

# 一种基于非平稳性分析的虚假定位点识别方法<sup>1</sup>

冯道旺 徐欣 周一宇 卢启中

(国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

**摘 要** 该文分析了运动无源定位系统中虚假定位点的发散特性, 得出虚假定位点是具有趋向性均值的非平稳过程这一结论。在此基础上提出一种基于非平稳性检验的虚假定位点逆序检验方法, 在较大测量误差条件下, 这一方法能够比传统方法更加可靠和迅速地识别出虚假的定位点, 而且具有较好的操作性。仿真证明了文章的观点。

**关键词** 无源定位, 非平稳随机过程, 虚假定位

**中图分类号** TN96

## 1 引 言

无源定位中产生虚假定位的原因有许多: 非线性定位方程组求解有多个根时出现的定位模糊; 复杂信号环境下错误的信号分选和配对过程所诱发的虚警现象; 另外, 系统本身存在的模糊测量问题, 如相位干涉仪的测角模糊、时差定位中的高重频问题等, 也会导致虚假的定位结果。

定位出现的虚假点, 通常可采用优化布站、增加观测站或测量参数等方法来减少或排除<sup>[1]</sup>。对于运动平台上的定位系统, 如机载、舰载或星载的定位系统, 其虚假定位有一个特点: 在连续观测的时间段内目标位置可近似不变时, 虚假定位点却随着观测器位置的移动而发散。由此传统上认为通过定位点的变化方差即可将虚假点检测和排除。然而, 当定位误差较大或虚假定位发散相对不明显时, 以定位点发散的大小实际上是难以区别虚假点和真实点的。考虑到观测器一般都有较为规则的运动, 因此定位曲面的变化也应该是连续规则的, 可以推测虚假定位点的发散必然有一定趋势。而真实定位点的变化仅受到测量误差的影响, 是一个近似平稳的随机过程。因此, 通过对连续观测定位点的平稳性分析, 应该可以更可靠和迅速地发现并排除虚假的定位点。文章正是基于这点, 提出一种新的解决虚假定位识别问题的方法。

## 2 虚假定位点的发散特性分析

正如前面指出的, 观测器连续规则的运动对固定目标虚假定位点的变化起到了特定的“调制”作用, 使之蕴含一定的趋势。为了更清楚地阐述这一问题, 下面举一个星载时差定位的例子。

假设空间轨道上的三个运动观测站对地面的静止目标进行时差定位。对同一辐射源信号, 由这三个观测站可以形成两个独立的半边双曲面, 与地面一起构成定位必需的三个曲面。从定位原理图(图 1)看出, 这三个曲面的交点可能有两个, 其中的一个必然是虚假定位点<sup>[1]</sup>。

当辐射源位置固定或近似为固定时, 虚假定位点由于观测站的运动将出现发散。图 2 是在观测误差为零的条件下, 对固定目标连续定位所得的真实点和虚假点轨迹。传统上通过定位点的变化方差识别虚假的定位。文献 [2]、文献 [3] 却表明, 存在观测误差时, 即使是真实定位点, 在某些区域上也可能散布很大; 而虚假定位点的发散程度与观测器的运动及其出现位置也有很大的关系。图 3 在图 2 的定位过程中引入了 30ns 的 TOA(Time Of Arrival) 测量误差。可见, 真实定位点的散布方差已经超过了虚假定位点。图 3(b)、图 3(c) 和图 3(d) 更明显地表明, 虚

<sup>1</sup> 2001-05-18 收到, 2001-11-30 定稿

假定位点的发散具有某种变化的趋势。由于这种趋势的存在，虚假定位点是一个非平稳的随机过程。

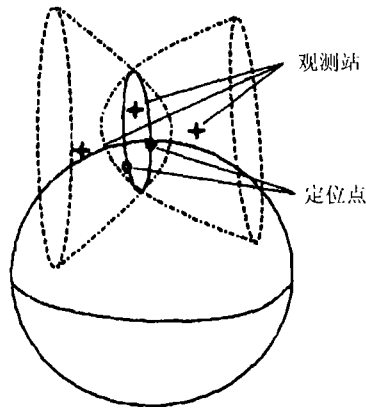


图1 三站时差定位模糊现象

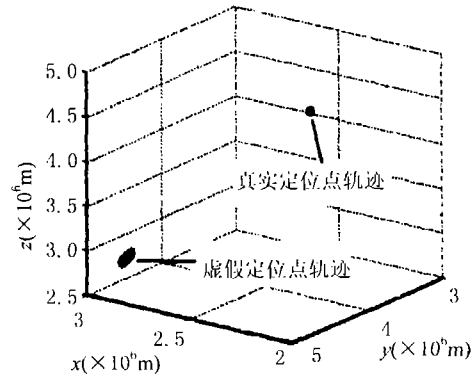


图2 真实定位点与虚假定位点的轨迹对比

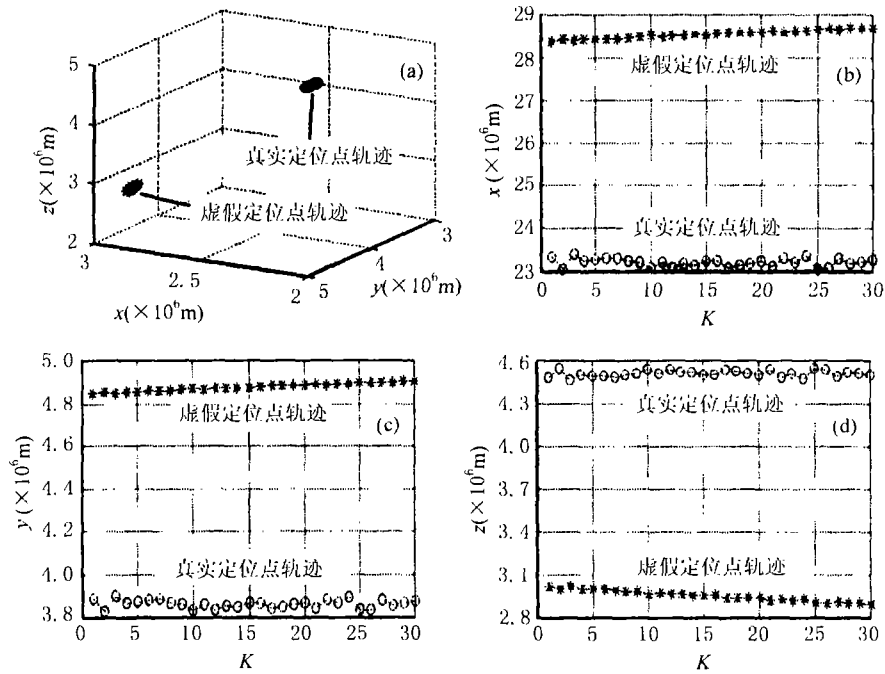


图3 30ns的 TOA 测量误差下的定位轨迹  
 (a) 三维坐标系上的定位轨迹 (b)  $x$  坐标上的定位结果  
 (c)  $y$  坐标上的定位结果 (d)  $z$  坐标上的定位结果

在较短观测时间内，可以近似地把这一过程看成均值具有趋向性的方差平稳随机序列<sup>[4]</sup>，其数学模型建立如下：

$$X(k) = D(k) + S(k) \tag{1}$$

其中  $D(k)$  表示确定性的均值函数, 也称为趋势项;  $S(k)$  表示零均值的平稳随机信号。

对于多数的定位系统而言, 在短时间段内虚假定位点的趋势项  $D(k)$  都可以认为是一个单调递变的函数。

### 3 利用非平稳性识别虚假定位点的方法

通过上面的分析已经清楚地看到, 虚假定位点是一个具有趋向性的非平稳时间序列, 通过非平稳性检测应该能够更迅速、可靠地识别它们。下面介绍一类对单调趋势检验特别有效, 且易于分析、实现的逆序检验方法。

#### 3.1 一维序列的检验方法

对于一维观测序列  $X: \{x(n)|n=1, 2, \dots, K\}$ , 建立如下假设:

$$\left. \begin{aligned} H_0: X \text{ 是真实定位点} \\ H_1: X \text{ 是虚假定位点} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

定义统计量

$$A = \sum_{i < j} a_{ij} \quad (3)$$

其中

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{当 } i < j \text{ 时, } x(i) > x(j) \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (4)$$

由  $A$  定义的统计量

$$u(K) = \frac{A + 0.5 - \frac{K(K-1)}{4}}{\sqrt{(2K^3 + 3K^2 - 5K)/72}} \quad (5)$$

若假设  $H_0$  为真,  $x(n)$  可以看作是独立、同分布的随机数, 可以证明

$$\begin{aligned} E(A) &= \sum_{i=1}^{K-1} \sum_{j=i+1}^K E(a_{ij}) = K(K-1)/4 \\ D(A) &= E(A^2) - [E(A)]^2 = (2K^3 + 3K^2 - 5K)/72 \end{aligned} \quad (6)$$

当  $K > 10$  时, 统计量  $u(K)$  渐近服从  $N(0, 1)$  分布<sup>[5]</sup>。注意到,  $u$  的分布与噪声的强度无关。

若假设  $H_1$  为真,  $x(n)$  不再是独立、同分布的随机数, 其均值将具有一定的变化趋势, 则有

$$\begin{cases} E(a_{ij}) < 0.5, & \text{当 } x(n) \text{ 具有单调上升趋势} \\ E(a_{ij}) > 0.5, & \text{当 } x(n) \text{ 具有单调下降趋势} \end{cases} \quad (7)$$

在变化趋势的影响远远大于测量误差的影响的极端情况下, 容易证明

$$E(A) \approx \begin{cases} K(K-1)/2, & \text{当 } x(n) \text{ 单调递减} \\ 0, & \text{当 } x(n) \text{ 单调递增} \end{cases} \quad (8)$$

此时有

$$E\{u(K)\} \approx \begin{cases} \frac{0.5 + K \cdot (K-1)/4}{\sqrt{(2K^3 + 3K^2 - 5K)/72}}, & \text{当 } x(n) \text{ 单调递减} \\ \frac{0.5 - K \cdot (K-1)/4}{\sqrt{(2K^3 + 3K^2 - 5K)/72}}, & \text{当 } x(n) \text{ 单调递增} \end{cases} \quad (9)$$

可见,  $u(K)$  不再服从  $N(0, 1)$  分布, 其均值向 0 值的两边偏离, 且随着观测量  $K$  的增加呈现递增 (当  $x(n)$  递增) 或递减 (当  $x(n)$  递减) 的趋势. 统计量  $u(K)$  实际上对序列的发散趋势起到了积累的作用.

因此, 可以使用  $|u(K)|$  作为检验统计量, 判决式表述如下:

$$|u(K)| \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \text{Th}, \quad (K > 10) \quad (10)$$

对虚假定位点判决器而言, 这里定义虚假定位点判决的虚警率和漏报率分别为  $P(H_1/H_0)$  和  $P(H_0/H_1)$ . 这两个参数常作为判决门限  $\text{Th}$  的确定依据. 而在实际中使用较多的是“恒虚警”准则, 即限定  $P(H_1/H_0)$  在一定的概率水平之下来选择  $\text{Th}$ . 当虚警率限定为  $\alpha$  时, 即

$$P(H_1/H_0) \leq \alpha \quad (11)$$

前面已指出, 观测量  $K > 10$  且  $H_0$  成立情况时  $u(K)$  的分布近似服从  $N(0, 1)$  分布, 故有

$$\begin{aligned} P(H_1/H_0) &= \int_{-\infty}^{-\text{Th}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du + \int_{\text{Th}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du = 2 \int_{\text{Th}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du \leq \alpha \\ &\Rightarrow \phi(\text{Th}) \geq 1 - \alpha/2 \end{aligned} \quad (12)$$

### 3.2 三维序列的联合检验

对于二维或三维的定位系统而言, 有多个坐标上的随机序列可以联合利用. 将二维或三维数据在一维空间上投影, 即可按照上述一维序列检验的方法进行检验. 为了减小漏报概率, 投影应该尽量地增强数据的趋势项及减小定位误差的干扰.

假设在观测时段内虚假点趋势项的平均值为  $H = (h_1, h_2, h_3)^T$ , 虚假点序列可以用如下线性模型来近似:

$$X(i) = X_0 + H \cdot i + \varepsilon(i), \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (13)$$

其中  $X(i) = (x(i), y(i), z(i))^T$ ,  $\varepsilon(i)$  是测量噪声矢量.  $H$  可以根据最小二乘法进行估计. 其第一个元素  $h_1$  为

$$h_1 = 12 \times \sum_{i=1}^K [x(i) - \bar{x}] \cdot i / [K \cdot (K^2 - 1)] \quad (14)$$

假设投影算子为  $P$ , 则投影后数据为

$$f(i) = P^T X_0 + P^T H \cdot i + P^T \varepsilon(i), \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (15)$$

为确定最优投影算子  $P$ , 定义目标函数:

$$J = P^T H H^T P / [E(P^T \varepsilon \varepsilon^T P)] = P^T H H^T P / (P^T R P) \quad (16)$$

其中  $R$  是噪声的协方差矩阵, 由具体的定位方程容易推导出来, 这方面可以参看文献 [6].

上述  $J$  越大, 表示投影算子  $P$  对数据趋势项的增强及干扰噪声的减小取得越好的综合效果. 因此,  $P$  的选择问题成为下面最优方程的求解问题:

$$\left. \begin{aligned} J &= P^T H H^T P / (P^T R P) \rightarrow \max \\ P^T P &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

一般情况下, 噪声协方差矩阵  $R$  是正定的 Hermite 矩阵, 可以分解为两个可逆矩阵的积, 即  $R = Q^T Q$ . 令  $W = QP$ , 则  $P = Q^{-1}W$ , 代入 (17) 式, 有

$$J = \frac{W^T(Q^{-1})^T H H^T Q^{-1} W}{W^T(Q^{-1})^T R Q^{-1} W} = \frac{W^T M M^T W}{W^T W} \quad (18)$$

其中  $M = (Q^{-1})^T H$ . 因此, 可先求出使  $J$  取最大值的  $W$  矢量方向, 再由它求出最佳投影矢量  $P$ . 容易证明: 使  $J$  取得最大值的矢量  $W_{\text{opt}}$  等于  $MM^T$  最大特征值对应的特征向量, 即

$$\left. \begin{aligned} W_{\text{opt}} &= e_{\max} \\ MM^T e_{\max} &= \lambda_{\max} e_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

又因为  $MM^T$  的秩为 1, 显然  $e_{\max}$  与  $M$  同向, 所以

$$W_{\text{opt}} = e_{\max} = M / \|M\| \quad (20)$$

因此, 最终求得的最佳投影算子为

$$P_{\text{opt}} = \frac{Q^{-1}(Q^{-1})^T H}{\|Q^{-1}(Q^{-1})^T H\|} = \frac{R^{-1} H}{\|R^{-1} H\|} \quad (21)$$

三维序列经投影后可完全按照一维序列的方法进行分析和检验, 这里不再列出。

## 4 仿真分析

以上文介绍的时差定位系统为例, 通过仿真验证本文的结论和算法。仿真假设观测站距离地面 800km; 短时间内近似作匀速圆周运动, 速率 8km/s; 系统每隔 0.1s 对目标进行一次定位。

### 仿真 1

对模糊观测区域内的一个辐射源定位, 设系统 TOA 测量误差是 25ns, 按照上文介绍方法取样本容量  $K=15$  和  $K=25$  分别做 100,000 次的统计实验, 考查错误概率  $P(H_1/H_0)$  和  $P(H_0/H_1)$  与门限  $Th$  的关系, 结果如图 4 所示。

图 4(a) 和图 4(c) 中虚线是理论值, 实线是实验结果, 两者基本吻合。可以看到: 随着门限的提高, 虚警率  $P(H_1/H_0)$  呈现下降趋势, 而漏报率  $P(H_0/H_1)$  则呈现上升的趋势。另外,  $P(H_1/H_0)$  基本上不受  $K$  值大小的影响, 而  $P(H_0/H_1)$  随  $K$  值增大而迅速下降, 可见, 为了减小虚假定位点的漏报率, 应尽可能地增加样本容量。

### 仿真 2

试验场景仍如上, 设样本容量  $K=20$ , 按虚警率为 0.01 取门限  $Th=2.575$ , 分别计算  $P(H_1/H_0)$  和  $P(H_0/H_1)$  与 TOA 测量误差的关系, 结果如图 5 所示:

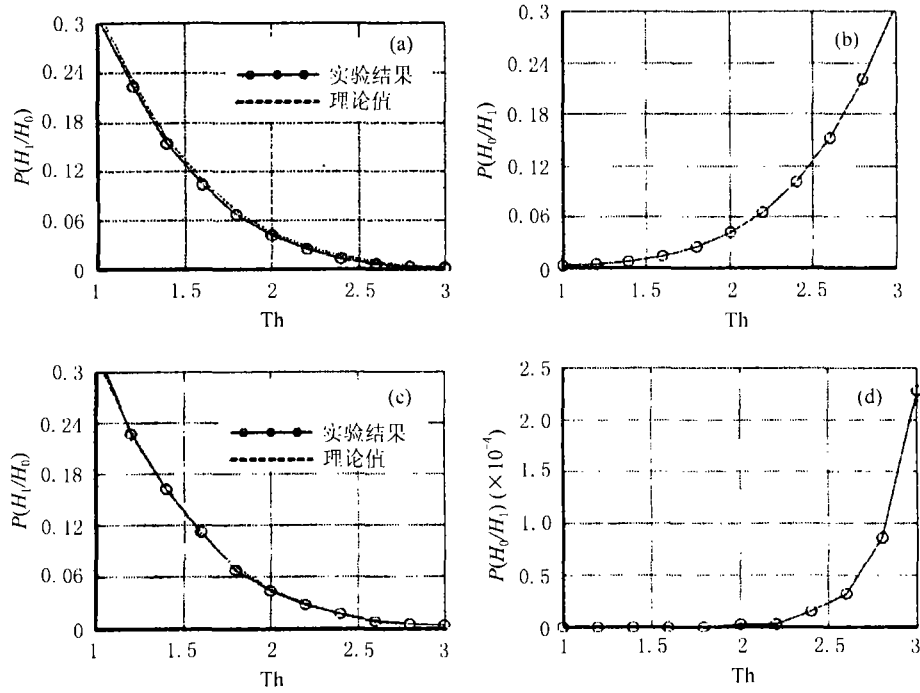


图 4 不同样本容量下  $P(H_1/H_0)$  和  $P(H_0/H_1)$  随  $Th$  的变化  
 (a)  $K=15$  (b)  $K=15$  (c)  $K=25$  (d)  $K=25$

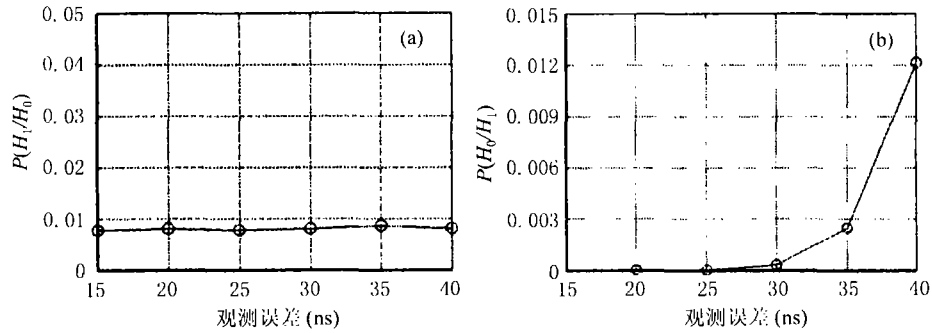


图 5  $P(H_1/H_0)$  和  $P(H_0/H_1)$  随观测误差的变化曲线

实验结果表明: 虚假定位的虚警率  $P(H_1/H_0)$  基本上不受测量误差的影响, 而漏报率  $P(H_0/H_1)$  则随测量误差的增大而增大。

### 5 结束语

仿真和分析都证明了运动无源定位系统的虚假定位点具有趋向性发散的特性, 利用平稳性检验的方法来识别虚假定位点, 是一种更为有效和可靠的途径。文章提出的逆序检验方法适用于多数情况下对虚假定位的识别, 而且便于分析和操作, 具有实际的应用价值。

## 参 考 文 献

- [1] 邓 勇, 周一宇, 无源时差定位系统的模糊无解问题研究, 国防科技大学学报, 1999, 21(3), 84-87.
- [2] D. J. Torrieri, Statistical theory of passive location system, IEEE Trans. on AES, 1984, 20(2), 183-198.
- [3] He Lixing, Sun Zhongkang, Position location and GDOP analysis in multistatic systems, Proc. of CIE 1991 International Conference on Radar, Beijing, China, 1991, 47-51.
- [4] 吴今培, 实用时序分析, 长沙, 湖南科学技术出版社, 1989, 33-52.
- [5] 中国科学院计算中心概率统计组编著, 概率统计计算, 北京, 科学出版社, 1979, 280-283.
- [6] 孙仲康, 周一宇, 何黎星, 单多基地有源无源定位技术, 北京, 国防工业出版社, 1996, 37-68.

A NOVEL METHOD FOR FALSE LOCATION IDENTIFICATION  
BASED ON NONSTATIONARY VERIFICATION

Feng Daowang    Xu Xin    Zhou Yiyu    Lu Qizhong

*(School of Electron. Sci. and Eng., Nat. Univ. of Defense Tech., Changsha 410073, China)*

**Abstract** In this paper, the divergence characterization of false location in moving passive location system is analysed. Conclusion that false location is a kind of nonstationary random of mean value with trend is presented. A novel method for false location identification based on nonstationary verification is brought forward. Simulations prove the algorithm valid even in the high noisy environment.

**Key words** Passive location, Nonstationary random, False location

冯道旺: 男, 1975 年生, 硕博连读生, 主要研究方向为随机信号处理、无源定位、侦察信号处理。

徐 欣: 男, 1975 年生, 硕博连读生, 主要研究方向为反辐射信号处理、无源时差定位、ASIC 研究; 感兴趣的研究方向为通信工程、嵌入式系统。

周一宇: 男, 1948 年生, 教授, 博士生导师, 电子学会电子对抗分会委员, 航空学会电子分会雷达与制导专业委员会委员, 电子对抗学会刊物编委会委员。重点研究方向为: 综合电子战系统理论、信息战概念与效能评估技术等。

卢启中: 男, 1956 年生, 副教授, 主要研究方向为: 侦察信号处理、接收机设计、高速电路设计。