

基于图稀疏正则化多测量向量模型的高光谱压缩感知重建

孙玉宝^{①④} 李欢^② 吴敏^③ 吴泽彬^④ 贺金平^② 刘青山^{①*}

^①(南京信息工程大学信息与控制学院 南京 210014)

^②(北京空间机电研究所 北京 100076)

^③(南京军区南京总医院医学工程科 南京 210002)

^④(南京理工大学计算机科学与工程学院 南京 210094)

摘要: 压缩感知重建是解决高光谱现有成像模式数据量大冗余度高问题的一个有效机制。针对高光谱图像的多通道特性, 该文建立了高光谱压缩感知的多测量向量模型, 编码端使用随机卷积算子对各通道进行快速采样, 生成测量向量矩阵。解码端构建图稀疏正则化的联合重建模型, 在稀疏变换域将高光谱图像分解为谱间的关联成分和差异成分, 通过图结构化稀疏度量表征关联成分的空谱相关性, 并约束谱间差异成分的稀疏性。进一步提出模型求解的交替方向乘子迭代算法, 通过引入辅助变量与线性化技巧, 使得每一子问题均存在解析解, 降低了模型求解的复杂度。对多个实测数据集进行了对比实验, 实验结果验证了该文模型与算法的有效性。

关键词: 高光谱图像; 压缩感知; 多测量向量; 图稀疏; 交替方向乘子法

中图分类号: TP751.1

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)12-2942-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2014.00566

Compressed Sensing Reconstruction of Hyperspectral Image Using the Graph Sparsity Regularized Multiple Measurement Vector Model

Sun Yu-bao^{①④} Li Huan^② Wu Min^③ Wu Ze-bin^④ He Jin-ping^② Liu Qing-shan^①

^①(Department of Information and Control, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210014, China)

^②(Beijing Institute of Space Mechanics and Electricity, Beijing 100076, China)

^③(Department of Medical Engineering, Nanjing General Hospital of Nanjing Area Command, Nanjing 210002, China)

^④(Department of Computer Science and Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: Compressed Sensing (CS) reconstruction of hyperspectral image is an effective mechanism to remedy the traditional hyperspectral imaging pattern with the drawback of high redundancy and vast data volume. This paper presents a new multiple measurement vector model for compressed sensing reconstruction of hyperspectral data in consideration of its multiple channel character. In the encoding side, the random convolution operator is used to rapidly obtain the measurement vector of each channel which is subsequently reorganized as a measurement vector matrix. In the decoding side, a joint reconstruction model is proposed to reconstruct the hyperspectral data from the multiple measurement vectors. The model decomposes the hyperspectral data into the inter-channel correlated and differenced component in the sparsifying transform domain, where the correlated component with high spatial and spectral correlation is constrained to be graph structured sparse and the differenced component is constrained to be l_1 sparse. A numerical optimization algorithm is also proposed to solve the reconstruction model by the alternating direction method of multiplier. Every sub-problem in the iteration formula admits analysis solution by introducing the auxiliary variable and linearization operation. The complexity of the numerical optimization algorithm is reduced. The experimental results demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: Hyperspectral image; Compressed Sensing (CS); Multiple measurement vectors; Graph structured sparsity; Alternated direction method of multiplier

1 引言

高光谱图像的压缩感知问题是当前的一个研究热点, 是解决高光谱现有成像模式数据量大冗余度

高问题的一个有效机制^[1-3], 不同于 2 维信号, 高光谱图像是一种 3 维体数据, 包含空间与光谱两个维度。由于光谱间的连续性以及地物分布的空间连续性, 呈现出空间和谱间的联合相关结构, 应有效利用这一联合结构先验进行压缩感知重建。文献[4]将全变差模型独立应用于每一谱带数据, 约束其空间光滑性, 文献[5]使用小波对每一谱带进行稀疏表示, 但均忽略了谱带间的相关性。文献[6]采用 3 维

2014-04-30 收到, 2014-07-25 改回

国家自然科学基金(61272223, 61300162, 81201161), 江苏省自然科学基金(BK2012045, BK20131003), 中国博士后基金(20110491429), 江苏省博士后基金(1101083C), CAST 创新基金(201227)和江苏省光谱成像与智能感知重点实验室基金资助课题

*通信作者: 刘青山 qslu@nuist.edu.cn

张量小波约束高光谱数据在空间与谱维的联合稀疏性，光谱维的光滑先验得以利用。然而文献[4-6]均将多通道的高光谱信号重排为长向量进行单次压缩采样，由单一测量向量恢复未知的稀疏信号，这种重建模型称之为单测量向量(Single Measurement Vector, SMV)模型，高光谱图像的多通道结构未能得到有效利用。为了有效测量时序数据以及多通道信号，文献[7,8]提出多测量向量(Multiple Measurement Vectors, MMV)模型，从多个测量向量恢复多个未知的稀疏信号。模型将多个稀疏源信号表示为一组联合稀疏向量组成的矩阵形式，约束具有相同的稀疏支撑，即非零元出现在相同的位置，如 $l_{p,q}$ 范数度量的行稀疏等，从而利用稀疏源信号间的相关性进行联合重建，被应用于视频压缩感知、分布式压缩感知(Distributed CS)等联合重构问题。理论研究表明，与 SMV 相比，MMV 可以有效提高源信号恢复的成功率^[7-9]。文献[10]将 MMV 模型拓展应用于高光谱信号的压缩重建问题，然而经典的行稀疏结构无法有效度量非零元在空间与谱维的联合相关结构，同时行稀疏对谱间的相关性预测过于严格，忽略了谱间的差异性，容易丢失细节信息^[11]。

如何构建更为有效的高光谱数据联合重建模型是一个难点问题。本文建立了高光谱图像的压缩感知多测量向量模型，由编码器与解码器两部分组成，编码器对各通道使用随机卷积算子进行快速采样^[12]，生成测量向量矩阵，解码器将高光谱图像表示为稀疏变换域的关联成分和差异成分，构建图稀疏正则化的联合重建模型，并提出模型求解的交替方向乘子迭代算法^[13,14]。在多个实测数据集上进行了对比实验，实验结果验证了本文模型与算法的有效性。

2 高光谱图像的多向量测量

经典的单测量向量模型，将 3 维体数据重排为向量后进行测量，未能有效利用高光谱数据的多通道特性，且不利于硬件实现。为此，本文研究编码端高光谱数据的多向量测量机制，将高光谱的 3 维体数据重排为矩阵形式 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{n_2}] \in R^{n_1 \times n_2}$ ，其列向量 $\mathbf{x}_j \in R^{n_1}$ 表示第 j 个光谱通道图像， n_1 为高光谱数据的空间分辨率， n_2 为光谱通道数目。多向量测量过程可表示为

$$\mathbf{Y} = \Phi \mathbf{X} \quad (1)$$

其中矩阵 $\Phi \in R^{m \times n_1}$ 为线性随机测量算子， $m \ll n_1$ ，对数据矩阵进行压缩测量； $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_{n_2}] \in R^{m \times n_2}$ 为生成的测量向量矩阵， $\mathbf{y}_i \in R^m$ 为第 i 通道

的测量向量，总采样数 mn_2 远小于 n_1n_2 ，采样率为 m/n_1 。

测量算子 Φ 的选择是一个关键问题。随机 Gauss 矩阵、伯努利等观测矩阵是广泛使用的测量矩阵，但当信号维数很高时，随机观测矩阵存在复杂度过高的问题，不易实现。为了提高测量效率，本文采用随机卷积(random convolution)变换作为线性观测矩阵，构建多向量测量模型，对每一通道进行独立采样，生成测量向量矩阵。随机卷积测量将信号与随机波形进行卷积操作，并在时域进行采样生成低维的测量向量，文献[12]指出随机卷积测量算子对于稀疏度为 s 的任一 n 维信号，能够从 $m \geq s \log_2 n$ 个测量值高概率重建原信号。同时具有近似线性复杂度的快速计算方法，在对向量做变换的时候，变换矩阵也无需存储，可进一步提高本文多向量模型的采样效率。

3 图稀疏正则化的多向量测量重建模型

本节建立高光谱数据的压缩感知重建模型，从多测量数据 \mathbf{Y} 重建图像 \mathbf{X}^* 。经典的多测量模型使用 $l_{p,q}$ 混合范数作为稀疏性正则约束^[7,8]。尽管不同的混合范数之间存在一定的差异性，但基本思想均是每一行作为一个组，约束非零分量按行出现。多通道信号的联合稀疏结构在 MMV 问题的求解中起到重要的作用，但混合范数并不能有效表征高光谱图像 \mathbf{X} 的空谱联合结构， \mathbf{X}^* 的行向量(信号源)中的元素被假定为独立同分布，这种假设并不符合高光谱数据的空谱联合相关性。同时，不同谱段的数据还存在一定的差异性，混合范数的行稀疏条件对谱间的相关性预测过于苛刻，抹杀了谱间的差异性，容易导致重建数据过于平滑，丢失细节信息。

针对上述问题，本文建立图稀疏正则化的多测量向量模型，将高光谱数据 \mathbf{X} 在稀疏变换域分解为关联成分 \mathbf{Z} 与差异成分 \mathbf{E} ，采用图结构化稀疏先验预测关联成分在谱内与谱间的联合相关性，考虑定义在 \mathbf{Z} 上的图 G ，以 \mathbf{Z} 中的每一元素为顶点，系数间的边连接分类为两类，如图 1 所示，一类是通道内的空间相似性关系 E_1 ，约束非零元在空间分布上的连续性，另一类是同前一通道以及后一通道间的谱间相关性关系 E_2 ，约束光谱维的一致性。同时，作为预测残差的差异成分 \mathbf{E} 将更加稀疏，增加了可恢复性。为此，建立的联合重建凸优化模型为

$$\left. \begin{aligned} [\mathbf{Z}^*, \mathbf{E}^*] &= \arg \min_{\mathbf{Z}, \mathbf{E}} \|\mathbf{Z}\|_1 + \text{vec}(\mathbf{Z})^T \mathbf{L} \text{vec}(\mathbf{Z}) + \lambda \|\mathbf{E}\|_1 \\ \text{s.t. } \mathbf{Y} &= \Phi \Psi (\mathbf{Z} + \mathbf{E}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中， $\Psi \in R^{n_1 \times s}$ 为稀疏表示字典， s 为字典中的原子(基函数)个数； $\mathbf{Z} = [\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_{n_2}] \in R^{s \times n_2}$ 为系数矩

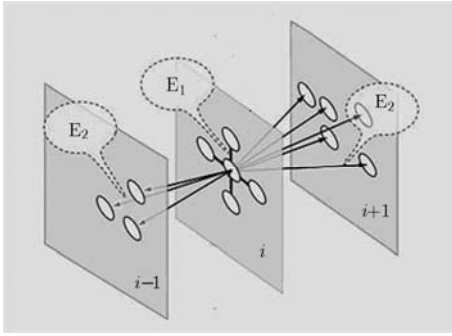


图1 关联成分的图结构化稀疏

阵, $\mathbf{z}_i \in R^s$ 为第 i 个通道图像的稀疏分解系数, $\|\cdot\|_1$ 为矩阵的 l_1 范数, 计算为各元素的绝对值之和。 λ 为正则化参数, 权衡重建数据的关联成分与差异成分。 $\text{vec}(\mathbf{Z})$ 为线性映射, 将矩阵 \mathbf{Z} 重排为向量。 $\mathbf{L} \in R^{n_2^s \times n_2^s}$ 为定义在图 G 上的规范化拉普拉斯矩阵, 计算为 $\mathbf{L} = \mathbf{I} - \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{W} \mathbf{D}^{1/2}$, \mathbf{I} 为单位矩阵, \mathbf{W} 为相似性矩阵, \mathbf{D} 为度矩阵, 是一个对角矩阵, 对角元素 $D_{ii} = \sum_j W_{i,j}$ 。

针对模型式(2), 本文选用具有快速算法的随机卷积变换作为测量算子 Φ, Ψ 设置为小波变换, $Z_i (1 \leq i \leq n_2^s)$ 系数的邻域 $N(i)$ 定义为同一尺度同一方向的通道内与通道间(前后各一通道)的相邻系数, 权重 w_{ij} 按与中心 Z_i 的欧氏距离作高斯衰减。依据谱图理论, 图正则化稀疏约束等价于式(3)二次函数形式:

$$\text{vec}(\mathbf{Z})^T \mathbf{L} \text{vec}(\mathbf{Z}) = \sum_{i,j \in N(i)} w_{ij} (Z_i - Z_j)^2 \quad (3)$$

约束相邻系数值在空间维与光谱维的相似性, 从而有效表征高光谱数据的空谱联合相关性。

不同于 $l_{p,q}$ 范数约束的 MMV 模型, 本文模型式(2)通过图结构化稀疏先验表征高光谱数据谱间与谱内的联合相关性, 并通过差异成分 \mathbf{E} 来有效重建谱间的预测误差, 增强高光谱数据的重建质量。求解模型式(2), 可获得重建数据 $\mathbf{X}^* = \Psi(\mathbf{Z}^* + \mathbf{E}^*)$ 。

4 交替方向乘子法优化算法

目前, 诸多文献研究了 MMV 模型的联合稀疏重构方法, 可分为凸优化方法与贪婪算法两类。凸优化方法将 $l_{0,q}$ 范数约束的 MMV 问题松弛为 $l_{p,q} (p \geq 1)$ 范数约束的凸优化问题进行求解^[9], 贪婪类算法也主要是将面向 SMV 模型的贪婪算法推广至多测量情形^[15]。这些方法主要是对 SMV 的重建算法进行了推广与泛化, 然而本文的模型式(2)是一个包含复合正则化的多变量优化问题, 上述方法并不能有效解决该问题。交替方向乘子法在低秩矩阵恢复问题^[13,14]中得到了广泛的应用, 将原问题转化为关

于 \mathbf{Z} 与 \mathbf{E} 的两个子问题的迭代求解。但对于本文的重建模型式(2), 由于测量算子 Φ 与变换基 Ψ 的引入, 使得模型关于变量 \mathbf{Z} 是不可分离的, 每一子问题并不存在解析解, 仍需进行迭代求解, 同时目标函数中关于 \mathbf{Z} 存在复合的 l_1 与拉普拉斯正则约束。如何进行变量分离与解耦是快速求解模型式(2)的一个关键问题。为此, 本文通过引入辅助变量, 分离复合的拉普拉斯正则与稀疏性约束, 并引入线性化策略, 对变量 \mathbf{Z} 进行解耦, 使得每个子问题存在简单的解析解, 进而快速求解。

模型式(2)中包含有关于 \mathbf{Z} 的复合正则化模型, 引入辅助变量 \mathbf{J} 对复合正则项进行解耦与分离, 如式(4):

$$\left. \begin{aligned} [\mathbf{Z}^*, \mathbf{E}^*, \mathbf{J}^*] &= \arg \min_{\mathbf{Z}, \mathbf{E}, \mathbf{J}} \|\mathbf{Z}\|_1 + \text{vec}(\mathbf{J})^T \mathbf{L} \text{vec}(\mathbf{J}) + \lambda \|\mathbf{E}\|_1 \\ \text{s.t. } \mathbf{Y} &= \Phi \Psi(\mathbf{Z} + \mathbf{E}), \mathbf{J} = \mathbf{Z} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对于等式约束引入拉格朗日乘子, 构建重建模型式(4)的增广拉格朗日乘子函数, 表示为

$$\begin{aligned} [\mathbf{Z}^*, \mathbf{E}^*, \mathbf{J}^*] &= \arg \min_{\mathbf{Z}, \mathbf{E}, \mathbf{J}} \|\mathbf{Z}\|_1 + \text{vec}(\mathbf{J})^T \mathbf{L} \text{vec}(\mathbf{J}) \\ &+ \lambda \|\mathbf{E}\|_1 + \langle \mathbf{M}_2, \Phi \Psi(\mathbf{Z} + \mathbf{E}) - \mathbf{Y} \rangle \\ &+ \langle \mathbf{M}_1, \mathbf{Z} - \mathbf{J} \rangle + \frac{\beta}{2} \|\mathbf{Z} - \mathbf{J}\|_F^2 \\ &+ \frac{\beta}{2} \|\Phi \Psi(\mathbf{Z} + \mathbf{E}) - \mathbf{Y}\|_F^2 \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{M}_1 \in R^{s \times n_2}$ 与 $\mathbf{M}_2 \in R^{m \times n_2}$ 为拉格朗日乘子, $\langle \mathbf{M}_1, \mathbf{Z} \rangle$ 为内积, $\|\cdot\|_F$ 为矩阵的 F 范数, $\beta > 0$ 为惩罚参数。这是一个多变量的优化问题, 交替方向乘子算法采用变量交替迭代的方法进行求解。假定当前为第 k 次迭代, 变量的交替优化与乘子更新过程如下。

(1) 固定 \mathbf{E}, \mathbf{Z} , 求解 \mathbf{J} , 目标函数为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}^* &= \arg \min_{\mathbf{J}} \text{vec}(\mathbf{J})^T \mathbf{L} \text{vec}(\mathbf{J}) \\ &+ \frac{\beta}{2} \|\mathbf{J} - \mathbf{Z}^k - \mathbf{M}_1^k / \beta\|_F^2 \end{aligned} \quad (6)$$

这是一个二次凸优化问题, 建立式(6)关于变量 \mathbf{J} 的最优解必要条件, 存在解析解, $\mathbf{J}^{k+1} = (\mathbf{L} + \beta \mathbf{I})^{-1} \cdot (\beta \mathbf{Z}^k + \mathbf{M}_1^k)$, 式中 \mathbf{I} 为单位矩阵, $(\mathbf{L} + \beta \mathbf{I})^{-1}$ 项与迭代次数无关, 为了提高运算效率, 可保存预先计算的结果。

(2) 固定 \mathbf{E}, \mathbf{J} , 求解 \mathbf{Z} , 目标函数为

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}^* &= \arg \min_{\mathbf{Z}} \|\mathbf{Z}\|_1 + \frac{\beta}{2} \|\mathbf{Z} - \mathbf{J}^{k+1} + \mathbf{M}_1^k / \beta\|_F^2 \\ &+ \frac{\beta}{2} \|\Phi \Psi(\mathbf{Z} + \mathbf{E}^k) - \mathbf{Y} + \mathbf{M}_2^k / \beta\|_F^2 \end{aligned} \quad (7)$$

由于在 \mathbf{Z} 的二次项中存在 $\Phi \Psi$ 算子, 使得式(7)的求

解较为复杂，不存在解析解，需要对变量 \mathbf{Z} 进行解耦。本文应用线性化策略^[14]，将式(7)中的二次项在 \mathbf{Z}^k 点处进行一阶的 Taylor 展开，进行线性逼近，化简合并后的目标函数为

$$\mathbf{Z}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{Z}} \|\mathbf{Z}\|_1 + \frac{\beta\eta_{\mathbf{Z}}}{2} \|\mathbf{Z} - \mathbf{Z}_c\|_F^2 \quad (8)$$

其中

$$\mathbf{Z}_c = \mathbf{Z}^k - [\beta(\mathbf{Z}^k - \mathbf{J}^{k+1} + \mathbf{M}_1^k/\beta) + \beta\boldsymbol{\Psi}^*\boldsymbol{\Phi}^*(\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{Z}^k + \mathbf{E}^k) - \mathbf{Y} + \mathbf{M}_2^k/\beta)]/(\beta\eta_{\mathbf{Z}})$$

$\boldsymbol{\Psi}^*, \boldsymbol{\Phi}^*$ 分别为 $\boldsymbol{\Psi}, \boldsymbol{\Phi}$ 的伴随算子，该子问题存在解析解，即为 l_1 范数的邻近算子^[16]，对应为式(8) \mathbf{Z}_c 的软阈值收缩 $\mathbf{Z}^{k+1} = \text{sign}(\mathbf{Z}_c)(\text{abs}(\mathbf{Z}_c) - 1/\beta\eta_{\mathbf{Z}})$ ，其中 $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数， $\text{abs}(\cdot)$ 为绝对值运算。线性化策略有效降低了算法的运算复杂度。

(3)固定 \mathbf{Z}, \mathbf{J} ，求 \mathbf{E} 该子问题与式(7)相类似，同样应用线性化策略，化简合并后的优化模型为

$$\mathbf{E}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{E}} \lambda \|\mathbf{E}\|_1 + \frac{\beta\eta_{\mathbf{E}}}{2} \|\mathbf{E} - \mathbf{E}_c\|_F^2 \quad (9)$$

其中 $\mathbf{E}_c = \mathbf{E}^k - \beta\boldsymbol{\Psi}^*\boldsymbol{\Phi}^*(\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{Z}^{k+1} + \mathbf{E}^k) - \mathbf{Y} + \mathbf{M}_2^k/\beta)/\beta\eta_{\mathbf{E}}$ ，该子问题存在解析解，对应为常数项矩阵 \mathbf{E}_c 中每个元素的软阈值收缩^[16]。

(4)对偶更新

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}_1^{k+1} &= \mathbf{M}_1^k + \gamma(\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{J}^{k+1}) \\ \mathbf{M}_2^{k+1} &= \mathbf{M}_2^k + \gamma(\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{Z}^{k+1} + \mathbf{E}^{k+1}) - \mathbf{Y}) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

重复执行此过程直至满足给定的收敛性条件 $\text{RelErr1} < \varepsilon_1$ 与 $\text{RelErr2} < \varepsilon_2$ ， $\text{RelErr1}, \text{RelErr2}$ 分别度量问题变量以及拉格朗日乘子在第 $k+1$ 次与 k 次迭代间的相关变化量，定义为

$$\left. \begin{aligned} \text{RelErr1} &= \max \left(\left\| \frac{\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{Z}^k}{\mathbf{Z}^k} \right\|_F, \left\| \frac{\mathbf{E}^{k+1} - \mathbf{E}^k}{\mathbf{E}^k} \right\|_F, \left\| \frac{\mathbf{J}^{k+1} - \mathbf{J}^k}{\mathbf{Y}} \right\|_F \right) \\ \text{RelErr2} &= \max \left(\left\| \frac{\mathbf{M}_1^{k+1} - \mathbf{M}_1^k}{\mathbf{M}_1^k} \right\|_F, \left\| \frac{\mathbf{M}_2^{k+1} - \mathbf{M}_2^k}{\mathbf{Y}} \right\|_F \right) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

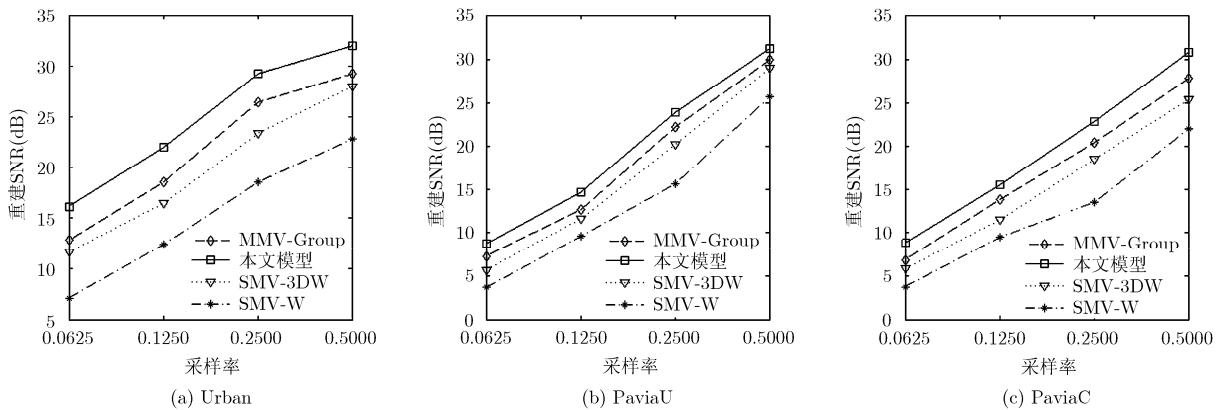


图 2 本文模型与 SMV-W, SMV-3DW, MMV-Group 模型在不同采样率下的重建 SNR 曲线图

多篇文献对交替方向乘子法优化算法的收敛性进行了分析^[13,14]，本文模型式(2)中目标函数为凸的闭函数，且 $\boldsymbol{\Psi}, \boldsymbol{\Phi}$ 满足行满秩条件，在参数 $\eta_{\mathbf{Z}}, \eta_{\mathbf{E}}, \beta, \gamma$ 适当选值时，算法能够收敛于目标解。

5 实验结果与分析

该节通过实验分析与验证本文算法的性能，并与 SMV-W, SMV-3DW 与 MMV-Group 3 种算法进行对比分析。SMV-W 使用经典的 SMV 模型对各通道高光谱图像进行独立的采样与重建，重建模型中 $\boldsymbol{\Psi}$ 设置为 2 维小波基，采用 l_1 范数作为稀疏性度量标准^[5]。SMV-3DW 算法仍使用经典的 SMV 模型，将整个高光谱图像重排为向量进行压缩采样， $\boldsymbol{\Psi}$ 设置为 3 维小波基，重建模型采用高光谱数据在 3D 小波变换域的联合稀疏性进行重建^[6]。MMV-Group 算法使用 MMV 模型高光谱图像进行压缩重建，重建模型中 $\boldsymbol{\Psi}$ 设置为 2 维小波基，选用 $l_{2,1}$ 范数作为联合稀疏性度量标准^[7]。

实验中所有算法均使用随机卷积作为测量算子，小波选用 Db6，变换层数为 3。实验中，选用实测的高光谱图像 Pavia Center (PaviaC), Pavia University (PaviaU), Urban 作为仿真测试数据，高光谱图像 PaviaC 与 PaviaU 由 ROSIS 成像仪获取，空间分辨率为 256×256 ，谱带数为 64，Urban 由 AVIRIS 成像仪获取， 256×256 ，谱带数为 128。并以 $\text{SNR} = -10 \lg \left(\left\| \mathbf{X} - \boldsymbol{\Psi}\mathbf{Z}^* - \boldsymbol{\Psi}\mathbf{E}^* \right\|_F / \left\| \mathbf{X} \right\|_F \right)$ 作为重建图像 $\mathbf{X}^* = \boldsymbol{\Psi}\mathbf{Z}^* + \boldsymbol{\Psi}\mathbf{E}^*$ 与原图像 \mathbf{X} 的定量比较标准。

图 2 为本文模型与在 SMV-W, SMV-3DW, MMV-Group 不同采样率下 PaviaC, Urban 与 PaviaU 3 个高光谱数据的重建 SNR 对比图形，横坐标表示采样率，依次为 0.0625, 0.1250, 0.2500 与 0.5000，纵坐标为对应的重建 SNR。本文模型参数设置为 $\lambda = 3.5/\sqrt{n_1}$ ， n_1 为像元个数， $\varepsilon_1 = 1.0 \times 10^{-4}$ ， $\varepsilon_2 = 1.0 \times 10^{-5}$ ，对于图稀疏正则项，第 3 层高频系

数的邻域大小设置为 5×5 ，低频与第2层高频系数邻域大小设置为 3×3 。从图2可以看出，SMV-W算法的性能最差，SMV-3DW要优于SMV-W算法，表明空谱联合相关性对于重建性能提升的重要性。MMV-Group的重建性能要好于SMV-3DW，表明与3维张量小波相比联合稀疏性更有利于表征谱间相关性。在四种采样率情形下，本文模型均具有更高的重建SNR，优于其他三种算法，表明了本文模型的图结构化稀疏模型能够更加有效度量空谱联合相关性，提高重建性能。

图3列出了采样率为0.1250时本文模型以及SMV-W, SMV-3DW, MMV-Group模型对Urban数据的重建图像，每一列图像对应一个谱带，谱带数分别为10, 30, 50, 70与90，图3(a)为原图像，图3(b)为SMV-W模型的重建图像，图3(c)为SMV-3DW模型的重建图像，图3(d)为MMV-Group模型的重建图像，图3(e)为本文模型的重建图像。本文重建图像的结构更加清晰完整，更多的图像细节得到重建。

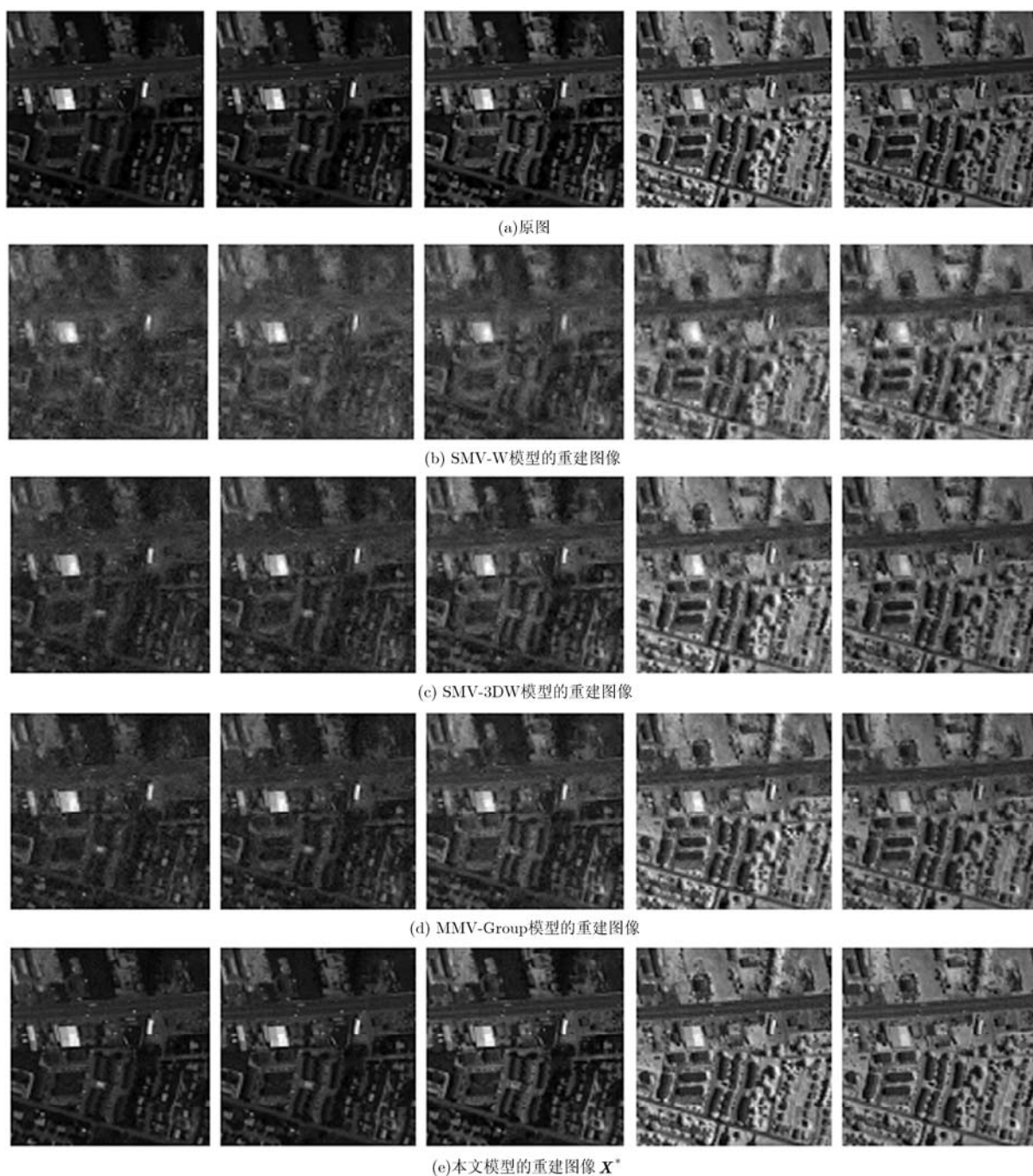


图3 采样率为0.1250时本文模型与SMV-W, SMV-3DW, MMV-Group模型的Urban重建图像对比图

图 4 展示了本文模型针对 PaviaU 数据在采样率为 0.125 时的重建恢复结果，详细列出了重建图像 \mathbf{X}^* ($=\Psi(\mathbf{Z}^*+\mathbf{E}^*)$) 的关联成分 $\Psi\mathbf{Z}^*$ 与稀疏成分 $\Psi\mathbf{E}^*$ ，并给出关联成分 $\Psi\mathbf{Z}^*$ 以及 \mathbf{X}^* 同原图像间的残差数据。重建图像 \mathbf{X}^* 的 SNR 为 14.584 dB，而只使用关联成分 $\Psi\mathbf{Z}^*$ 的 SNR 分别为 13.862 dB，稀疏成分 $\Psi\mathbf{E}^*$ 表示各谱带去除关联成分后的差异性结构，如树木、屋顶等，这些物质的光谱曲线变化较

快，是谱间差异性较强的物质类型。残差图像 $|\mathbf{X}-\Psi(\mathbf{Z}^*+\mathbf{E}^*)|$ 呈现出一定的随机结构，但由于采样率较低，尽管重要的结构信息得以重建，但残差图像仍包含了一些结构成分，如屋顶、树木与路面等，损失了部分结构信息。

6 结论

本文建立了一种新的图稀疏正则化的多测量向量模型，并将其应用于高光谱图像压缩感知重建，

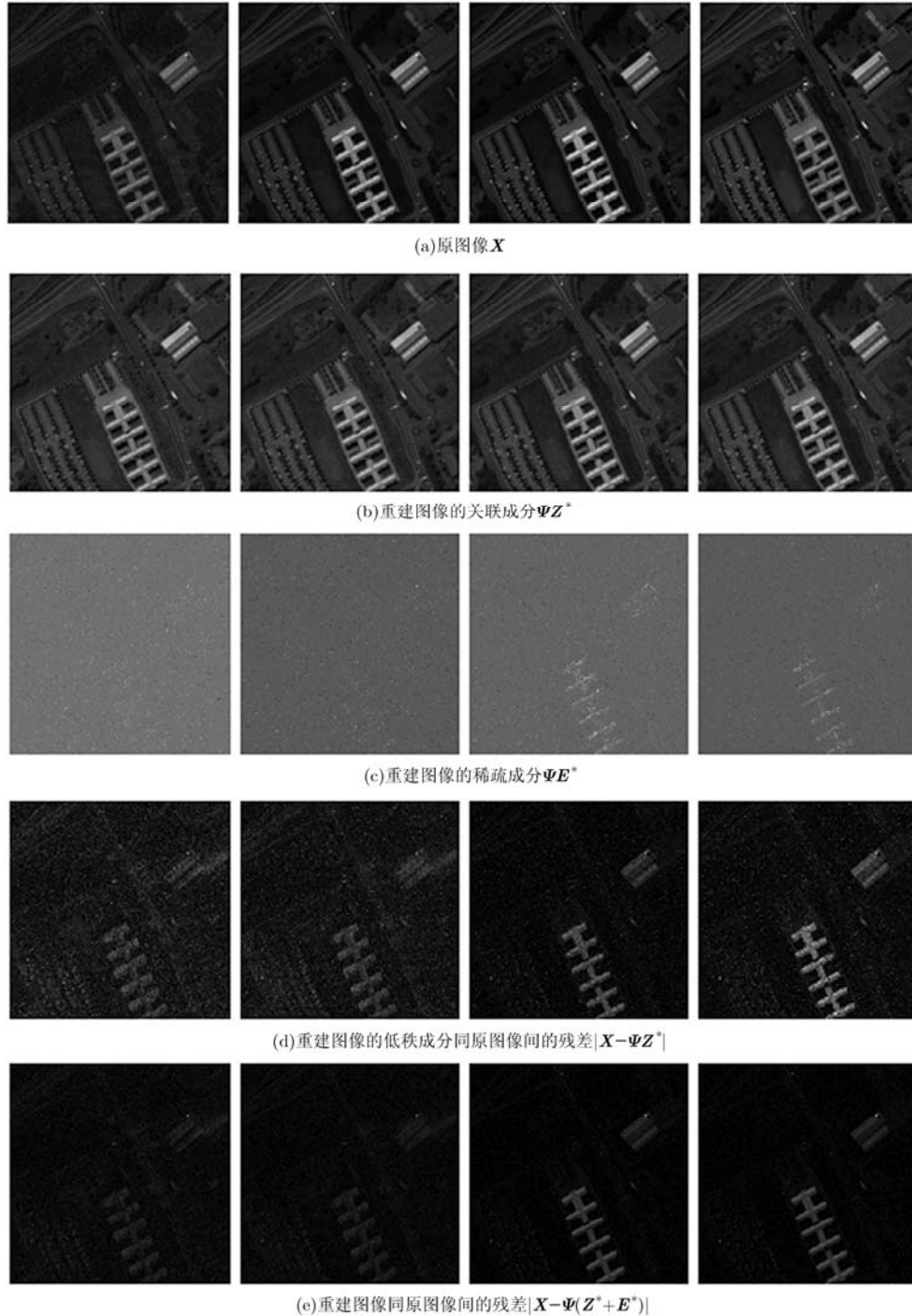


图 4 本文模型针对 PaviaU 数据在采样率为 0.1250 时的重建结果(从左至右所示图像对应的谱带数分别为 1,2,12,13)

在多个数据上进行了仿真测试, 并同现有模型进行了对比分析, 本文模型能够获得更高质量的重建图像, 验证了本文模型及其算法的有效性. 高光谱压缩感知成像机制在编码端只需获取少量的线性测量数据, 解码端从测量数据通过优化算法重建原高光谱数据, 该种测量机制将编码端的工作负荷转移至解码端, 有利于降低编码端的能量与存储要求, 适合于星上处理与移动嵌入式等资源受限系统, 具有一定的工程应用价值.

参考文献

- [1] Chang C I. Hyperspectral Imaging: Techniques for Spectral Detection and Classification[M]. New York: Springer, 2003: 3-10.
 - [2] 刘芳, 武娇, 杨淑媛, 等. 结构化压缩感知研究进展[J]. 自动化学报, 2013, 39(12): 1980-1995.
Liu Fang, Wu Jiao, Yang Shu-yuan, et al. Research advances on structured compressive sensing[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(12): 1980-1995.
 - [3] 李然, 干宗良, 崔子冠, 等. 联合时空特征的视频分块压缩感知重构[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(2): 285-292.
Li Ran, Gan Zong-liang, Cui Zi-guan, et al. Block compressed sensing reconstruction of video combined with temporal-spatial characteristics[J]. *Journal of Electronic & Information Technology*, 2014, 36(2): 285-292.
 - [4] Wagadarikar A, John R, Willett R, et al. Single disperser design for coded aperture snapshot spectral imaging[J]. *Applied Optics*, 2008, 47(10): B44-B51.
 - [5] Pfeffer Y. Compressive sensing for hyperspectral imaging [D]. [Ph.D. dissertation], Technion-Israel Institute of Technology, 2010.
 - [6] Duarte M and Baraniuk R. Kronecker compressive sensing[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2011, 21(2): 494-504.
 - [7] Shane F, Bhaskar D, Engan K, et al. Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(7): 2477-2488.
 - [8] Du X, Chen D, and Cheng L. A reduced l_2-l_1 model with an alternating minimization algorithm for support recovery of multiple measurement vectors[J]. *IET Signal Processing*, 2013, 7(2): 112-119.
 - [9] Eldar Y C and Rauhut H. Average case analysis of multichannel sparse recovery using convex relaxation[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(1): 505-519.
 - [10] Golbabaee M and Vandergheynst P. Hyperspectral image compressed sensing via low-rank and joint-sparse matrix recovery[C]. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Kyoto, 2012: 2741-2744.
 - [11] Waters A, Sankaranarayanan A, and Baraniuk R. SpaRCS: recovering low-rank and sparse matrices from compressive measurements[C]. *Advances in Neural Information Processing Systems*, Granada, 2011: 1089-1097.
 - [12] Romberg J. Compressive sensing by random convolution [J]. *SIAM Journal of Imaging Sciences*, 2009, 2(4): 1098-1128.
 - [13] Rakotomamonjy A. Applying alternating direction method of multipliers for constrained dictionary learning[J]. *Neurocomputing*, 2013, 106(4): 126-136.
 - [14] Lin Zhou-chen, Liu Ri-sheng, and Su Zhi-xun. Linearized alternating direction method with adaptive penalty for low-rank representation[C]. *Advances in Neural Information Processing Systems*, Granada, 2011: 612-620.
 - [15] Tropp J A, Gilbert A C, and Strauss M J. Algorithms for simultaneous sparse approximation. Part I: greedy pursuit [J]. *Signal Processing*, 2006, 86(3): 572-588.
 - [16] Combettes P L and Pesquet J C. Proximal splitting methods in signal processing[C]. In *Fixed-Point Algorithms for Inverse Problems in Science and Engineering Springer Optimization and Its Applications*, New York, 2011: 185-212.
- 孙玉宝: 男, 1983年生, 讲师, 研究方向为多维信号稀疏表示与压缩感知、高光谱图像处理.
- 李欢: 女, 1979年生, 高级工程师, 研究方向为遥感图像处理、压缩感知理论与应用.
- 吴敏: 女, 1973年生, 高级工程师, 研究方向为压缩感知理论与应用、EEG信号处理.
- 吴泽彬: 男, 1981年生, 副教授, 研究方向为高光谱图像处理与智能解译、高性能计算技术.
- 贺金平: 女, 1981年生, 博士后, 研究方向为高光谱遥感、信号稀疏表示.
- 刘青山: 男, 1975年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为图像与视频分析、大数据处理与分析.