# 相对时延对 ST-FSK 系统性能的影响

蒋慧娟 沈越泓

(解放军理工大学通信工程学院 无线通信系 南京 210007)

**摘 要** 空时频移键控(ST-FSK)结合了空时分组码和频移键控的优点,在瑞利衰落信道条件下无需信道信息,可采 用非相干的最大似然(ML)检测器。该文推导了在接收端已知相对时延条件下的非相干 ML 判决度量,讨论了在接 收端未知相对时延条件下信噪比与二进制、四进制 ST-FSK 系统误比特率性能的关系。理论和仿真结果都表明:(1) 低信噪比弱化了相对时延对 ST-FSK 系统可靠性的影响,但在高信噪比条件下相对时延会严重制约系统性能;(2) 相对时延对系统性能的影响与系统进制数的关系不大。

关键词 无线通信,空时频移键控,非相干最大似然检测器,相对时延 中图分类号: TN914 文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)08-1379-03

## On the Performance of ST-FSK Systems in the Presence of Relative Delay

Jiang Hui-juan Shen Yue-hong

(Department of Radio Communication ICE, PLAUST, Nanjing 210007, China)

**Abstract** Combining the advantages of space-time block codes and frequency-shift keying, space-time frequency-shift keying (ST-FSK), which does not require any channel state information at the transmitter and the receiver, can adopt the noncoherent ML detector under the Rayleigh fading channels. The paper deduces the noncoherent ML decision metric at the receiver with the knowledge of relative delay, and for the different SNRs it discusses the performance of binary and quaternary ST-FSK systems in the presence of distinct relative delay. Both theoretical analysis and simulation results show that, (1) lower SNR lessens the relative delay sensitivity of ST-FSK systems, but the relative delay sensitivity limits the systems' performance for higher SNR; (2) the sensitivity makes little difference between binary and quaternary ST-FSK systems.

**Key words** Wireless communication, Space-time frequency-shift keying (ST-FSK), Noncoherent Maximum Likelihood (ML) detector, Relative delay

1 引言

设计通信系统实质上就是在权衡功率有效性、频带有效 性和系统实现成本这3个方面。在功率受限的通信链路中, 对系统功率有效性的要求更为突出,因而FSK调制技术仍受 到普遍关注<sup>[1]</sup>。多天线系统加空时编码技术能在不增大发射 功率和不扩展频带的前提下实现高速数据传输,是空间资源 利用技术的发展方向,有可能有效地满足未来无线移动通信 对高数据率传输的要求<sup>[2,3]</sup>。文献[4]将空时编码与频移键控 有效结合起来,提出的空时频移键控(ST-FSK)具有高功率有 效性、编码简单、完全分集增益等优点。

在实际工程中,接收端本地载波存在的频偏、各发送天 线间发送信号存在的时延、传输路径间存在的相对时延等随 机因素影响了 ST-FSK 调制编码技术的实用性。尤其是当提 高数据的传输速率时,相应的符号周期缩短,从而使得相对 时延增大。在文献[4]的基础上,本文进一步推导了在接收端 已知相对时延条件下的非相干 ML 判决度量,通过计算机模 拟讨论了在接收端未知相对时延条件下信噪比与二进制、四 进制 ST-FSK 系统性能的关系,以期为 ST-FSK 的实用提供 一些理论指导。

为了叙述方便,这里给出文中出现符号的含义:(·)<sup>T</sup>为矩阵的转置,(·)<sup>H</sup>为矩阵的共轭转置, ⊗为Kronecker积,□为 Hadamard积,॥॥是Frobenius范数,斜体的黑体小写字母表示 一向量变量, $[k]_p$ 为向量k内第p个元素,斜体的黑体大写字 母表示一矩阵变量, $[A]_{m,n}$ 为矩阵A的第m行第n列元素, $I_N$ 是  $N \times N$ 的单位阵,diag(·)表示对角矩阵,tr(·)表示迹函数,E[·] 为统计平均。

## 2 ST-FSK 系统描述

无线通信系统采用M个发射天线和N个接收天线,且假 设信道条件为平坦、慢瑞利衰落,即在衰落周期T内信道条 件不变,不同周期内衰落系数相互独立。这种假设可以较好 地模拟跳频系统的信道情形。信号经ST-FSK调制的流程如图 1 所示。输入的二进制比特流依据Gray映射规则映射为K进制 的 符 号 流 k 。 将 符 号 流 每 P 个 分 为 一 组 , 记 为 矢 量  $k = [k_1, k_2, \dots, k_P]^T$ 。依据ST-FSK映射规则<sup>[4]</sup>将矢量k + P个符号 映射为 $-T \times M$ 的ST-FSK分组 $X_k$ ,其中 $T = P \cdot K$ 。

(7)





依据全速的广义实线性处理正交设计的空时分组编码 规则<sup>[5]</sup>设计{ $A_1,A_2,...,A_p$ },其中任一 $P \times M$ 的 $A_p$ 满足 $A_p^T A_p = I_M$ ,  $A_p^T A_{p'} = -A_p^T A_p, p \neq p'$ 。定义K进制FSK波形集的离散等效 低通表示为 $f_k$ ,即

$$\left\{ \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}} \middle| \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}} = [1, e^{j2\pi k/K}, \cdots, e^{j2\pi k(K-1)/K}]^{\mathrm{T}}, \quad \boldsymbol{k} \in A_{K} = \{0, 1, \cdots, K-1\} \right\}$$
(1)

则 
$$X_{k} = \sum_{p=1}^{p} A_{p} \otimes f_{[k]_{p}}$$
(2)

显然 $X_k^H X_k = TI_M$ , 即 $X_k$ 的列是互正交的。发送信号的星座图 为 $A_X = \{X_k | k \in A_k^{P \times 1}\}$ 。

接收信号的矩阵表示为 $Y = \sqrt{\rho/M} X_k H + E$ ,其中 $\rho$ 表示 每个接收天线上抽样信号信噪比的数学期望值。Y为 $T \times N$ 的接 收信号矩阵,且Y的第n列记为 $y_n$ 。E为 $T \times N$ 的加性噪声矩阵, 且E内的元素为零均值、单位方差的独立同分布的复高斯随 机变量。H为 $M \times N$ 平坦衰落信道特性矩阵,且[H]<sub> $m,n</sub>=<math>h_{nn}$ 为从 发射天线m到接收天线n的衰落系数,其概率分布服从  $p(h_{mn})=1/\pi \cdot \exp(-|h_{mn}|^2)$ 。</sub>

接收信号Y的条件分布<sup>[6]</sup>为

$$p(\boldsymbol{Y}|\boldsymbol{X}_{k}) = \frac{\exp(-\operatorname{tr}\{\boldsymbol{\Lambda}^{-1}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}\})}{\boldsymbol{\pi}^{TN}\operatorname{det}^{N}\boldsymbol{\Lambda}}$$

其中 $\Lambda$ =E[ $YY^{H}$ ]= $\rho/M \cdot X_k X_k^{H} + I_T$ ,则非相干ML判决度量为

$$\widehat{\boldsymbol{X}}_{k} = \arg \max_{\boldsymbol{X}_{k} \in \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{X}}} p(\boldsymbol{Y} | \boldsymbol{X}_{k}) = \arg \max_{\boldsymbol{X}_{k} \in \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{X}}} \left\| \boldsymbol{X}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{Y} \right\|^{2}$$
(3)

#### 3 相对时延对系统性能的影响

设天线m的发送信号sm(t)的等效低通表示为

$$s_{m}(t) = \sqrt{\rho/M} \cdot \sum_{l=1}^{p} \sum_{p=1}^{p} \left[ A_{p} \right]_{l,m}$$
  
 
$$\cdot g \left[ t - (l-1)T_{s} - \tau_{m}^{t} \right] \exp \left\{ j 2\pi \left[ \mathbf{k} \right]_{p} \Delta f \left[ t - (l-1)T_{s} - \tau_{m}^{t} \right] \right\}$$
  
 
$$t \in \left[ 0, PT_{s} \right]$$
(4)

其中 $T_s$ 是K进制FSK符号的周期,  $\Delta f=1/T_s$ 是FSK调制的相邻频率间隔。l, p是时间索引, l, p=1, ..., P; m是发射天线索引,  $m=1,2,...,M_\circ$  g(t)是FSK信号的成形脉冲, 且当 $t \in [0,T_s]$ 时, g(t)=1; 当 $t \notin [0,T_s]$ 时, g(t)=0。 $\tau_m^t$ 是天线m发送信号时引入的时延量。

设接收端的载频与发送端理想同步,则天线n的接收信号v<sub>n</sub>(*t*)的等效低通表示为

$$y_n(t) = e^{j\theta} \cdot \sum_{m=1}^{M} h_{mn} s_m(t - \tau_{m,n}^c) + e_n(t)$$
(5)

其中接收天线索引 n=1,2,...,N,  $\theta$  是接收端与发送端的载波 相位差,  $\tau_{mn}^{c}$  是发送天线 m 至接收天线 n 的传输时延。为了 讨论方便,这里未考虑同一发送天线至任一接收天线的相对 传输时延对系统性能的影响,即假设 $\tau_{m,1}^c = \tau_{m,2}^c = \cdots = \tau_{m,N}^c$ = $\tau_m^c$ 。

设接收端的抽样周期 $T_{samp}$ 与发送端理想同步,即  $T_s/T_{samp}=K$ 。令 $t=l'T_{samp}+t_0$ ,其中l'为时间索引, $t_0$ 为发射时延、传输时延等引起的初始时间偏移,则接收信号的抽样序列为

$$y_n(l'T_{\text{samp}} + t_0) = e^{j\theta} \cdot \sum_{m=1}^M h_{mn} s_m(l'T_{\text{samp}} + t_0 - \tau_m^c) + e_n(l'T_{\text{samp}} + t_0)$$
(6)

设接收端的符号定时与发送天线 1 理想同步,即 $t_0 = \tau_1^l$ + $\tau_1^c$ ,令相对时延 $\tau_m = (\tau_m^l + \tau_m^c) - (\tau_1^l + \tau_1^c)$ ,则(6)式可表示为  $e^{j\theta} \sqrt{\rho/M} \sum_{m=1}^M h_{mn} \sum_{l=1}^p \sum_{p=1}^p [A_p]_{l,m} \cdot g[(l' - lK + K)T_{samp} - \tau_m]$  $\cdot \exp\left\{j2\pi [\mathbf{k}]_p \Box f((l' - lK + K)T_{samp} - \tau_m)\right\} + e_n(l'T_{samp} + t_0)$ 

令相对归一时延 $\tau'_m = \tau_m/T_{samp}$ 为未知的确定量,且 $|\tau'_m|$ <1,(因为当 $|\tau'_m| \ge 1$ ,由于相对归一时延破坏了此时等效发送 信号矩阵的酉特性,造成接收符号间的码间干扰,所以系统 可靠性能很差),则当存在载波相位噪声和相对时延时,接收 信号 $y_n(t)$ 可以用矩阵表示为

 $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{e}^{j\theta} \cdot \sqrt{\rho/M} \boldsymbol{X}'_k \boldsymbol{H} + \boldsymbol{E}$ 

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{X}'_{k} &= \sum_{p=1}^{p} \left( \mathbf{A}_{p} \operatorname{diag} \left( e^{-j\frac{2\pi}{K} [\mathbf{k}]_{p} \mathbf{r}'_{1}}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{K} [\mathbf{k}]_{p} \mathbf{r}'_{M}} \right) \right) \otimes \mathbf{f}_{[\mathbf{k}]_{p}} \\ & \Box \sum_{p=1}^{p} \left( \mathbf{A}_{p} \mathbf{D}_{p} \right) \otimes \mathbf{f}_{[\mathbf{k}]_{p}} \\ \mathbf{D}_{p} \Box \operatorname{diag} \left( e^{-j\frac{2\pi}{K} [\mathbf{k}]_{p} \mathbf{r}'_{1}}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{K} [\mathbf{k}]_{p} \mathbf{r}'_{M}} \right) \end{aligned}$$

显然 X'<sub>k</sub> 亦是酉矩阵,即

$$\begin{aligned} \mathbf{X}'_{k}^{\mathrm{H}}\mathbf{X}'_{k} &= \left(\sum_{p=1}^{P} \left(\mathbf{A}_{p}\mathbf{D}_{p}\right) \otimes \mathbf{f}_{\left[k\right]_{p}}\right)^{\mathrm{H}} \left(\sum_{p'=1}^{P} \left(\mathbf{A}_{p'}\mathbf{D}_{p'}\right) \otimes \mathbf{f}_{\left[k\right]_{p'}}\right) \\ &= \sum_{p=1}^{P} \sum_{p'=1}^{P} \left(\mathbf{D}_{p}^{\mathrm{H}}\mathbf{A}_{p}^{\mathrm{H}}\mathbf{A}_{p'}\mathbf{D}_{p'}\right) \otimes \left(\mathbf{f}_{\left[k\right]_{p}}^{\mathrm{H}}\mathbf{f}_{\left[k\right]_{p'}}\right) \\ &= K \sum_{p=1}^{P} \sum_{p'=1}^{P} \left(\mathbf{D}_{p}^{\mathrm{H}}\mathbf{A}_{p}^{\mathrm{H}}\mathbf{A}_{p'}\mathbf{D}_{p'}\right) \delta_{\left[k\right]_{p}\left[k\right]_{p'}} = T \mathbf{I}_{M} \end{aligned}$$

对于接收天线n而言,T×1的接收信号向量y<sub>n</sub>服从零均值循环对称的复高斯分布,其T×T协方差矩阵为

$$\mathcal{A}' = \mathbf{E}\left[\left(\mathbf{y}_n - \mathbf{E}\left[\mathbf{y}_n\right]\right)\left(\mathbf{y}_n - \mathbf{E}\left[\mathbf{y}_n\right]\right)^{\mathrm{H}}\right] = \mathbf{E}\left(\mathbf{y}_n \mathbf{y}_n^{\mathrm{H}}\right)$$
$$= \mathbf{E}\left[\left(e^{j\theta}\sqrt{\rho/M}\sum_{m=1}^{M}\left[\mathbf{X}'_k\right]_{,m}h_{mn} + e_n\right]\right]$$

显然,式(9)ML 判决度量是以接收端已知相对归一时延 或对其进行了估计为前提的。若接收端未知相对归一时延亦 未对其进行估计,且接收端采用式(3)ML 判决度量,则必然 恶化系统可靠性。

为了直观观察未校正相对时延时相对归一时延对系统 可靠性的影响,计算机给出了ST-FSK系统性能的蒙特卡罗 (Monte Carlo)仿真曲线。设发射天线M=2, P=2, 接收天线 N=1; A1=[10;01], A2=[01; -10], 图 2 分别给出了信道存 在平坦、慢瑞利衰落及加性高斯白噪声条件下信噪比ρ为 0dB、10dB和 20dB时相对归一时延τ'm 与二进制ST-FSK系统 误比特率BER的关系曲线。图 3 则给出了不同进制、不同相 对时延时ST-FSK系统信噪比与误比特率的关系曲线,即 SNR~BER曲线。其中仿真测得的误码数至多为100,因此得 到的仿真数据均有足够好的置信度,即均方根值偏差不大于 10%。与天线1发射的信号相比,天线2发射的信号时延滞 后或超前对系统性能的影响几乎相同,所以图 2 中 τ'm~BER 曲线呈现左右对称。从仿真结果看,随着相对归一时延的增 加,误比特率呈现上升趋势。当相对归一时延未引起接收信 号抽样时的错位,即相对归一时延的绝对值小于1时,BER 随着 τ' 增加而恶化,最后达到一个平坦值,尤其当 τ' ≥0.8 时,相对时延造成了接收符号间的码间干扰,误比特率超过 出了 20%, 此时接收端很难恢复出发送信号。不同信噪比的 取值对 τ'm~BER曲线形状亦有影响。当信噪比比



较小时,如ρ=0dB,影响系统误码率性能的主要因素是加性 高斯白噪声,这时误比特率随相对归一时延变化缓慢,即低 信噪比弱化了相对归一时延对系统可靠性能的影响;当信噪 比比较大时,如ρ=20dB,加性高斯白噪声变为了次要矛盾, 影响系统性能的主要因素是瑞利衰落和相对归一时延,这时 误比特率随相对归一时延的变化率明显增大。

图 3 从另一角度给出了信噪比 $\rho$ 、相对归一时延 $\tau'_m$ 和误比特率 BER 三者的关系。对于既定的 $\tau'_m$ 而言, BER 随 $\rho$  的

增加而降低。与此同时,图 3 还比较了不同进制数对 ρ~BER 曲线的影响,其中二进制与四进制 ST-FSK 系统具有 相同的比特速率。通过比较不难发现,进制数为 2 和 4 时对 应的 ρ~BER 曲线走势大致相同。

### 4 结束语

ST-FSK编译码简单,无需信道信息具有完全分集增益,可以与跳频系统相结合,用于军用跳频电台中,是一种有前途的调制方式<sup>[4,7]</sup>,但实际工程中的诸多随机因素束缚了ST-FSK系统的实用性。本文对各发送天线间发送信号存在时延时对系统性能的影响进行了比较详细的讨论,研究得到的主要结论:(1)当相对归一时延的绝对值大于 0.8 时,误比特率严重恶化,接收端若未采用均衡等技术则很难恢复发射信息;(2)当相对归一时延的绝对值小于 0.8 时,若信噪比较大,则检测器对相对时延比较敏感,相对时延对误码性能的影响相对较大;若信噪比较小,则相对时延对误码性能的影响相对较大;若信噪比较小,则相对时延对误码性能的影响相对较小;(3)相同相对归一时延条件下,进制数为 2 和 4 时对应的p~BER曲线走势大致相同。这些结果对我们实际设计ST-FSK系统具有一定的参考价值,告诉我们在实际中应尽量减小发送天线间的相对时延,降低其对系统可靠性指标的影响。

## 参 考 文 献

- Proakis J G. Digital Communications, 3rd ed.. New York: McGraw-Hill, 1995, ch4.
- [2] Alamouti S M. A simple transmit diversity scheme for wireless communications. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 1998, 16(10): 1451–1458.
- [3] 张贤达,保铮. 通信信号处理. 北京:国防工业出版社, 2000: 529-537.
- [4] Geert L, Zhao W, Georgios B G, et al.. Space-time frequency-shift keying. *IEEE Trans. Commun.*, 2004, 52(3): 346-349.
- [5] Tarokh V, Jafarkhani H, Calderbank A R. Space-time block codes from orthogonal designs. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 1999, 45(7): 1456–1467.
- [6] Hochwald B M, Marzetta T L. Unitary space-time modulation for multiple-antenna communications in Rayleigh flat fading. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 2000, 46(3): 543–564.
- [7] 沈越泓,姜士峰,蒋慧娟. 跳频空时移频键控(FH-ST-FSK)数据通信系统设计及其性能分析. 军事通信技术, 2005, 26(3): 12-16.

蒋慧娟: 女, 1978年生, 博士生, 研究方向为软件无线电.

沈越泓: 男,1959年生,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为数字通信、软件无线电.