

# 相控阵 AEW 雷达杂波自由度分析

廖桂生 保铮 张玉洪

(西安电子科技大学电子工程研究所, 雷达信号处理国家重点实验室, 西安 710071)

**摘要** 自适应抑制机载预警 (AEW) 雷达杂波的问题近年来受到了广泛关注。有效进行自适应处理的必要条件是系统可控自由度数大于杂波自由度数。本文详细研究了相控阵 AEW 雷达的杂波自由度问题, 得到了一些新结果。这些结果有助于设计自适应系统。

**关键词** 机载预警雷达; 杂波抑制; 时-空二维自适应处理; 自由度

## 一、引言

自适应抑制机载预警 (AEW) 雷达杂波的问题, 近年来受到了广泛关注<sup>[1-4]</sup>。对干扰和杂波作自适应处理时, 自由度是一个重要的概念。当自适应系统可控自由度少于干扰和杂波的自由度时, 干扰和杂波的抑制性能就大大下降; 而当自适应系统可控自由度远大于干扰和杂波的自由度时, 运算量又过大, 实时实现困难, 而且波束保形困难。

文献[2]表明, 沿直线飞行的机载侧面相控阵雷达的地杂波多普勒频率  $f_d$  与锥角  $\psi$  (相对于航向) 的余弦成正比。杂波谱在以  $2f_d/f_r - \cos \psi$  为坐标的平面上仅沿斜带分布, 其斜率为  $\alpha = f_r \lambda / (4v)$ , 其中  $f_r$  为脉冲重复频率,  $\lambda$  为波长,  $v$  为载机速度。 $f_d$  和  $\psi$  之间的对应关系表明了杂波的时空等效性, 使杂波自由度减少, 阶数为  $NK$  的时-空杂波协方差矩阵至多有  $N + K - 1$  个杂波大特征值, 其中  $N$  为阵元数,  $K$  是脉冲数。其实, 对于非均匀杂波, 尤其是发射天线旁瓣较低时, 杂波自由度更少。

上述结论是以线阵为模型且阵元无误差时得到的。但是, 对于实际应用的面阵 (多为矩形阵), 由于设备量和处理时间的限制, 常采用子阵级处理, 如先对各列作微波合成, 则可等效为一个水平线阵。实际应用中, 阵元和通道误差是不可避免的。这会使各列子阵高低角方向图发生差异, 会严重地加大杂波自由度数。本文较现实地研究了 AEW 雷达杂波自由度问题, 所得结论可为自适应系统的设计提供可靠依据。

## 二、模型

设  $x_{n,k}$  表示第  $n$  路输出的第  $k$  次快拍数据,  $n = 1, \dots, N$ ,  $k = 1, \dots, K$ 。将二维

1992.04.20 收到, 1992.10.23 定稿。

廖桂生 男, 1963 年生, 博士, 现从事信号和信息处理及其应用的研究。

保铮 男, 1927 年生, 教授, 中国科学院学部委员, 博士生导师, 现主要研究领域为信号处理和雷达系统。

张玉洪 男, 1958 年生, 副教授, 现从事信号和信息处理及其应用的研究。

场数据排成

$$\mathbf{X} = (x_{11}, \dots, x_{1K}, \dots, x_{n1}, \dots, x_{nK}, \dots, x_{N1}, \dots, x_{NK})^T \quad (1)$$

时-空二维相关矩阵为

$$\mathbf{R}_x = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^H] = \mathbf{R}_c + \mathbf{R}_N \quad (2)$$

式中  $\mathbf{R}_N$  表示噪声相关矩阵, 这里假定  $\mathbf{R}_N = \sigma_N^2 \mathbf{I}_{NK}$ ,  $\mathbf{I}_{NK}$  是  $NK$  阶单位阵.  $\mathbf{R}_c$  表示杂波相关矩阵. 暂时不考虑噪声部分, 记  $r(n_1, n_2, k_1, k_2) = E[x_{n_1 k_1} x_{n_2 k_2}^*]$ , 则

$$\begin{aligned} r(n_1, n_2, k_1, k_2) &= m(\Delta k) \sum_{i \in \Gamma} g_{n_1}(\varphi_i) g_{n_2}^*(\varphi_i) R_i^{-4} \\ &\quad \times \int_0^\pi |F(\theta, \varphi_i)|^2 \exp(j\phi_d \Delta n + j\phi_i \Delta k) d\theta \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $\Delta n = n_1 - n_2, \Delta k = k_1 - k_2$ ;  $m(\Delta k)$  是杂波的时域相关函数;  $g_n(\varphi)$  是第  $n$  列子阵方向图 ( $n = 1, \dots, N$ );  $F(\theta, \varphi)$  是发射阵方向图;  $\Gamma$  是距离模糊指数集合;  $R_i$  是第  $i$  次模糊距离环对应的斜距;  $\phi_d = (2\pi d/\lambda) \cos\theta \cos\varphi$  为各列子阵之间的空间相移, 其中  $d$  是列子阵间距,  $\theta$  为方位角,  $\varphi$  为高低角; 而  $\phi_i = [4\pi\nu/(\lambda f_s)] \cos\theta \cos\varphi$  为各脉冲之间的多普勒相移. (3)式的积分表示对一个距离环上所有杂波求和.

机载预警 PD 雷达是用窄带多普勒滤波器组检测信号的, 对于侧面阵, 每个滤波器的通带对应着一定的锥角带. 相控阵天线实际是控制锥角的方向图. 因此, 有必要分析一下锥角带里杂波的自由度问题. 对各列子阵分别经过多普勒滤波处理 (包括主杂波滤波) 后, 通过输出协方差矩阵分析, 可以确定该多普勒通道输出杂波的自由度.

设第  $k$  个多普勒滤波器的权矢量为  $\mathbf{W}_{d,k}, k = 1, \dots, K-2, \mathbf{W}_{d,k}$  是  $(K-2) \times 1$  的列矢量. 考虑到三脉冲对消主杂波处理, 则对应的时域权矢量为

$$\mathbf{W}_{i,k} = \mathbf{A}^H \mathbf{W}_{d,k} \quad (4)$$

式中  $\mathbf{W}_{i,k}$  为  $K \times 1$  列矢量,  $\mathbf{A}$  表示共轭转置, 而

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & & & \\ & a_1 & a_2 & a_3 & & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & & a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix}_{(K-2) \times K} \quad (5)$$

式中  $a_1 = \exp(2j\pi\phi_0), a_2 = -2\exp(j\pi\phi_0), a_3 = 1, \phi_0$  为主杂波归一化多普勒频率.

经过第  $k$  个多普勒滤波器输出杂波加噪声的相关矩阵为

$$\mathbf{R}_k = (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{W}_{i,k}^H) \mathbf{R}_x (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{W}_{i,k}) \quad (6)$$

式中  $\mathbf{I}_N$  是  $N$  阶单位阵,  $\otimes$  是 Kronecker 直积<sup>[5]</sup>.

### 三、列子阵方向图不一致性的影响

在无阵元误差的理想情况下, 各列子阵高低角方向图均相同, 并为

$$g(\varphi) = \sum_{m=1}^M I_m \exp \left[ j \frac{2\pi d}{\lambda} (m-1) (\sin \varphi - \sin \varphi_0) \right] \quad (7)$$

式中  $I_m$  是加权值 (本文均采用切贝雪夫权),  $M$  为一列子阵的阵元数. 当存在阵元幅相

误差时,各列子阵方向图发生差异,第  $n$  列子阵方向图可表为

$$g_n(\varphi) = \sum_{m=1}^M I_m (1 + \sigma_{mn}) \exp[j\phi_{mn}] \exp\left[j\frac{2\pi}{\lambda} d(m-1)(\sin\varphi - \sin\varphi_0)\right] \quad (8)$$

式中  $\sigma_{mn}$ ,  $\phi_{mn}$  分别表示第  $n$  列中第  $m$  个阵元上幅度和相位误差,它们是小的随机量,故有

$$(1 + \sigma_{mn}) \exp(j\phi_{mn}) \approx 1 + \sigma_{mn} + j\phi_{mn} \quad (9)$$

将(9)式代入(8)式,得

$$g_n(\varphi) = g(\varphi) + \tilde{g}_n(\varphi) \quad (10)$$

式中

$$\tilde{g}_n(\varphi) = \sum_{m=1}^M I_m (\sigma_{mn} + j\phi_{mn}) \exp\left[j\frac{2\pi d}{\lambda} (m-1)(\sin\varphi - \sin\varphi_0)\right] \quad (11)$$

由(10)和(3)式得

$$r(n_1, n_2, \Delta k) = r_0(\Delta n, \Delta k) + \sum_{i \in \Gamma} [\tilde{g}_{n_1}(\varphi_i) g_{n_2}^*(\varphi_i) + g(\varphi_i) \tilde{g}_{n_2}(\varphi_i) + \tilde{g}_{n_1}(\varphi_i) \tilde{g}_{n_2}^*(\varphi_i)] S_C(\Delta n, \Delta k, \varphi_i) \quad (12)$$

式中  $S_C(\Delta n, \Delta k, \varphi_i) = m(\Delta k) R_i^{-4} \int_0^\pi |F(\theta, \varphi_i)|^2 \exp[j\phi_d \Delta n + j\phi_f \Delta k] d\theta$ , 而

$$r_0(\Delta n, \Delta k) = \sum_{i \in \Gamma} |g(\varphi_i)|^2 S_C(\Delta n, \Delta k, \varphi_i) \quad (13)$$

是阵元无误差或者说各列子阵方向图相同时的时-空二维杂波相关矩阵,它是 Toeplitz 矩阵,即杂波过程对空间、时间均为平稳过程. 由(13)式不难看出,在这种情况下,除高度线附近外,各个模糊距离单元杂波的谱特性近似相同(除强度的差别外). 然而,(12)式表明阵元误差使各列子阵方向图不一致,导致杂波相关矩阵有一个扰动分量. 就各个模糊距离单元而言,相关矩阵是高低角的函数. 因此,杂波能量分散化,杂波自由度(相关矩阵的大特征值数)加大.

由上分析容易看出,阵元误差加大杂波的自由度数与模糊距离数成正比;不考虑距离模糊(即就一个模糊距离单元而言)时,杂波的自由度数对阵元误差不敏感. 同样道理,在各列子阵方向图相同而只考虑通道误差(即列子阵间的误差)时,杂波自由度也不太敏感.

将(12)式对阵元幅相误差作统计平均,得

$$\bar{r}(n_1, n_2, \Delta k) = \sum_{i \in \Gamma} E[g_{n_1}(\varphi_i) g_{n_2}^*(\varphi_i)] S_C(\Delta n, \Delta k, \varphi_i) \quad (14)$$

设阵元幅相误差独立同分布,且服从零均值高斯分布,其方差分别为  $\sigma_a$ ,  $\sigma_\phi$ . 设(7)式的  $g(\varphi)$  已作归一化处理,则不难证明

$$E[g_{n_1}(\varphi) g_{n_2}^*(\varphi)] = |g(\varphi)|^2 + \eta \delta(n_1 - n_2) \quad (16)$$

式中  $\delta(\cdot)$  为 Kronecker 函数,而

$$\eta = (\sigma_s^2 + \sigma_v^2) \left( \sum_{m=1}^M I_m^2 \right) / \left( \sum_{m=1}^M I_m \right)^2 \quad (17)$$

把(16),(17)式代入(14)式,得

$$\bar{r}(n_1, n_2, \Delta k) = r_s(\Delta n, \Delta k) + \sum_{i \in \Gamma} \eta S_c(\Delta n, \Delta k, \varphi_i) \delta(\Delta n) \quad (18)$$

(18)式表明,阵元幅相误差在统计意义下加大了空域白噪声。不过对于一次误差样本而言,误差使相关矩阵有一个随机扰动,使其特征值扩散。

为了便于理解这种扰动导致杂波自由度增加,下面讨论脉冲数  $K \rightarrow \infty$  这一简单情况。将(6)式展开,并令  $K \rightarrow \infty$ , 不难推导出无限窄多普勒滤波器输出的相关矩阵为

$$r_{i,\infty}(n_1, n_2) = \sum_{i \in \Gamma} C_i g_{n_1}(\varphi_i) g_{n_2}^*(\varphi_i) \exp(jf_d \alpha \Delta n) \quad (19)$$

式中  $C_i$  为对应距离环上与杂波强度相关的常数。如果各列子阵方向图相同,则(19)式变为

$$r_{i,\infty}^0(\Delta n) = C \exp(jf_d \alpha \Delta n) \quad (20)$$

实际上,  $K \rightarrow \infty$  等效于多普勒通道的带宽为无限窄,即相应的锥角带缩为一条线,杂波等效于在高低角连续分布的“点干扰”。当各个列子阵的方向图均相同时,这种沿高低角方向连续分布的干扰,对自适应处理的影响与单个点干扰相同,显然其自由度为1。当各个列子阵高低角方向图发生差异时,这种分布干扰的自由度会增加,且列子阵的阵元数越多,其高低角的方向图旁瓣结构越细,则自由度的增加也越多。

如果脉冲数  $K$  有限,多普勒的通带有一定的宽度,则多普勒滤波器输出的杂波主要是相应于锥角带的,情况比上面的“线杂波”复杂,大特征值的数目会增加,可以想象到,锥角带里杂波和线杂波的主要区别在于前者带内杂波在横向有变化。因此,如果  $K$  等于或大于  $N$ , 上述横向变化就较小;如果  $K$  比  $N$  大得多,则上述横向变化会很小,其结果与“线杂波”的相接近。

以上对全时-空域的和相对于一个多普勒通道的杂波自由度问题进行了定性分析。下面通过计算机就一些典型参数对此作定量分析。

#### 四、计算机模拟分析

参数说明:列子阵数为  $N$ , 每列阵元数为  $M$ , 脉冲数为  $K$ , 杂波谱斜率  $\alpha = 1$ 。图1—图6画出了特征值由大到小的分布规律,其中纵坐标表示特征值大小(dB),横坐标表示序号(由1,2, ...,  $N$ )。

首先模拟分析阵元无误差的理想情况。图1表示发射天线不同加权值时,全时-空域接收相关矩阵的特征值分布情况。其参数为:  $N = 16, M = 16, K = 8$ 。图中标以“□”的曲线表示发射天线不加权(即等加权)情形。这时杂波特征值数为  $N + K - 1 = 23$  个,其余为对应噪声的小特征值,这个结果与理论分析相同;标以“△”的曲线表示发射天线锥角方向加权-30dB,高低角双程方向图加权-40dB,这时杂波特征值仍为23个,但是有相当部分的特征值减小了;当发射天线锥角向加权-60dB,高低角双程方向图加权-40

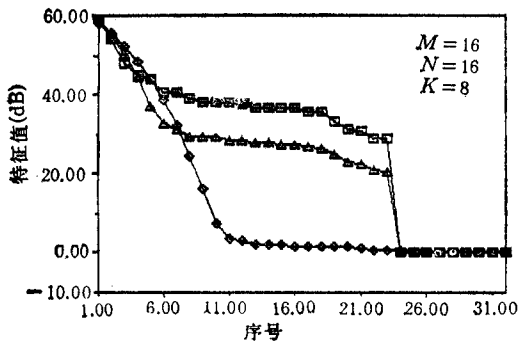


图1 无误差时全时-空域杂波特征值受发射天线调制的分布规律

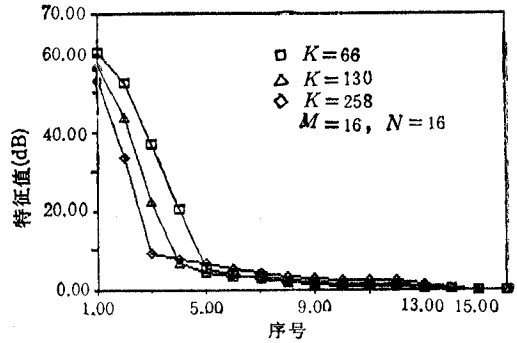


图2 单路多普勒通道输出杂波的特征值随  $K$  值的分布规律(无阵元误差)

dB 时, 如图中标以“ $\diamond$ ”的曲线所示, 有 13 个小的杂波特征值已被抑制到了噪声电平以下, 所以起作用的杂波特征值只有 10 个。

图 2 给出了接收单路多普勒输出的杂波特征值随  $K$  的分布情况, 其中  $N = 16$ ,  $M = 16$ , 而  $K$  分别取为 66, 130, 258 (其中有两个脉冲用作三脉冲消主杂波处理)。多普勒滤波器用  $-70$  dB 加权。对应于上述 3 个  $K$  值, 单路多普勒通道输出杂波的大特征值数分别为 4, 3 和 2 个, 由此可见, 阵元数一定时, 大特征值数随  $K$  增加而减少。

下面再模拟分析阵元误差和通道误差对杂波特征值分布的影响。图 3 和图 4 中的参数为  $N = 16$ ,  $M = 16$ ,  $K = 8$ , 天线阵元误差  $\sigma_a = \sigma_\varphi = 5\%$ 。假设各列子阵高低角方向图相同, 而只考虑通道误差(即列子阵间的幅相误差), 则全时-空域杂波特征值分布规律如图 3 中标以“ $\square$ ”的曲线所示。由图可见, 大特征值数仍为  $N + K - 1 = 23$  个, 所以通道误差对杂波特征值的影响不大。若不考虑距离模糊, 由阵元幅相误差所引起的各列子阵高低角方向图的不一致性, 就一个距离环而言, 其效果与通道误差相同, 对杂波特征值的影响也不大, 如图 3 中标以“ $\diamond$ ”的曲线所示。然而, 在实际中, AEW 雷达存在距离模糊, 而且通常是用几个邻近距离门(每个距离门有多个模糊距离环)数据来估计杂波相关矩阵的。所以, 阵元幅相误差导致列子阵高低角方向图的不一致, 使得杂波在不同的距离环上的特性相异, 分散了杂波能量, 使其特征值扩散, 如图 5 所示。这时杂波特征值数远大于无误差时的  $N + K - 1 = 23$  个。

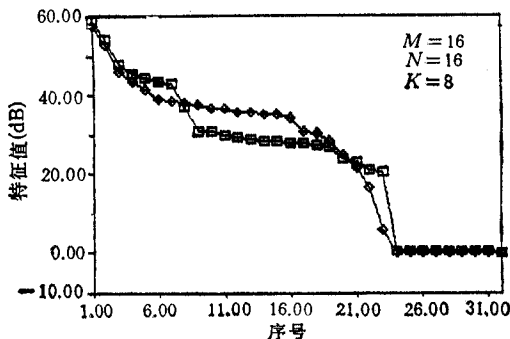


图3 存在阵元误差(不考虑距离模糊)、通道误差时全时-空域特征值分布情况

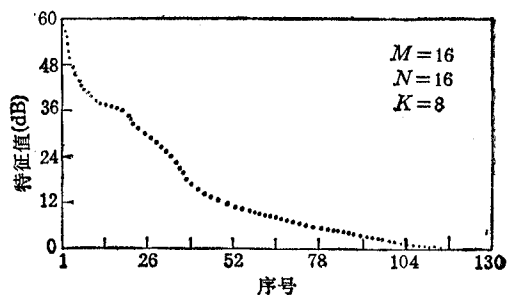


图4 存在阵元误差时全时-空域特征值的分布情况

图 5 给出了单路多普勒输出的杂波特征值随阵元幅相误差大小的分布规律, 其中参

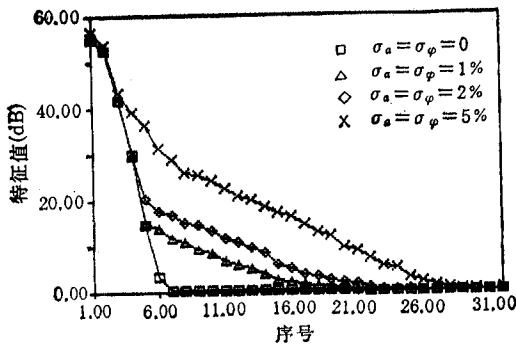


图 5 有阵元误差时单路多普勒通道输出杂波特征值的分布情况

数为  $M = 16, N = 32, K = 66$ . 当阵元间没有误差时, 大特征值有 6 个; 当阵元误差  $\sigma_a = \sigma_\phi = 1\%, 2\%, 5\%$  时, 大特征值的数目分别上升到 19, 25 和 30 个. 在本例中的系统可控自由度为  $N - 1 = 31$  个, 还是够用的, 若阵元幅相误差大于 5%, 杂波自由度会超过它, 系统性能将下降很多.

图 6 给出了无限窄多普勒通道 ( $K \rightarrow \infty$ ) 输出杂波特征值随阵元误差大小的分布情况. 图中  $N = 32$ , 而  $M$

值在图 6(a) 和 6(b) 中分别取 8 和 16. 在阵元没有误差时, 大特征值与  $M$  值无关, 都只有一个, 但是阵元存在幅相误差时, 大特征值的数目除与误差大小成正比外, 与  $M$  值也有关系, 且成正比, 其物理意义是明显的, 如上述.

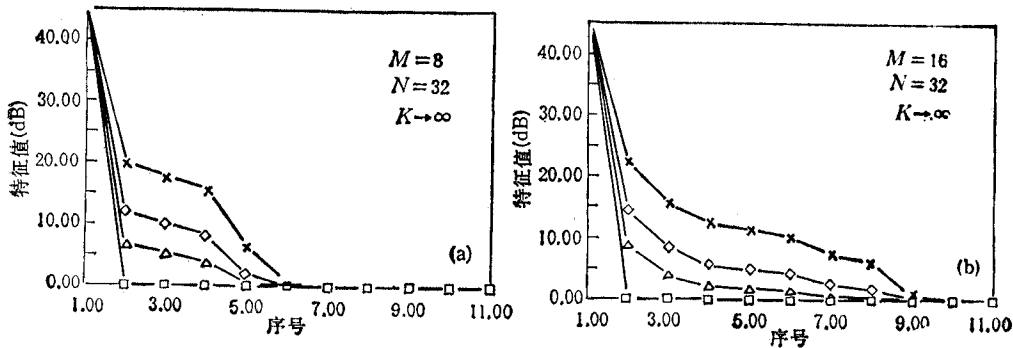


图 6 无限窄多普勒通道输出杂波的特征值分布情况

### 五、结 论

本文详细研究了理想阵元情况下和存在阵元幅相误差和通道误差时, 全时-空域的和相对于一个多普勒通道的杂波自由度问题. 阵元幅相误差使各列子阵高低角方向图发生差异. 这时杂波时空等效性不再严格成立, 杂波过程在空间上不再是一个平稳过程. 高低角方向图的不一致性破坏了空间的一致性, 其效果, 从能量的角度来看, 使杂波能量分散化, 即加大了杂波的自由度. 这时如作全时-空二维联合域自适应处理, 则对系统自由度数有很高的要求, 当前是难以实现的. 但是, 如果先对平面阵各列子阵的输出作多普勒滤波, 然后分别对各多普勒通道杂波作自适应处理, 则对系统自由度的要求就低得多. 我们根据这一思路构造了一种信号处理系统, 详细情况将另文介绍.

## 参 考 文 献

- [1] L. E. Brennan, L. S. Reed, *IEEE Trans. on AES*, AES-9(1973)2, 605—615.
- [2] R. Klemm, *IEE Proc. -F*, 130(1983)1, 125—131.
- [3] R. Klemm, *IEE Proc. -F*, 134(1987)3, 269—276.
- [4] R. Klemm, *IEE Proc. -F*, 136(1989) 1, 22—28.
- [3] 孙继广, 矩阵扰动分析, 科学出版社, 北京, 1987, 第 25 页.

## ON CLUTTER DOF FOR PHASED ARRAY AIRBORNE EARLY WARNING RADARS

Liao Guisheng Bao Zheng Zhang Yuhong

(Xidian University, Xi'an 710071)

**Abstract** In recent years, adaptive clutter suppression for airborne early warning (AEW) radars have attracted considerable attention. A necessary condition for efficient clutter suppression is that the number of adaptive degree of freedom (DOF) is greater than the number of clutter DOF. This paper analyzes DOF of clutter for phased array AEW radars. The new results obtained are helpful to design a adaptive system for clutter suppression.

**Key words** Airborne early warning radars; Clutter suppression; Two-dimensional spatial-temporal adaptive signal processing; Degree of freedom (DOF)