

## 低复杂度的自适应置信差分迭代译码算法

段琳琳<sup>\*①②</sup> 王忠勇<sup>①</sup> 王玮<sup>①</sup> 高向川<sup>①</sup> 肖岩<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(郑州大学信息工程学院 郑州 450001)

<sup>②</sup>(解放军信息工程大学信息工程学院 郑州 450001)

**摘要:** 针对中短码长的低密度奇偶校验规则码(Low Density Parity Check, LDPC)规则码, 该文采用消息更新规则改进和因子图变换方法, 提出一种低复杂度差分迭代译码算法。在置信传播算法的基础上, 仅当变量节点的消息值振荡时引入差分映射策略, 得出一种选择性的置信差分规则, 自适应地调整校验节点消息的归一化系数, 提高译码性能。同时, 采用展开校验节点的图变换方法, 将计算复杂度从随节点度分布指数性增长降至线性增长。分别在加性高斯白噪声信道和瑞利衰落信道下进行仿真实验, 结果表明该算法和基于图变换的其他低复杂度译码算法相比, 性能优越且复杂度低, 和对数似然比的置信传播算法(LLR-BP)相比, 高信噪比区域内的性能优异, 低信噪比区域内的计算复杂度明显降低。

**关键词:** 低密度奇偶校验迭代译码算法; 差分映射机制; 因子图变换; 自适应归一化系数

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)11-2640-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2014.00234

## An Adaptive Belief Propagation Difference-map Iterative Decoding Algorithm with Low Complexity

Duan Lin-lin<sup>①②</sup> Wang Zhong-yong<sup>①</sup> Wang Wei<sup>①</sup> Gao Xiang-chuan<sup>①</sup> Xiao Yan<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(College of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

<sup>②</sup>(College of Information System and Engineering, PLA Information and Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** In this paper, an adaptive belief difference-map propagation algorithm with low complexity is proposed for short and middle length LDPC regular codes by modifying message update rules and transforming factor graph. To improve decoding performance, a new selective belief propagation difference-map message update rule is introduced by borrowing the difference-map strategy for variable node messages oscillation, and the normalized factor is adjusted adaptively. Meanwhile, the computational complexity exponential in the degree of check node is decreased into linear in degree by opening the check node. The simulation results illustrate that the proposed algorithm has better performance and lower complexity than other iterative decoding algorithms based on the modified factor graphs. Compared to the LLR-BP, it better performance at high  $E_b/N_0$  and the computational complexity is apparently downgraded at low  $E_b/N_0$ .

**Key words:** LDPC iterative decoding algorithm; Difference-Map (DM) strategy; Transforming factor graph; Adaptive normalized factor

### 1 引言

基于因子图<sup>[1]</sup>的置信传播译码算法<sup>[2]</sup>具有计算并行化和延时短等优点, 码长较长时性能可以逼近香农限, 因此低密度奇偶校验(Low Density Parity Check, LDPC)码引起信道编码界和通信领域学者的关注和研究热潮。虽然长码性能优异, 但实际应

用中, 在双向实时通信或对延时要求较高的环境下, 显然不能满足延时要求。此时更适合采用中短码长的 LDPC 码, 加之极大规模集成电路硬件实现技术的支持, 码长度较短的规则 LDPC 码已经得到广泛应用<sup>[3]</sup>。

在中短码长的 LDPC 码图中存在短环、陷阱集和停止集<sup>[4,5]</sup>, 这些因素会引发迭代译码过程中某些变量节点的消息值即对数似然比外信息值(extrinsic Logarithm Likelihood Ratio, ex-LLR)的振荡现象<sup>[6]</sup>, 译码算法容易陷入陷阱集, 出现错误平层, 使译码

2014-02-24 收到, 2104-06-26 改回

国家自然科学基金(61172086, 61201251), 国家自然科学基金联合基金(U1204607)和博士后科研启动基金(20111012)资助课题

\*通信作者: 段琳琳 llduan@126.com

性能受到损失。针对上述问题，文献[6]采用跟踪振荡现象和处理外信息值的方法对置信传播算法进行改进，将当前迭代与前次迭代的外信息值相加，减少振荡对译码性能的影响，所提出的算法和对数似然比的置信传播(Logarithm Likelihood Ratio BP, LLR-BP)算法相比性能略有提高。文献[7]侧重于解决陷阱集的问题，在分治(Divide and Concur, DC)算法<sup>[8]</sup>中引入差分动态机制，改进变量节点处的消息更新规则，提出了差分映射置信传播译码(Difference-Map Belief Propagation, DMBP)算法，它和置信传播(Belief Propagation, BP)算法、DC 算法相比性能有所提高。均匀重加权置信传播(Uniformly ReWeighted Belief Propagation, URW-BP)算法<sup>[9]</sup>和变量因子出现概率置信传播(Variable Factor Appearance Probability Belief Propagation, VFAP-BP)算法<sup>[10]</sup>通过改进因子图中变量节点的消息更新规则和选取优化参数来提高译码性能。文献[11,12]在归一化的最小和算法基础上，根据迭代过程中校验节点的状态动态调整归一化系数，提出自适应归一化最小和算法，仿真结果表明，对于 DVB-S2 LDPC 长码，这种算法和归一化最小和算法(Min-Sum Algorithm, MSA)相比，该算法在增加少量计算复杂度的同时可提高性能。此外，还有采用多步骤量化消息<sup>[13]</sup>和期望传播<sup>[14]</sup>等方法降低错误平层和提高译码性能。

译码迭代过程中，并不是所有变量节点的信息值都会发生振荡。差分映射虽然是避免译码算法陷入陷阱集的一个有效策略，但如果对每个变量节点均使用差分映射更新消息，可能会因频繁过度的纠正而产生某些错误的软判决，并没有合理地发挥差分映射的优势。此外在对数概率测度下采用和积规则更新校验节点的消息，计算复杂度和节点度分布呈指数性增长关系，复杂度较高。因此本文提出一种低复杂的自适应置信差分传播算法，在置信传播算法的基础上，仅在变量节点消息值发生振荡时引入差分映射动态机制，进一步提高译码性能。同时，通过展开节点方法变换校验节点部分的因子图，借鉴归一化方法推导出一种自适应归一化的消息更新规则，复杂度和校验节点度分布的增长呈线性关系，复杂度大大降低。

## 2 变换校验节点因子图和改进消息更新规则

和 Tanner 因子图相比，Normal 因子图<sup>[14]</sup>减少节点个数的同时突出地描述变量之间的函数约束关系，有助于描述分治和 DMBP 算法中的节点消息

“复制”与“统一”的方法<sup>[7,8]</sup>。本文采用 Normal 因子图描述 LDPC 码，为比较低复杂的自适应置信差分传播算法和 BP, DMBP 等算法提供统一图模型，如图 1 所示。

边分别表示编码比特和信息比特变量，函数节点  $\square$  表示变量节点的约束关系，也称复制关系，函数节点  $\boxplus$  表示校验方程的约束关系，定义为

$$\begin{aligned} \square & (c_1^{(1)}, c_1^{(2)}, \dots, c_1^{(M)}) \\ & = \begin{cases} \prod_{k=1}^{M-1} \delta(c_1^{(k+1)} - c_1^{(k)}), & c_1^{(k)} \text{ 为连续变量} \\ \prod_{k=1}^{M-1} I(c_1^{(k+1)} - c_1^{(k)}), & c_1^{(k)} \text{ 为离散变量} \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\psi_j(\mathbf{C}_j) = \boxplus(c_1, c_2, \dots, c_D) = \begin{cases} 1, & \sum_{k=1}^D c_k = 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

第  $j$  个校验节点对应的变量序列为  $\mathbf{C}_j = [c_1, c_2, \dots, c_D]$ ,  $\mathbf{C}_j \subseteq \mathbf{C} = [c_1, c_2, \dots, c_{N_c}]$ ,  $N_b$  和  $N_c$  分别表示信息比特序列和编码比特序列的长度， $D$  为校验节点的度分布，对于规则码，该分布为常数。能量约束函数节点表示通过接收信号经过解调得到的似然函数的约束关系。如果采用和积规则(也称 BP 规则)如式(3)更新消息，计算复杂度为  $O(2^D)$ 。

$$\begin{aligned} p_{\square \rightarrow c_1}(c_1) & \propto \sum_{\sim\{c_1\}} \square(c_1 + c_2 + \dots + c_D, 0) \prod_{k=1} p_{c_1 \rightarrow \square}(c_k) \\ & = \sum_{c_2, c_3, \dots, c_D} \square(c_1 + c_2 + \dots + c_D, 0) \prod_{k=1} p_{c_k \rightarrow \square}(c_k) \\ & = \sum_{c_3, c_4, \dots, c_D} p_{c_2 \rightarrow \square}(c_1 + c_3 + \dots + c_D, 0) \prod_{k=1,2} p_{c_k \rightarrow \square}(c_k) \end{aligned} \quad (3)$$

为进一步降低译码部分的计算复杂度，引入中间变量  $U_k = \sum_{j=1}^k c_j, k = 2, 3, \dots, D-2$ ，将图中校验节点展开如图 1 中下半部所示，将扩展为  $D-2$  个

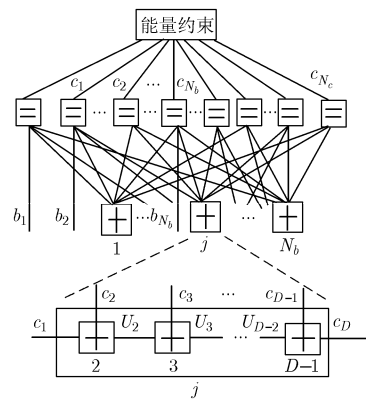


图 1 LDPC 码的正规因子图模型

节点度为 3 的校验节点级联。文献[15]中给出对数概率测度下, 节点度为 3 的校验节点更新对数似然比 (Logarithm Likelihood Ratio, LLR) 消息的 max-sum 规则

$$\begin{aligned} \lambda_{\square \rightarrow c_1} &= L_{\square \rightarrow c_1}(1) - L_{\square \rightarrow c_1}(0) \\ &= \mathbb{M}(\lambda_{c_2 \rightarrow \square}, \lambda_{c_3 \rightarrow \square}) - \mathbb{M}(0, \lambda_{c_3 \rightarrow \square} + \lambda_{c_2 \rightarrow \square}) \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $L$  为对数概率测度下的消息,  $\mathbb{M}$  运算可以忽略对数运算

$$\begin{aligned} \mathbb{M}(\lambda_i, \lambda_j) &= \max(\lambda_i, \lambda_j) + \ln(1 + e^{-|\lambda_i - \lambda_j|}) \\ &\approx \max(\lambda_i, \lambda_j) \end{aligned} \quad (5)$$

如果定义函数运算

$$g(\lambda_i, \lambda_j) = \mathbb{M}(\lambda_i, \lambda_j) - \mathbb{M}(0, \lambda_i + \lambda_j) \quad (6)$$

并应用在图 1 中更新校验点信息, 考虑到  $\mathbb{M}$  运算造成的消息过高估计, 根据校验节点的状态动态调整归一化系数来进一步提高性能, 推导出一种低复杂度自适应归一化规则, 并行更新前向消息和后向消息, 然后计算校验节点的消息, 具体步骤为:

步骤 1 更新前向和后向的内部消息

更新前向消息

$$\lambda_{\square_2 \rightarrow U_2}^f = g(\lambda_{c_1 \rightarrow \square_2}, \lambda_{c_2 \rightarrow \square_2}) \quad (7)$$

$$\lambda_{\square_k \rightarrow U_k}^f = g(\lambda_{U_{k-1} \rightarrow \square_k}^f, \lambda_{c_k \rightarrow \square_k}), \quad k = 3, 4, \dots, D-2 \quad (8)$$

$$\lambda_{\square_{D-1} \rightarrow C_D}^f = g(\lambda_{U_{D-2} \rightarrow \square_{D-1}}^f, \lambda_{c_{D-1} \rightarrow \square_{D-1}}) \quad (9)$$

同时, 更新后向消息为

$$\lambda_{\square_{D-1} \rightarrow U_{D-2}}^b = g(\lambda_{c_D \rightarrow \square_{D-1}}, \lambda_{c_{D-1} \rightarrow \square_{D-1}}) \quad (10)$$

$$\lambda_{\square_{D-k+1} \rightarrow U_{D-k}}^b = g(\lambda_{U_{D-k+1} \rightarrow \square_{D-k+1}}^b, \lambda_{c_{D-k+1} \rightarrow \square_{D-k+1}}), \quad k = 3, 4, \dots, D-2 \quad (11)$$

$$\lambda_{\square_2 \rightarrow c_1}^b = g(\lambda_{U_2 \rightarrow \square_2}^b, \lambda_{c_2 \rightarrow \square_2}) \quad (12)$$

步骤 2 更新校验节点到变量节点的消息

$$\lambda_{\square_2 \rightarrow c_2} = g(\lambda_{U_2 \rightarrow \square_2}^b, \lambda_{c_1 \rightarrow \square_2}) \quad (13)$$

$$\lambda_{\square_{D-1} \rightarrow c_{D-1}} = g(\lambda_{U_{D-2} \rightarrow \square_{D-1}}^f, \lambda_{c_D \rightarrow \square_{D-1}}) \quad (14)$$

对变量  $c_k (k = 3, 4, \dots, D-2)$ ,

$$\lambda_{\square_k \rightarrow c_k} = g(\lambda_{U_{k-1} \rightarrow \square_k}^f, \lambda_{U_k \rightarrow \square_k}^b) \quad (15)$$

则得到校验节点的消息为  $m_{j \rightarrow k} = \lambda_{\square_k \rightarrow c_k}$ 。显然, 每个校验节点的消息计算复杂度为  $O(D)$ 。

步骤 3 判决并处理校验节点消息

首先对所有校验节点的消息加归一化系数,  $m_{j \rightarrow k} = \alpha \cdot m_{j \rightarrow k}$ 。然后, 根据  $\mathbf{h}_j^T \cdot \hat{\mathbf{c}} = 1$  即硬判决序列  $\hat{\mathbf{c}} = \{\hat{c}_1, \hat{c}_2, \dots, \hat{c}_{N_c}\}$  与校验矩阵的行向量相乘的模 2 结果决定是否继续对消息进一步处理。如果

$\mathbf{h}_j^T \cdot \hat{\mathbf{c}} = 1$ , 则对第  $j$  个校验节点的消息乘以系数  $\beta$  即  $m_{j \rightarrow k} = \beta \cdot m_{j \rightarrow k}$ 。

和 BP 规则相比, 所提出的改进规则同样需要进行迭代终止的判断  $\mathbf{h}_j^T \cdot \hat{\mathbf{c}}$ , 不同之处在于  $N_b$  个校验节点的消息乘以归一化系数  $\alpha$  和  $N(N < N_b)$  个校验节点的消息乘以自适应系数  $\beta$  从而增加了复杂度, 以  $\beta=0.875$  为例, 从硬件实现的角度分析, 可以用 3 个移位和 2 个加法操作完成  $m_{j \rightarrow k} = 0.875 \times m_{j \rightarrow k} = \frac{1}{2}m_{j \rightarrow k} + \frac{1}{4}m_{j \rightarrow k} + \frac{1}{8}m_{j \rightarrow k}$ , 对应复杂度增加量为  $O(N_b)$ 。另外在于图变换方法将校验节点消息更新的计算复杂度由  $O(N_b \cdot 2^D)$  降低至  $O(N_b \cdot D)$ 。综合上述分析, 加法操作项减少的数目为  $N_b \cdot 2^D - N_b \cdot D - 2N_b$ , 也可以化为  $N_b \cdot (2^D - D - 2)$ , 通常  $D \geq 4, N_b \gg D$ , 因此复杂度明显降低。

### 3 改进变量节点的消息更新规则

LLR-BP 算法<sup>[2]</sup>中更新变量节点  $i$  到校验节点  $j$  的消息

$$m_{i \rightarrow j}(t+1) = L_{bi}(t) - m_{j \rightarrow i}(t) \quad (16)$$

也称为 BP 规则, 其中, 变量节点的后验信息为

$$L_{bi}(t) = L_i + \sum_{j \in C_i} m_{j \rightarrow i}(t) \quad (17)$$

差分映射置信传播 (DMBP) 算法<sup>[7]</sup>中消息更新为

$$m_{i \rightarrow j}(t+1) = L_{bi}(t) - \frac{1}{2}[m_{j \rightarrow i}(t) - m_{i \rightarrow j}(t)] \quad (18)$$

也称为 DMBP 规则, 其中, 变量节点后验信息为

$$L_{bi}(t) = Z \left[ L_i + \sum_{j \in C_i} m_{j \rightarrow i}(t) \right] \quad (19)$$

在译码迭代过程中, 振荡现象只发生在某些变量节点处<sup>[6]</sup>。如果仅采用 BP 规则, 则没有考虑振荡和陷阱集对译码性能影响。如果仅采用 DMBP 规则, 则对所有节点引入差分方法, 虽然可以解决陷阱集问题, 但同时也增加了计算量, 甚至过度纠错会造成不必要的性能损失, 从而减少译码性能提高的幅度。为进一步提高译码性能, 本文从迭代过程中消息值的振荡现象入手, 根据对数概率消息值测度下变量节点状态, 选择性地采用两种规则更新变量节点消息, 提出一种置信差分映射 (Belief propagation and Difference-map, BD) 消息更新规则。仅当发生消息值振荡时, 选择 DMBP 规则更新消息, 否则仍保留 BP 规则。具体步骤为

步骤 1 应用 BP 规则更新变量节点消息

$$m_{i \rightarrow j}(t+1);$$

步骤 2 判断并选择更新规则: 若

$$\text{sgn}(m_{i \rightarrow j}(t+1)) \neq \text{sgn}(m_{i \rightarrow j}(t))$$

则用 DMBP 规则更新消息,也可以用式(18)和式(19)式得到的等价规则更新消息:

$$m_{i \rightarrow j}(t+1) = Z \left( L_i + \sum_{j' \in C_i \setminus j} m_{j' \rightarrow i}(t) \right) + \left( Z - \frac{1}{2} \right) m_{j \rightarrow i}(t) + \frac{1}{2} m_{i \rightarrow j}(t) \quad (20)$$

否则保留  $m_{i \rightarrow j}(t+1)$  不变。

注意由式(16)和式(17)得到 BP 规则为

$$m_{i \rightarrow j}(t+1) = L_i + \sum_{j' \in C_i \setminus j} m_{j' \rightarrow i}(t) \quad (21)$$

比较式(20)和式(21)可以看出, BP 规则仅使用先验信息和当前迭代校验节点传给变量节点的外信息更新变量消息。而 DMBP 规则联合先验信息、当前迭代和前次迭代消息,取最优比例系数  $Z$  获得性能增益<sup>[7]</sup>。文献[7]中明确指出,分治算法中对所有信息比特信息之和取平均值。

$$L_{bi}(t) = \frac{1}{|C_i|} \sum_{j \in C_i} m_{j \rightarrow i}(t) \quad (22)$$

其中,  $|C_i|$  是所有和  $i$  节点相邻节点的数目,由此可见  $|C_i|$  的最优取值和信噪比无关。DMBP 算法是在分治算法基础上采用差分映射动态机制形成的,因此在每个信噪比下,本文所提出的 BD 规则中存在相同的  $Z \in (0, 1)$  使性能最优,可以通过仿真实验得出此最优值。

定义  $N_1$  为所提出的 BD 规则中执行 DMBP 规则的变量节点数目,  $N_c$  是执行 BP 规则的变量节点数目  $N_1 < N_c$ 。  $N_c$  次判断操作实际是执行了  $N_c$  次减法运算,和 DMBP 规则即式(18)中的减法运算都可以用加法操作实现,式(18)中每执行一次有 2 项加法运算, BP 规则每执行一次有 1 项加法运算。表 1 给出每次迭代时,3 种规则对应的计算复杂度指标,

表 1 3 种消息更新规则的复杂度比较

| 算法           | BP    | DMBP   | BD          |
|--------------|-------|--------|-------------|
| 空间复杂度 (存储单元) | 0     | $N_c$  | $N_c$       |
| 条件判断         | 0     | 0      | $N_c$       |
| BP 规则        | $N_c$ | 0      | $N_c$       |
| DMBP 规则      | 0     | $N_c$  | $N_1$       |
| 合计加法运算       | $N_c$ | $2N_c$ | $2N_c+2N_1$ |

可以看出, BD 规则和 BP 相比增加  $N_c+2N_1$  项加法运算,和 DMBP 相比增加  $2N_1$  项加法运算。

#### 4 改进的迭代译码算法及复杂度分析

基于上述对图与消息更新规则的改进,本文提出一种低复杂度的自适应置信差分迭代译码算法, (Adaptively Normalized Low-Complexity Belief propagation and Difference-map, ANLC-BD) 算法,具体步骤为:

步骤 1 初始化。由接收信号  $y_i$  计算概率似然比信息并给变量信息赋初值,作为先验信息  $L_i$ 。

$$L_i = m_{i \rightarrow j} = \ln \frac{P_i(1)}{P_i(0)} = \ln \frac{\Pr\{c_i = 1 | y_i\}}{\Pr\{c_i = 0 | y_i\}}, \quad i=1,2,\dots,N_c$$

步骤 2 校验节点更新消息如第 2 节中描述的具体步骤,输出  $m_{j \rightarrow i}(t+1)$ ;

步骤 3 变量节点更新消息如第 3 节中描述的具体步骤,输出  $m_{i \rightarrow j}(t+1)$ ;

步骤 4 译码器判决。计算变量节点的硬判决消息,若  $L_{bi}(t) > 0$ ,则  $\hat{c}_i = 0$ ,否则  $\hat{c}_i = 1$ ,进而组成译码信息序列  $\hat{c} = \{c_1, c_2, \dots, c_{N_c}\}$ ;

步骤 5 终止迭代。如果  $\mathbf{H}\hat{c}^T = 0$  或者已经达到设定的最大迭代次数,停止迭代;否则返回步骤 2 继续迭代。

不同于 ANLC-BD 算法,LLR-BP 算法在步骤 2 中按照式(3)更新校验节点消息,在步骤 3 中按照式(16)和式(17)更新变量节点消息。其他如低复杂度置信传播(Low Complexity-Belief Propagation, LC-BP)算法、低复杂度均匀重加权置信传播(Low Complexity-Uniformly ReWeighted belief propagation, LC-URW)算法、低复杂度差分映射置信传播(Low Complexity-Difference Map Belief Propagation, LC-DMBP)算法和低复杂度置信差分(Low Complexity-Belief propagation and Difference-map, LC-BD)算法是指在步骤 2 中均采用图变换方法,在步骤 3 中分别采用式(16)和式(17)的 BP 规则、URW-BP 规则<sup>[9]</sup>、式(18)和式(19)的 DMBP 规则和本文提出的 BD 规则更新消息的译码算法。在 LC-BP 算法基础上再执行校验节点消息处理步骤,则构成自适应归一化的低复杂度置信传播(Adaptively Normalized Low-Complexity Belief Propagation, ANLC-BP)算法。

综合上述第 2 节和第 3 节中的复杂度分析,和 LLR-BP 算法相比,每次迭代时 ANLC-BD 算法减少  $N_b \cdot (2^D - D - 2) - 2N_1 - N_c$  项加法运算,因为  $N_1 < N_c$ ,  $N_c = N_b/R$ ,  $R$  是码率(通常  $\frac{1}{2} < R < 1$ ),所以,

$$N_b(2^D - D - 2) - 2N_1 - N_c > N_b \left( 2^D - D - 2 - \frac{3}{R} \right) \quad (23)$$

又由于通常  $D \geq 4$ , 则  $2^D - D - 2 - 3/R \geq 4$ , 故减少的总项数  $\geq 4$ 。随迭代次数的增加, 上述时间复杂度将明显降低。同时增加的  $N_c$  ( $N_c \in [N_b, 2N_b]$ ) 个存储单元不随迭代次数而增加, 故空间复杂度只是略有增加, 总体复杂度和实际迭代次数、每次迭代计算复杂度有关, 由于 LDPC 译码判决终止迭代的特点, 采用 BD 规则比仅用 DMBP 或 BP 规则将更有地效避免陷阱集, 更快速地收敛, 实际迭代次数应该更少, 还需在仿真实验中进一步比较, 从而得到总体复杂度的比较结果。

## 5 仿真

在仿真中, 选用 8PSK 格雷映射方式, 码率为 1/2 的 (1008, 3, 6) LDPC 规则码, 在 AWGN 信道和瑞利衰落信道下, 对所提出的 ANLC-BD 算法进行性能仿真,  $\alpha = 0.85$ ,  $\beta = 0.75/0.85^{[11]}$ ,  $Z = 0.445^{[7]}$ 。同时给出用低复杂度自适应归一化规则改进的 LLR-BP 算法(称为 ANLC-BP 算法)的误码率特性曲线。LC-URW 中仍取  $\rho = 0.55^{[9]}$ , LC-DMBP 中仍取  $Z = 0.445^{[7]}$ 。设最大迭代次数为 100 次。

首先, 从图 2 中和图 3 的误码率特性曲线可以看出, AWGN 和瑞利衰落信道下, 低信噪比区域内, ANLC-BD 算法的性能均逼近 LLR-BP 算法。高信噪比区域内, AWGN 信道下的 ANLC-BD 算法均优于 LLR-BP 和 BP 算法, 但和最大似然比译码算法(Maximum Likelihood Decoding, MLD)之间仍存在性能差异, 瑞利衰落信道下的 ANLC-BD 算法和 LLR-BP 算法相比略有性能增益。和 LC-BP 算法相比, LC-URW 和 LC-DMBP 依次提高译码性能。仅采用 BD 规则的 LC-BD 算法和仅处理校验节点消息

的 ANLC-BP 算法均可以进一步提高译码性能。ANLC-BD 算法结合两者优势, 获得是最大的性能增益。

在设置相同的最大迭代次数和相同的终止迭代条件下, LDPC 译码的实际迭代次数是影响运算复杂度和译码延时的一个重要因素。定义数据块数为  $F$ , 每块数据的最大迭代次数均为  $M_{\max}$  和实际迭代次数为  $M_q$  ( $q = 1, 2, \dots, F$ ), 则最大迭代总次数 =  $F \times M_{\max}$ , 实际迭代总次数 =  $\sum_{q=1}^F M_q$ , 图 4 和图 5 中的纵坐标归一化迭代次数 = 实际迭代总次数 / 最大迭代总次数。结合第 4 节中每次迭代的复杂度比较结果和图 4、图 5 的仿真结果, 和 LLR-BP 算法相比, ANLC-BD 算法在低信噪比区域的迭代次数较少, 总体计算复杂度明显降低, 在高信噪比区域的迭代次数相当, 计算复杂度略有降低。和 LC-BP, LC-URW 和 LC-DMBP 算法相比, ANLC-BD 算法结合 BD 规则和仅处理校验节点消息的优势, 实际总迭代次数更少, 因此总体复杂度最低。

综合图 2 至图 5 的结果, 在低信噪比区域, 本文所提出的 ANLC-BD 算法和 LLR-BP 算法性能相当, 复杂度降低; 高信噪比区域内, 复杂度相当, 性能略有提高。在上述低复杂译码算法中, 仅处理校验节点消息的 ANLC-BP 算法和仅改进变量节点更新规则的 LC-BD 算法均提高译码性能, 同时都可以减少实际总迭代次数, ANLC-BD 算法结合两者优势, 获得是最大的性能增益和最少的实际总迭代次数。

最后, 在 AWGN 信道各信噪比下, 以及瑞利衰落信道  $E_b/N_0 = 6.5$  dB 下, 仿真本文所提算法取不同  $Z$  值时的性能, 图 6 结果表明, 各种信噪比下均存在  $Z = 0.445$  使性能最优。

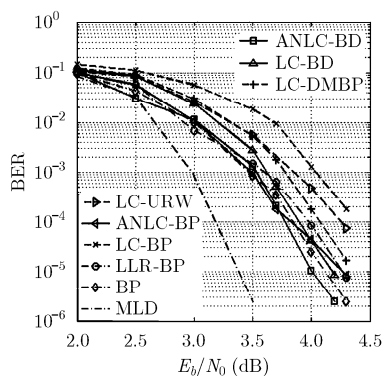


图2 AWGN 信道下, ANLC-BD 算法和其他改进算法的性能比较

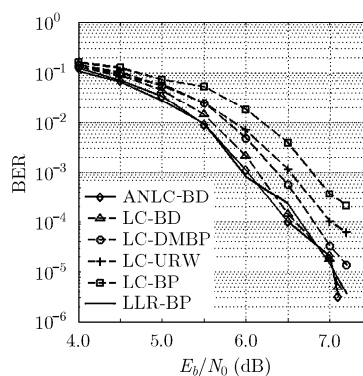


图3 瑞利衰落信道下, ANLC-BD 算法和其他改进算法的性能比较

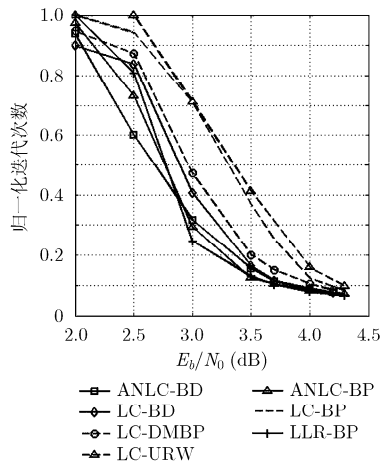


图 4 AWGN 信道下, ANLC-BD 算法和其他改进算法的迭代次数比较

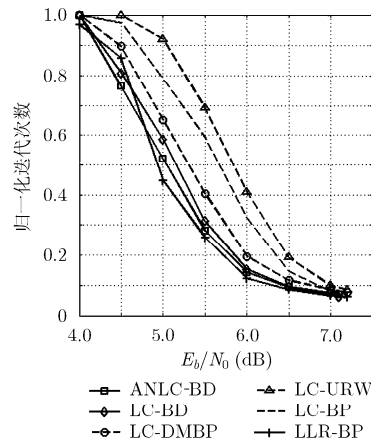


图 5 瑞利衰落信道下, ANLC-BD 算法和其他改进算法的迭代次数比较

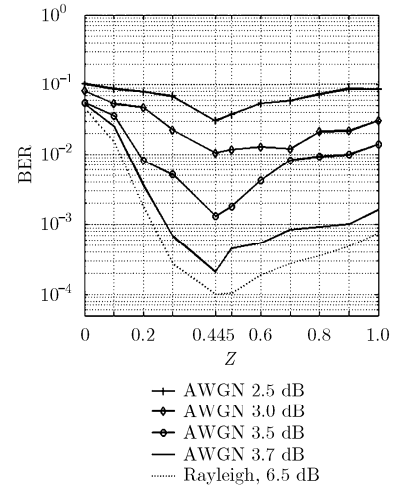


图 6 AWGN 和瑞利衰落信道下, Z 的不同取值对 ANLC-BD 算法性能的影响

## 6 结束语

本文采用因子图中图变换和规则改进两类方法, 提出一种低复杂度的自适应置信差分译码算法。和 LLR-BP 算法相比, 两种更新规则的引入实质上是进行了三方面的改进, 包括校验节点的图变换和相应更新规则、处理校验节点消息以及变量节点更新规则。上述改进方法的结合带来优势有两点, 一是综合图变换方法可以降低每次迭代复杂度和后两方面改进均可以减少实际总迭代次数的特点, 降低了算法在低信噪比区域的整体计算复杂度。二是综合了处理校验节点信息和变量节点更新规则均能提高性能的特点, 提高整体算法高信噪比区域的性能。仿真结果表明, 在 AWGN 信道和瑞利衰落信道下, 本文所提算法和置信传播算法相比, 低信噪比区域内性能相当, 复杂度较低, 高信噪区域内复杂度相当, 性能优越。同时性能明显优于低复杂度 BP, DMBP 和 URW-BP 译码算法。本文提出的方法可以扩展至长码、多元或不规则码等译码算法中。

## 参考文献

- [1] Loeliger H A. An introduction to factor graphs[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2004, 21(1): 28-41.
- [2] Chen Jinghu and Fossorier M P C. Near optimum universal belief propagation based decoding of low-density parity check codes[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2002, 50(3): 406-414.
- [3] Hu Zi-xia and Liu Hui. A low-complexity LDPC decoding algorithm for hierarchical broadcasting: design and implementation[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2013, 62(4): 1843-1849.
- [4] Laendner S and Milenkovic O. LDPC codes based on latin squares: cycle structure, stopping set, and trapping set analysis[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2007, 55(2): 303-312.
- [5] Milenkovic O, Soljanin E, and Whiting P. Asymptotic spectra of trapping sets in regular and irregular LDPC code ensembles[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*,

2007, 53(1): 39-55.

- [6] Goumai S, Ohtsuki T, and Kaneko T. Modified belief propagation decoding algorithm for low-density parity check code based on oscillation[C]. *Proceedings of the IEEE 63rd Vehicular Technology Conference*, Melbourne vic, 2006, 3: 1467-1471.
- [7] Yedidia J S, Wang Yige, and Draper S C. Divide and conquer and difference-map BP decoders for LDPC codes[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(2): 786-802.
- [8] Gravel S and Elser V. Divide and conquer: a general approach to constraint satisfaction[J]. *Physical Review E*, 2008, 78(3): 1-4.
- [9] Wymeersch H, Penna F, and Savic V. Uniformly reweighted belief propagation for estimation and detection in wireless networks[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(4): 1587-1595.
- [10] Liu Jing-jing and de Lamare R C. Low-latency reweighted belief propagation decoding for LDPC codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2012, 16(10): 1660-1663.
- [11] Wu Xiao-fu, Song Yue, Jiang Ming, et al. Adaptive-normalized/offset min-sum algorithm[J]. *IEEE Communications Letters*, 2010, 14(7): 667-669.
- [12] Fan Li-wen, Pan Chang-yong, Peng Ke-wu, et al. Adaptive normalized min-sum algorithm for LDPC decoding[C]. *2013 9th International Wireless Communications and Mobile Computing Conference (IWCMC)*, Sardinia, Italy, 2013: 1081-1084.
- [13] Tolouei S and Banihashemi A H. Lowering the error floor of LDPC codes using multi-step quantization[J]. *IEEE Communications Letters*, 2014, 18(1): 86-89.
- [14] Loeliger H A, Dauwels J, Hu Jun-li, et al. The factor graph approach to model-based signal processing[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(6): 1295-1322.
- [15] Henk W. *Iterative Receiver Design*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2007: 153-154.

段琳琳: 女, 1974 年生, 博士生, 研究方向为基于图模型的无线通信信号处理。

王忠勇: 男, 1965 年生, 教授, 研究方向为无线通信、数字通信和嵌入式系统。

王 玮: 女, 1974 年生, 博士生, 研究方向为信号处理。

高向川: 男, 1981 年生, 博士, 研究方向为 3G&4G 无线通信、信号处理、干扰对齐技术。

肖 岩: 男, 1978 年生, 博士生, 研究方向为无线通信信号处理。