = 0.79\lambda$   $d = 4.454\text{mm} = 0.52\lambda$ ,  
 $t = 2.227\text{mm} = 0.26\lambda$ ; 2:  $D = 6.784\text{mm}$ ,  $d = 4.5\text{mm}$ ,  
 $t = 2.035\text{mm}$ ; 3:  $D = 6.784\text{mm}$ ,  $d = 4.58\text{mm}$ ,  
 $t = 2.035\text{mm}$

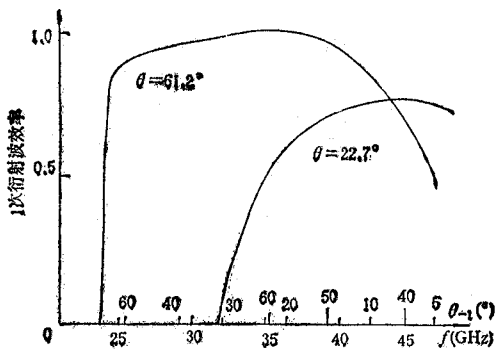


图 3 TM 入射波产生的 -1 次衍射波的效率与入射波频率的关系 (横坐标上还给出了相应的 -1 次衍射波的衍射角  $\theta_{-1}$ )

光栅尺寸与图 2 中的曲线 3 同

的反射波强度趋于零的情况。图 5(a) 的光栅尺寸, 使在布喇格角入射时, 反射波强度趋

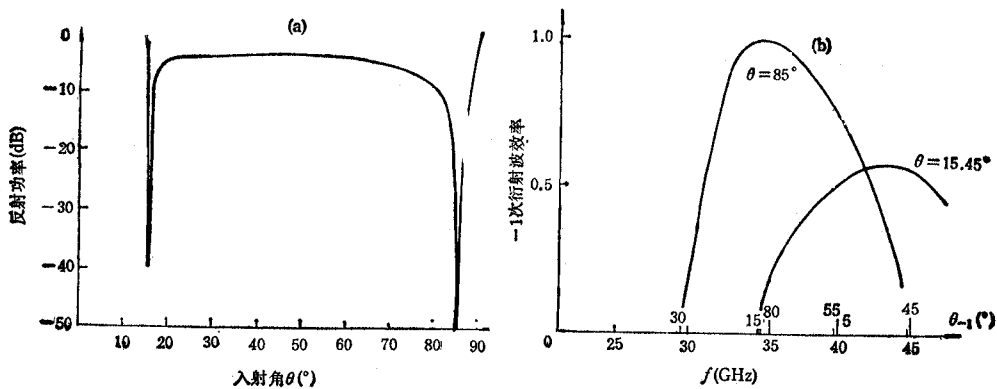


图 4 经调节光栅尺寸使大角度入射时反射趋于零情况的曲线

光栅尺寸:  $D = 6.784\text{mm}$ ,  $d = 5.295\text{mm}$ ,  $t = 5.355\text{mm}$

(a) 反射波与入射角的关系(频率  $f = 35\text{GHz}$ )

(b) 对应 (a) 中两个互易角入射时 -1 次衍射波与入射波频率的关系

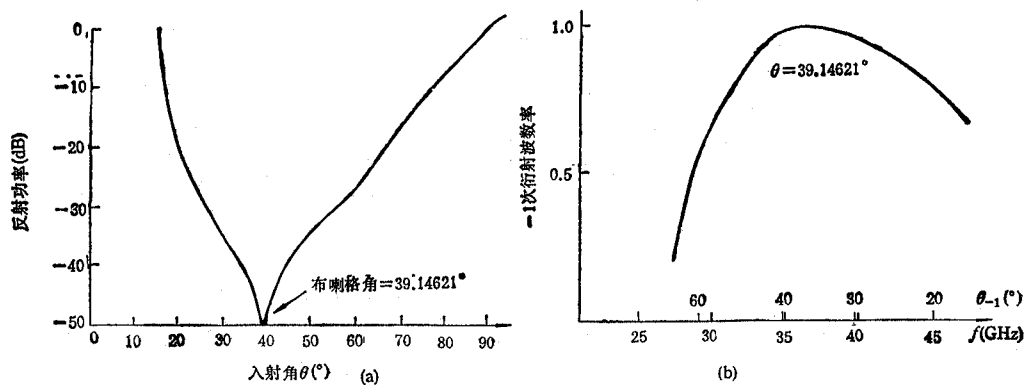


图 5 经调节光栅尺寸使布喇格角入射时反射趋于零情况的曲线

(a) 反射波与入射角的关系(频率  $f = 35\text{GHz}$ )

光栅尺寸:  $D = 6.784\text{mm}$ ,  $d = 4.454\text{mm}$ ,  $t = 2.12\text{mm}$

(b) -1 次衍射波与入射波频率的关系(注: 纵坐标中的效率应是效率)

光栅尺寸:  $D = 6.784\text{mm}$ ,  $d = 4.58\text{mm}$ ,  $t = 2.035\text{mm}$

于零. 图 5(b) 为固定布喇格角入射时, 相应的 -1 次衍射波的衍射效率随频率的变化曲线. 可以看到, 频率也不如图 3 情况的宽, 此时两互易角合二为一. 我们也计算了在  $\theta = 0^\circ$  上入射时, 调节光栅尺寸使反射波趋于零的情况, 此时 -1 次衍射波的衍射效率较小, 不宜作为频率扫描天线.

对于光栅作为奥罗管中的反射镜, 我们按文献[6—9]所给尺寸进行了计算. 这里仅给出垂直入射和倾斜入射的两个例子, 如图 6 所示. 由图可见, 垂直入射时确实具有非常宽的频带, 在频带内反射波归一化功率非常接近于 1. 倾斜入射时的频带窄一些. 由图还可看到, 当频率高到一定的数值时, 反射波功率会下降, 并作起伏很大的变化.

图 7(a) 是在归一化反射波功率趋于 1 的频带内, 计算得到的垂直入射平面波经过光栅反射后的相位改变随入射波频率的变化曲线. 这条曲线近似于余弦平方的形式, 相位变化在  $0-180^\circ$  范围内. 图 7(b) 给出了相应的等效光栅位置随入射波频率的变化关系, 也

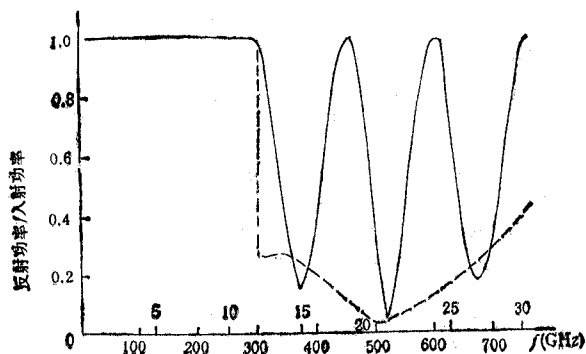


图6 TM波在不同入射角度时反射波与频率的关系

实线 ( $\theta = 0^\circ$ ), 光栅尺寸:  $D = 0.99\text{mm}$ ,  $d = 0.316\text{mm}$ ,  $t = 0.99\text{mm}$ , ( $f$ 用上标度)  
 虚线 ( $\theta = 53^\circ$ ), 光栅尺寸:  $D = 14.0\text{mm}$ ,  $d = 8.0\text{mm}$ ,  $t = 3.0\text{mm}$ , ( $f$ 用下标度)

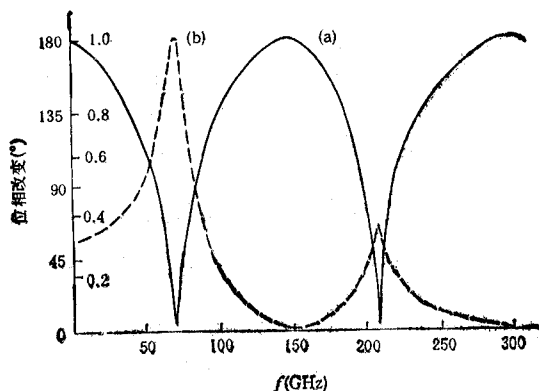


图7 (a) TM波垂直入射经光栅反射后的相位改变与频率的关系

(b) TM波垂直入射时等效光栅位置与频率的关系

光栅尺寸:  $D = 0.99\text{mm}$ ,  $d = 0.316\text{mm}$ ,  $t = 0.99\text{mm}$

是一条随频率起伏变化的曲线。从图中可看出,对于所给尺寸,等效光栅位置与光栅顶端之间有零点几毫米的距离。

在本文的计算中,对  $s$  求和取前 10 项,对  $n$  的求和取前 10 项或前 100 项,其误差一般都不超过 3%。

## 四、结 论

本文采用了严格的场匹配方法,所得结果可以用于求解各种情况下平面电磁波在矩形截面光栅上入射时的反射波和衍射波。当矩形截面光栅作为频率扫描天线时,我们的计算结果支持了文献[1]的观点,并指出只要通过仔细调节槽宽和槽深,当入射波在布喇格角和非布喇格角入射时,都能使反射波强度趋于零,而且只有在两个互易角中较大的一个上入射时,  $-1$  次衍射波效率才较高,频带才较宽。当矩形截面光栅作为奥罗管中的反射

镜时, 我们的计算得到了一个有意义的参量——等效光栅位置。同时本文也给出了垂直入射平面电磁波在光栅表面反射时的相位改变。

### 参 考 文 献

- [1] E. V. Jull, N. C. Beaulieu, An Unusual Reflection Grating Behaviour Suitable for Efficient Frequency Scanning, in 1980 IEEE Antennas Propagat., Soc. Symp. Dig., PQ, Canada, pp. 189—191.
- [2] A. Hessel, J. Schmoys, D. Y. Tseng, *J. Opt. Soc. Am.*, **65**(1975)4, 380—384.
- [3] E. V. Jull, N. C. Beaulieu, D. C. W. Hui, *J. Opt. Soc. Am., A*, **1**(1984)2, 180—182.
- [4] F. S. Johansson, *IEEE Trans. on AP*, **AP-37**(1989)8, 996—1002.
- [5] F. S. Johansson, L. G. Josefsson, T. Lorentzon, *IEEE Trans. on AP*, **AP-37**(1989)8, 984—989.
- [6] V. K. Korneev, et al., *Radiophys. Quantum Electronics*, **20**(1977)2, 197.
- [7] K. Mizuno, S. Ono, Y. Shibata, A New Electron Tube with a Perot Resonator for the Generation of Millimeter and Submillimeter Waves, Proc. of the Symp. on Submillimeter Waves, New York, N. Y., March 31, April 1, 2, (1970), pp. 115—134.
- [8] D. E. Wortman, et al., *IEEE J. of QE*, **QE-17**(1981)8, 1341—1348.
- [9] A. Ф. Александров и Друзие, *Радиотехника и Электроника*, **28**(1983) 4, 763—766.
- [10] 陈嘉钰等, 成都电讯工程学院学报, **15**(1986)3, 第1—9页.
- [11] 郭开周, 宋文淼, 电子科学学刊, **10**(1988)1, 35—41.
- [12] 宋文淼, 高等电磁场理论, 中国科学技术大学研究生院讲义. 1986年.
- [13] 杨荣生, 梳齿结构(光栅)作为慢波系统和奥罗管中辐射系统时的特性的研究, 中国科学院电子学研究所硕士学位论文, 1989年7月.

## THEORETICAL STUDIES OF REFLECTION AND DIFFRACTION OF EM WAVE BY GRATING

Yang Rongsheng Guo Kaizhou Song Wenmiao

(Institute of Electronics, Academia Sinica, Beijing)

**Abstract** The electromagnetic field problem of a rectangular grating illuminated with TM wave is studied theoretically by means of rigorous field-matching and moment method. The numerical calculations show that the grating, as a frequency scan antenna, can produce perfect blazing in a wide range of incident angle only through adjusting the size of width and depth of the groove no matter Bragg condition is satisfied or not. Higher efficiency and broader frequency band of  $-1$  order diffraction wave can be achieved only at the larger reciprocal incident angle. And very broad frequency band can be expected when the grating is employed as a reflecting mirror in an orotron. The effective grating position and phase change of reflection wave by grating are also numerically presented.

**Key words** Frequency scan antenna; Efficiency of  $-1$  order diffraction wave; Orotron; Reflection power; Effective grating position