

## 基于压缩感知的雷达前视向稀疏目标分辨

王军\* 赵宜楠 乔晓林

(哈尔滨工业大学电子与信息工程学院 哈尔滨 150001)

**摘要:** 主动雷达使用多普勒波束锐化(DBS)和合成孔径雷达技术只能提高在斜视和侧视向的横向距离分辨,而对前视向波束内相同距离但不同方位-俯仰角度上的多个目标难以分辨。该文提出一种基于压缩感知理论(CS)的单接收通道结构雷达前视向稀疏目标分辨方法。多个天线子阵接收信号经随机加权求和后通过单个接收通道输出,同一距离单元上不同脉冲重复周期的接收机输出建模为对同一稀疏信号场景的多次观测,根据观测进行压缩感知信号重构得到稀疏目标场景估计。仿真表明,该方法能够实现雷达对前视向波束内的稀疏目标分辨。

**关键词:** 雷达; 压缩感知; 前视向; 稀疏目标分辨; 单接收通道

中图分类号: TN958.92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)08-1978-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.01936

## A Sparse Target-scenario Determination Strategy Based on Compressive Sensing for Active Radar in the Line of Sight

Wang Jun Zhao Yi-nan Qiao Xiao-lin

(School of Electronics and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** Active radar can improve the cross-range resolution in the squint and side-looking direction using Doppler Beam Sharpening (DBS) and Synthetic Aperture Radar (SAR) techniques, but can difficultly determine multiple targets in the forward-looking direction at the same range cell but different angle in one beam. A sparse target-scenario determination strategy based on Compressive Sensing (CS) framework is addressed which can obtain the resolution in the line of sight for active radar and need only one receiver channel. The outputs of multiple sub-arrays are randomly weighted and then summarized in single receiver channel. The single-receiver outputs in the same one range cell belonging to multiple pulse repetition periods are modeled as multiple observations with respect to the same one sparse target-scenario, and then the sparse-target scene is estimated using the recovery method of compressive sensing based on observations. Numerical experiments show that the proposed method can obtain the resolution of a sparse target scenario in one beam in the line of sight for active radar.

**Key words:** Radar; Compressive Sensing (CS); Line of sight; Sparse target-scenario determination; Single receiver channel

### 1 引言

多普勒波束锐化(DBS)<sup>[1]</sup>和合成孔径雷达(SAR)<sup>[2]</sup>技术可用于提高雷达在其斜视和侧视向的横向距离分辨,但在雷达前视向这两种技术不能应用,雷达对前视向波束内的相同距离但不同俯仰-方位上多个目标难以分辨。经典 MUSIC, ESPRIT 等算法基于多阵元-多接收通道结构获得目标到达角度估计(DOA),但这种基于多接收通道结构算法因硬件体积和信号相关性等原因在主动雷达中难以应用。

压缩感知(CS)<sup>[3,4]</sup>理论是近年发展起来的建立在

信号稀疏表示和重建基础上的新理论,已广泛应用于雷达、图像、遥感等信号处理领域。一般地,雷达波束内 DOA 估计问题满足空域稀疏条件,因此 CS 用于 DOA 估计得到广泛研究。根据 CS 理论,文献[5,6]基于单测量向量(SMV)模型,MSMPDOA<sup>[7]</sup>和 MS-CSDOA<sup>[8]</sup>利用 SOMP<sup>[9]</sup>联合稀疏重构算法基于多测量向量(MMV)<sup>[10]</sup>模型分别进行 DOA 估计,仿真表明基于 CS 的 DOA 估计性能比 MUSIC 等经典算法更优,特别是在低信噪比和相干信源场景时。文献[11]利用两个正交子阵的互相关矩阵信息获得比 CCM-ESPRIT 更好的估计性能,文献[12]对空间相关信源建立块-稀疏信号模型,同时获得了中心 DOA 和相关源角度跨度。文献[13]用更少的计算量获得在低信噪比下稳健 DOA 估计;文献[14]提出贝

2013-12-10 收到, 2014-05-06 改回

国家自然科学基金(61371181)资助课题

\*通信作者: 王军 hitwangjun@126.com

叶斯压缩感知 DOA 估计算法，仿真表明其性能优于 ESPRIT 和 ROOT-MUSIC 算法。文献[15]提出基于 IOMP 的 DOA 估计，文献[16]基于 Meridian 先验提出 MMP-DOA 算法，获得比采用 Laplace 先验更优的估计性能。文献[17]的波束形成算法在低快拍下可有效抑制相干、非相干干扰；文献[18]利用稀疏阵元获得接近满阵的波束形成性能；文献[19]在目标的距离-多普勒单元进行压缩感知稀疏重构，获得目标的超分辨 DOA 估计。文献[20]基于 CS 理论解决了分布式天线阵列引起的角度模糊问题；文献[21]中 CS-MUSIC 在快拍数少于信源数和相干信源场景下获得高分辨 DOA 估计。

上述表明，基于 CS 理论的 DOA 估计可以用较小的测量代价获得更优性能，特别是在相关源场景下。本文基于 CS 理论，提出一种基于多天线子阵-单接收通道结构的雷达前视向稀疏目标分辨方法，实现雷达在前视向方位-俯仰域的目标高分辨。本文结构安排如下：第 2 节为压缩感知 DOA 估计理论；第 3 节为雷达前视向稀疏目标分辨方法；第 4 节为仿真分析；第 5 节为结论。

## 2 压缩感知 DOA 估计理论

CS 理论<sup>[3,4]</sup>指出，对于在某个表示基上的稀疏信号，可用较小代价实现对信号的测量。设信号  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$  在表示基  $\Psi \in \mathbb{C}^{N \times N}$  上的稀疏信号。对  $\mathbf{x}$  进行  $M \ll N$  次观测  $\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} + \mathbf{w}$ ，其中  $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^M$  是观测向量， $\Phi \in \mathbb{C}^{M \times N}$  为感知矩阵， $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^M$  为复观测噪声。记  $\mathbf{D} = \Phi \Psi \in \mathbb{C}^{M \times N}$  为等效观测矩阵，若  $\mathbf{D}$  满足限制等距条件(RIP)<sup>[3]</sup>，系数  $\mathbf{s}$  可基于观测  $\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{s} + \mathbf{w}$  通过式(1)约束优化得到其重构  $\hat{\mathbf{s}}$ ：

$$\min_{\hat{\mathbf{s}} \in \mathbb{C}^N} \|\hat{\mathbf{s}}\|_1, \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{y} - \mathbf{D}\hat{\mathbf{s}}\|_2 \leq \varepsilon \quad (1)$$

其中  $\varepsilon = \|\mathbf{w}\|_2$ ， $\|\cdot\|_p$  是指  $l_p$  范数。根据  $\hat{\mathbf{s}}$ ，信号  $\mathbf{x}$  的估计为  $\hat{\mathbf{x}} = \Psi \hat{\mathbf{s}}$ 。CS 中常用重构算法<sup>[22]</sup>有：凸松驰算法类如 BP 算法、梯度投影法；贪婪追踪算法如 StOMP 算法；组合算法如链式追踪和 HHS 追踪等。

DOA 估计问题中通常只存在少量入射信号，满足 CS 理论对信号稀疏性的要求。设阵列-入射信号空间几何位置如图 1 所示，信号角度空间  $\Omega = \{(\theta, \varphi) \mid |\theta| < \theta_{\max}, \varphi \in [0, 2\pi]\}$ ，其中  $\theta$  为俯仰角， $\varphi$  为方位角。将  $\Omega$  离散化为  $N$  个角度网格，记为  $\Omega' = \{\mathbf{u}_n = [u_n, v_n, w_n]^T, n = 0, 1, \dots, N-1\}$ ，其中  $\mathbf{u}_n$  为第  $n$  个俯仰-方位角度网格  $(\theta_n, \varphi_n)$  对应的方向余弦， $u_n = \cos(\varphi_n) \sin(\theta_n)$ ， $v_n = \sin(\varphi_n) \sin(\theta_n)$ ， $w_n = \cos(\theta_n)$ 。为叙述方便，记  $\Omega = \Omega'$ 。设接收天线有  $M$  个阵元，在任意  $t$  时刻对于  $\mathbf{u}_n$  方向信号  $s_n(t)$ ，阵列响应为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{a}_n \cdot s_n(t) \quad (2)$$

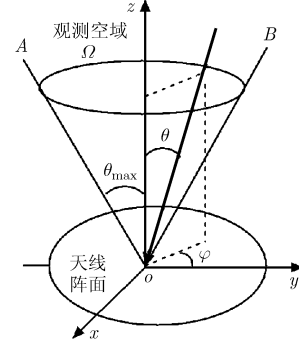


图 1 天线阵面与观测空域几何位置示意图

其中  $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{C}^M$ ； $\mathbf{a}_n \in \mathbb{C}^M$  是天线阵列关于  $\mathbf{u}_n$  方向的导向矢量。

$$\mathbf{a}_n = [a_{0,n}, a_{1,n}, \dots, a_{M-1,n}]^T \quad (3)$$

其中  $a_{m,n} = \exp\{jk(u_n x_m + v_n y_m)\}$ ， $m = 0, 1, \dots, M-1$ ； $(x_m, y_m, 0)$ ， $m = 0, 1, \dots, M-1$  为阵元坐标； $k = 2\pi/\lambda$  为波数。

设空间中只存在  $T \subset \Omega$  上的少量入射信号，信号数  $|T| \leq K \ll N$ ，其中  $|\cdot|$  表示取集合元素个数。在任意  $t$  时刻  $\Omega$  上入射信号为

$$\mathbf{s}(t) = [s_0(t), s_1(t), \dots, s_{N-1}(t)]^T \quad (4)$$

$\mathbf{s}(t) \in \mathbb{C}^N$  是稀疏信号，称为稀疏目标场景。 $\mathbf{s}(t)$  中非零元素只存在与  $T$  对应位置上，满足  $|\text{supp}(\mathbf{s}(t))| \leq K$ ，其中  $\text{supp}(\cdot)$  是取支撑集操作。对于  $\mathbf{s}(t)$ ，阵列响应  $\mathbf{y}(t)$  为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (5)$$

其中  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times N}$  为阵列响应矩阵：

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{N-1}] \quad (6)$$

式(5)中  $\mathbf{n}(t) \in \mathbb{C}^M$  为复高斯噪声，且  $\text{Re}(\mathbf{n}(t))$ ， $\text{Im}(\mathbf{n}(t)) \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}_M)$ 。其中  $\text{Re}(\cdot)$ ， $\text{Im}(\cdot)$  为取实部、虚部操作， $\sigma^2$  为噪声方差， $\mathbf{I}_M$  为  $M$  维单位阵。

式(5)中将阵元输出作为观测，阵列响应矩阵  $\mathbf{A}$  为观测矩阵，实现了对稀疏信号  $\mathbf{s}(t)$  的测量，是 CS 中的单观测向量(SMV)模型。文献[8]指出，当观测数  $M$  大于某门限时  $\mathbf{A}$  满足 RIP 准则，根据式(1)所示重构方法可得到  $\mathbf{s}(t)$  的估计  $\hat{\mathbf{s}}(t)$ 。

## 3 雷达前视向稀疏目标分辨方法

本文基于 CS 理论提出多天线子阵-单接收通道结构的雷达前视向稀疏目标分辨方法，仅使用一个接收通道体现了 CS 中减少信号测量代价的思想。

### 3.1 多天线子阵结构的稀疏目标观测模型

本文方法使用多个天线子阵获取目标回波，将相控阵雷达天线面所有阵元分为  $M$  组，称为  $M$  个子阵或  $M$  个等效阵元。在发射时，所有阵元通过合适加权形成一个照射波束对准目标区域  $\Omega$ ；接收时，

$M$  个子阵形成  $M$  个单独的接收波束对准  $\Omega$ , 实现多天线通道接收。

设  $\{(x_m, y_m, 0), m = 0, 1, \dots, M-1\}$  为  $M$  个子阵等效相位中心,  $\Omega = \{\mathbf{u}_n = [u_n, v_n, w_n]^T, n = 0, 1, \dots, N-1\}$  为目标角度空间, 即雷达发射波束照射空间。设在任一个距离单元  $\hat{t}_T$  上的目标只位于  $T \subset \Omega$  对应的少量角度网格上,  $|T| \leq K \ll N$ , 即在同一距离单元上为  $\Omega$  空间的稀疏目标场景。

设雷达装载在运动平台, 沿如图 1 所示  $z$  轴向目标区域运动, 目标在雷达一个观测周期内保持不动。记  $\hat{t}$  为雷达快时间,  $t_r = r \cdot T_r$  为第  $r$  个慢时间,  $T_r$  为脉冲重复周期。记全时间  $t = \hat{t} + rT_r$ , 简记为  $t = (\hat{t}, t_r)$ 。雷达发射波形为  $p(\hat{t}), 0 \leq \hat{t} \leq \tau, \tau$  为脉宽。记  $(\hat{t}, \mathbf{u}_n)$  为在  $\hat{t}$  距离, 在  $\mathbf{u}_n$  角度的目标位置。位于距离  $\hat{t}_T$  上任意第  $n$  个角度网格  $\mathbf{u}_n$  的目标在一个观测周期内  $R$  个重复周期的回波为

$$\beta_n(\hat{t}_T) \cdot p(\hat{t} - \hat{t}_T) \cdot \exp[j2\pi f_n^d \cdot (\hat{t} + t_r)],$$

$$r = 0, 1, \dots, R-1 \quad (7)$$

其中  $\beta_n(\hat{t}_T)$  是在  $(\hat{t}_T, \mathbf{u}_n)$  位置目标的复振幅;  $f_n^d = (2v/\lambda) \cos(\theta_n)$  是在  $\mathbf{u}_n$  方向由雷达运动引起的目标回波多普勒,  $v$  为雷达速度。在全时间  $t$ , 第  $m$  个子阵接收信号为

$$y_m^r(\hat{t}) = \sum_{n=0}^{N-1} [\beta_n(\hat{t}_T) p(\hat{t} - \hat{t}_T) \exp(j2\pi f_n^d \cdot (\hat{t} + t_r))] \cdot \exp[jk(u_n x_m + v_n y_m)] \quad (8)$$

其中  $y_m^r(\hat{t})$  的下标“ $m$ ”代表第  $m$  个阵元, 上标“ $r$ ”代表第  $r$  个脉冲重复周期;  $k = 2\pi/\lambda$ 。记在距离  $\hat{t}_T$  上的稀疏目标场景  $\beta(\hat{t}_T) = [\beta_0(\hat{t}_T), \beta_1(\hat{t}_T), \dots, \beta_{N-1}(\hat{t}_T)]^T$ ,  $\beta(\hat{t}_T)$  简记为  $\in \mathcal{C}^N$ 。

$$\beta = [\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{N-1}]^T \quad (9)$$

$\beta$  中非零元素个数  $\|\beta\|_0 \leq K$ ,  $\beta$  在观测周期内保持不变。

由式(8)可得  $M$  个子阵在任意第  $r$  个脉冲周期的输出  $\mathbf{y}^r(\hat{t}) = [y_0^r(\hat{t}), y_1^r(\hat{t}), \dots, y_{M-1}^r(\hat{t})]^T \in \mathcal{C}^M$  为

$$\mathbf{y}^r(\hat{t}) = \mathbf{A} \times \mathbf{s}^r(\hat{t}) \quad (10)$$

其中矩阵  $\mathbf{A}$  如式(6);  $\mathbf{s}^r(\hat{t}) \in \mathcal{C}^N$  是稀疏目标场景  $\beta$  在  $(\hat{t}, t_r)$  的回波, 是一个与  $\beta$  共支撑的稀疏向量为

$$\mathbf{s}^r(\hat{t}) = \beta \odot \mathbf{p}(\hat{t} - \hat{t}_T) \odot \mathbf{e}^r \quad (11)$$

其中“ $\odot$ ”表示 Hadamard 点乘;  $\mathbf{p}(\hat{t} - \hat{t}_T) \in \mathcal{C}^N$  为  $\mathbf{p}(\hat{t} - \hat{t}_T) = [p(\hat{t} - \hat{t}_T) \exp(j2\pi f_0^d \hat{t}), p(\hat{t} - \hat{t}_T)$

$$\cdot \exp(j2\pi f_1^d \hat{t}), \dots, p(\hat{t} - \hat{t}_T) \exp(j2\pi f_{N-1}^d \hat{t})]^T$$

$$= [p_0^d(\hat{t} - \hat{t}_T), p_1^d(\hat{t} - \hat{t}_T), \dots, p_{N-1}^d(\hat{t} - \hat{t}_T)]^T \quad (12)$$

式中  $p_n^d(\hat{t} - \hat{t}_T) = p(\hat{t} - \hat{t}_T) \exp(j2\pi f_n^d \hat{t}), n = 0, 1, \dots,$

$N-1$ , 是考虑了多普勒的快时间回波。 $\mathbf{e}^r \in \mathcal{C}^N$  为第  $r$  个脉冲周期内各角度网格目标对应回波的多普勒相位。

$$\mathbf{e}^r = [\exp(j2\pi f_0^d t_r), \exp(j2\pi f_1^d t_r), \dots, \exp(j2\pi f_{N-1}^d t_r)]^T \quad (13)$$

对式(10)观测模型, 将式(11)中目标回波  $\mathbf{s}^r(\hat{t})$  的慢时间多普勒项  $\mathbf{e}^r$  移入  $\mathbf{A}$  中, 可得新的观测模型:

$$\mathbf{y}^r(\hat{t}) = \mathbf{A}^r \times \mathbf{s}(\hat{t}) \quad (14)$$

其中  $\mathbf{A}^r \in \mathcal{C}^{M \times N}$  为移入  $\mathbf{e}^r$  后的观测矩阵。

$$\mathbf{A}^r = [\exp(j2\pi f_0^d t_r) \cdot \mathbf{a}_0, \exp(j2\pi f_1^d t_r) \cdot \mathbf{a}_1, \dots, \exp(j2\pi f_{N-1}^d t_r) \cdot \mathbf{a}_{N-1}]^T \quad (15)$$

式(14)中  $\mathbf{s}(\hat{t})$  是  $\mathbf{s}^r(\hat{t})$  移除  $\mathbf{e}^r$  后的结果, 是稀疏目标场景  $\beta$  在第 0 个脉冲周期的回波。

$$\mathbf{s}(\hat{t}) = \mathbf{s}^r(\hat{t})|_{r=0} = [\beta_0 p_0^d(\hat{t} - \hat{t}_T), \beta_1 p_1^d(\hat{t} - \hat{t}_T), \dots, \beta_{N-1} p_{N-1}^d(\hat{t} - \hat{t}_T)]^T \quad (16)$$

$\mathbf{s}(\hat{t})$  是一个同  $\beta$  共支撑集的稀疏向量, 可写作  $\mathbf{s}(\hat{t}) = \beta \odot \mathbf{p}(\hat{t} - \hat{t}_T)$ , 简称为  $\beta$  的回波。综合式(10)和式(14), 如式(10)所示对任意第  $r$  个脉冲复周期上目标  $\beta$  的回波  $\mathbf{s}^r(\hat{t})$  的观测  $\mathbf{y}^r(\hat{t})$ , 可等效为如式(14)所示对稀疏目标场景  $\beta$  在第 0 个脉冲重复周期回波  $\mathbf{s}(\hat{t}) = \mathbf{s}^r(\hat{t})|_{r=0}$  的观测, 这种等效对于本文方法来说是重要的。

若  $M$  个子阵后有  $M$  个接收通道, 考虑雷达回波低信噪比特征, 对式(14)所示天线子阵输出  $\mathbf{y}^r(\hat{t})$  进行  $M$  个通道的匹配滤波以提高信噪比, 得到输出  $\mathbf{y}_{\text{MF}}^r(\hat{t})$ 。

$$\mathbf{y}_{\text{MF}}^r(\hat{t}) = \text{MF}\{\mathbf{y}^r(\hat{t})\} = \text{MF}\{\mathbf{A}^r \times \mathbf{s}(\hat{t})\} = \mathbf{A}^r \times \text{MF}\{\mathbf{s}(\hat{t})\} \quad (17)$$

其中  $\text{MF}\{\cdot\}$  为匹配滤波; 记  $\mathbf{s}_{\text{MF}}(\hat{t}) = \text{MF}\{\mathbf{s}(\hat{t})\}$ , 整理式(17)并考虑观测噪声, 可得

$$\mathbf{y}_{\text{MF}}^r(\hat{t}) = \mathbf{A}^r \times \mathbf{s}_{\text{MF}}(\hat{t}) + \mathbf{n}_{\text{MF}}^r(\hat{t}) \quad (18)$$

其中  $\mathbf{n}_{\text{MF}}^r(\hat{t}) \in \mathcal{C}^M$  为匹配滤波后的复噪声;  $\mathbf{s}_{\text{MF}}(\hat{t})$  为

$$\mathbf{s}_{\text{MF}}(\hat{t}) = \text{MF}\{\mathbf{s}(\hat{t})\} = \text{MF}\{\odot \mathbf{p}(\hat{t} - \hat{t}_T)\} = \odot \text{MF}\{\mathbf{p}(\hat{t} - \hat{t}_T)\} = \odot \{[p_0^d(\hat{t} - \hat{t}_T) \otimes p^*(-\hat{t}), p_1^d(\hat{t} - \hat{t}_T) \otimes p^*(-\hat{t}), \dots, p_{N-1}^d(\hat{t} - \hat{t}_T) \otimes p^*(-\hat{t})]^T\} = \odot [p_0^{\text{mf}}(\hat{t}), p_1^{\text{mf}}(\hat{t}), \dots, p_{N-1}^{\text{mf}}(\hat{t})]^T \quad (19)$$

其中“ $\otimes$ ”表示卷积,  $p^*(-\hat{t})$  为匹配滤波器,  $p_n^{\text{mf}}(\hat{t}) = p_n^d(\hat{t} - \hat{t}_T) \otimes p^*(-\hat{t}), n = 0, 1, \dots, N-1$ 。设在  $\hat{t}_T$  距离的目标回波经匹配滤波后在  $\hat{t}_{T-\text{MF}}$  处出现最大信噪比, 取式(18)在  $\hat{t}_{T-\text{MF}}$  的观测:

$$\mathbf{y}_{\text{MF}}^r(\hat{t}_{T-\text{MF}}) = \mathbf{A}^r \times \mathbf{s}_{\text{MF}}(\hat{t}_{T-\text{MF}}) + \mathbf{n}_{\text{MF}}^r(\hat{t}_{T-\text{MF}}) \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \text{记 } \mathbf{s} &= \mathbf{s}_{\text{MF}}(\hat{t}_{T-\text{MF}}) \in \mathcal{C}^N \text{ 为} \\ \mathbf{s} &= \mathbf{s}_{\text{MF}}(\hat{t}_{T-\text{MF}}) = \odot [p_0^{\text{mf}}(\hat{t}_{T-\text{MF}}), p_1^{\text{mf}}(\hat{t}_{T-\text{MF}}), \\ &\quad \dots, p_{N-1}^{\text{mf}}(\hat{t}_{T-\text{MF}})]^T \end{aligned} \quad (21)$$

由式(21)易知  $\mathbf{s}$  与  $\beta$  共支撑集, 可认为  $\mathbf{s}$  等价于  $\beta$ , 在不混淆情形下也称  $\mathbf{s}$  为稀疏目标场景, 简记为  $\mathbf{s} = [s_0, s_1, \dots, s_{N-1}]^T$ 。将式(20)整理如下:

$$\mathbf{y}_{\text{MF}}^r(\hat{t}_{T-\text{MF}}) = \mathbf{A}^r \times \mathbf{s} + \mathbf{n}_{\text{MF}}^r(\hat{t}_{T-\text{MF}}) \quad (22)$$

这是一个单观测向量(SMV)观测模型, 当  $M$  足够大时, 可以根据式(1)得到  $\mathbf{s}$  的重构。

在一个观测周期中, 对稀疏目标场景  $\mathbf{s}$  存在  $R$  次如式(22)所示的观测  $\{\mathbf{y}_{\text{MF}}^r(\hat{t}_{T-\text{MF}})\}_{r=0}^{R-1}$ 。这  $R$  个观测满足压缩感知 MMV 观测模型, 可通过联合稀疏重构算法如 SOMP<sup>[9]</sup>, CS-MUSIC<sup>[21]</sup>等实现对  $\mathbf{s}$  的重构。

### 3.2 单接收通道结构的稀疏目标场景重构

本文方法目的是: 在不改变传统相控阵雷达的硬件结构基础上, 仅使用一个接收通道的回波数据, 实现对任意距离  $\hat{t}_T$  上的  $\Omega$  域稀疏目标场景  $\beta$  的重构。

由式(14), 一个观测周期内同一快时间  $\hat{t}$  上存在  $R$  个对  $\beta$  的观测  $\mathbf{y}^r(\hat{t}), r = 0, 1, \dots, R-1$ 。若  $M$  个子阵输出  $\mathbf{y}^r(\hat{t})$  用功率合成器直接求和然后进入单个接收通道, 则这种直接求和结果丢失了多个天线子阵接收信号间的相对空间相位, 不能用于对  $\beta$  在  $\Omega$  域的重构。受 CS 理论中预随机调制-求和<sup>[4]</sup>过程启发, 在  $M$  个子阵的输出  $\mathbf{y}^r(\hat{t})$  后接  $M$  个移相器实现随机幅度相位加权, 加权后输出通过功率合成求和然后进入单个接收通道, 可得到关于  $\beta$  的随机加权和回波  $z^r(\hat{t})$ :

$$\begin{aligned} z^r(\hat{t}) &= (\mathbf{f}^r)^T \times \mathbf{y}^r(\hat{t}) = (\mathbf{f}^r)^T \times \mathbf{A}^r \times \mathbf{s}(\hat{t}), \\ r &= 0, 1, \dots, R-1 \end{aligned} \quad (23)$$

其中  $\mathbf{f}^r = [\phi_0^r, \phi_1^r, \dots, \phi_{M-1}^r]^T \in \mathcal{C}^M$ ,  $r = 0, 1, \dots, R-1$  是第  $r$  个重复周期的随机加权系数。加权在一个重复周期内固定, 在不同重复周期取不同值。加权系数  $\{\phi_m^r\}_{m=0}^{M-1}$  为随机变量, 例如可取  $\phi_m^r = \{\pm 1, \text{w.p. } 1/2\}$ , 其中 “w.p.” 表示 “依概率取值”。

设在第  $r$  个脉冲周期, 第  $m$  个子阵中  $B$  个天线阵元对应的 T/R 模块中移相器取  $C'_m = \{c'_{m,b}\}_{b=0}^{B-1}$  可实现第  $m$  个接收波束指向, 那么这  $B$  个阵元移相器取值变为  $C''_m = \phi_m^r \cdot C'_m = \{\phi_m^r \cdot c'_{m,b}\}_{b=0}^{B-1}$  就可实现如式(23)所示对第  $m$  个子阵输出的随机加权。因此, 实际上不需要在  $M$  个天线子阵后专门连接移相器。整理式(23), 得到关于  $\beta$  的回波  $\mathbf{s}(\hat{t})$  的观测模型。

$$\begin{bmatrix} z^0(\hat{t}) \\ z^1(\hat{t}) \\ \vdots \\ z^{R-1}(\hat{t}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{f}^0)^T \times \mathbf{A}^0 \\ (\mathbf{f}^1)^T \times \mathbf{A}^1 \\ \vdots \\ (\mathbf{f}^{R-1})^T \times \mathbf{A}^{R-1} \end{bmatrix} \times \mathbf{s}(\hat{t}) \quad (24)$$

记  $\mathbf{z}(\hat{t}) = [z^0(\hat{t}), z^1(\hat{t}), \dots, z^{R-1}(\hat{t})]^T$ , 式(24)观测模型可写为

$$\mathbf{z}(\hat{t}) = \Phi \times \mathbf{A}^s \times \mathbf{s}(\hat{t}) \quad (25)$$

其中观测矩阵  $\Phi \in \mathcal{C}^{R \times RM}$  为块-对角阵。

$$\Phi = \text{diag}((\mathbf{f}^0)^T, (\mathbf{f}^1)^T, \dots, (\mathbf{f}^{R-1})^T)$$

$$= \begin{bmatrix} (\mathbf{f}^0)^T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (\mathbf{f}^1)^T & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & (\mathbf{f}^{R-1})^T \end{bmatrix} \quad (26)$$

其中  $\text{diag}(\cdot)$  是对角矩阵操作; 式(25)中稀疏表示矩阵  $\mathbf{A}^s \in \mathcal{C}^{RM \times N}$  是  $R$  个矩阵  $\mathbf{A}^r, r = 0, 1, \dots, R-1$  的“堆”。

$$\mathbf{A}^s = [(\mathbf{A}^0)^T, (\mathbf{A}^1)^T, \dots, (\mathbf{A}^{R-1})^T]^T \quad (27)$$

其中  $\mathbf{A}^r, r = 0, 1, \dots, R-1$  如式(15)所示。

为提高信噪比, 对式(23)的随机加权和回波  $z^r(\hat{t})$  在快时间作匹配滤波, 将式(15), 式(16), 式(19)代入式(23)可得匹配滤波后输出  $z_{\text{MF}}^r(\hat{t})$ 。

$$\begin{aligned} z_{\text{MF}}^r(\hat{t}) &= z^r(\hat{t}) \otimes p^*(-\hat{t}) \\ &= \left\{ \exp(j2\pi f_0^d t_r) \cdot (\mathbf{f}^r)^T \times \mathbf{a}_0, \exp(j2\pi f_1^d t_r) \cdot (\mathbf{f}^r)^T \times \mathbf{a}_1, \dots, \exp(j2\pi f_{N-1}^d t_r) \cdot (\mathbf{f}^r)^T \times \mathbf{a}_{N-1} \right\} \times (\mathbf{b} \odot \mathbf{p}(\hat{t} - \hat{t}_T)) \otimes p^*(-\hat{t}) \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ \exp(j2\pi f_n^d t_r) \cdot [(\mathbf{f}^r)^T \times \mathbf{a}_n] \cdot \left\{ \beta_n \left[ p_n^d(\hat{t} - \hat{t}_T) \otimes p^*(-\hat{t}) \right] \right\} \right\} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \left[ \exp(j2\pi f_n^d t_r) \cdot (\mathbf{f}^r)^T \times \mathbf{a}_n \right] \left[ \beta_n p_n^{\text{mf}}(\hat{t}) \right] \\ &= ((\mathbf{f}^r)^T \times \mathbf{A}^r) \times \mathbf{s}_{\text{MF}}(\hat{t}), \quad r = 0, 1, \dots, R-1 \end{aligned} \quad (28)$$

由式(28)可得式(25)对应的匹配滤波后观测模型。

$$\mathbf{z}_{\text{MF}}(\hat{t}) = \Phi \times \mathbf{A}^s \times \mathbf{s}_{\text{MF}}(\hat{t}) + \mathbf{n}_{\text{MF}}(\hat{t}) \quad (29)$$

其中  $\mathbf{n}_{\text{MF}}(\hat{t}) \in \mathcal{C}^R$  是复观测噪声;  $\mathbf{z}_{\text{MF}}(\hat{t}) = \text{MF}\{\mathbf{z}(\hat{t})\} = [z^0(\hat{t}) \otimes p^*(-\hat{t}), z^1(\hat{t}) \otimes p^*(-\hat{t}), \dots, z^{R-1}(\hat{t}) \otimes p^*(-\hat{t})]^T$  是对  $\mathbf{z}(\hat{t})$  匹配滤波的结果。式(29)是对距离在  $\hat{t}_T$  的稀疏目标场景  $\beta$  的匹配滤波后观测模型, 取  $\mathbf{z}_{\text{MF}}(\hat{t})$  在匹配滤波后最大信噪比  $\hat{t}_{T-\text{MF}}$  处的观测:

$$\mathbf{z} = \Phi \times \mathbf{A}^s \times \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (30)$$

其中  $\mathbf{z} = \mathbf{z}_{\text{MF}}(\hat{t}_{T-\text{MF}})$ ;  $\mathbf{s} = \mathbf{s}_{\text{MF}}(\hat{t}_{T-\text{MF}})$  是如式(21)所示

与  $\beta$  等价的目标稀疏场景。 $\mathbf{n} = \mathbf{n}_{MF}(\hat{t}_{T-MF})$  为复高斯噪声, 且  $\text{Re}(\mathbf{n}), \text{Im}(\mathbf{n}) \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}_R)$ 。记  $\mathbf{D} = \Phi \mathbf{A}^s$  为等效字典, 式(30)可写为

$$\mathbf{z} = \mathbf{D} \times \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (31)$$

如式(30)所示即为本文提出的雷达前视向稀疏目标分辨的观测模型, 模型基于一个接收通道实现了对方位-俯仰域稀疏目标场景  $\mathbf{s}$  (等价于  $\beta$ ) 的多次观测, 是一个单观测向量模型(SMV)。文献[23]指出, 对于此模型中的块对角形式测量矩阵  $\Phi$ , 如果观测数  $R$  较大, 等效字典  $\mathbf{D} = \Phi \mathbf{A}^s$  满足 RIP 条件,  $\mathbf{s}$  可根据式(1)得到其重构  $\hat{\mathbf{s}}$ 。为分析方便, 记式(31)中  $\mathbf{D} = [\mathbf{d}_0, \mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_{N-1}]$ , 定义信噪比:

$$\text{SNR}_n = \frac{|s_n|^2 \|\mathbf{d}_n\|_2^2}{R(2\sigma^2)} \quad (32)$$

$\text{SNR}_n$  代表稀疏目标场景  $\mathbf{s}$  中第  $n$  个目标经过匹配滤波后的信噪比。

#### 4 仿真实验

本节通过仿真实验考察根据如式(30)所示观测模型重构稀疏目标场景的有效性。仿真中雷达波长  $\lambda = 0.02 \text{ m}$ ; 采用阵面直径为  $7.5\lambda$  的圆形阵面, 天线子阵数  $M=8$ , 子阵等效位置在阵面上随机。目标区域  $\Omega = \{(\theta, \varphi) \mid \theta \leq 10^\circ, \varphi \in [0, 2\pi]\}$ ,  $\Omega$  离散角度数  $N = 318^\circ$ 。雷达脉冲重复周期  $\text{PRT}=100 \mu\text{s}$ , 设雷达载台为运动平台且速度  $v=100 \text{ m/s}$ , 一个观测周期包含  $R=64$  个 PRT。仿真中将本文方法和 CS-MUSIC<sup>[21]</sup> 算法进行比较。需要说明的是, 本文方法基于如式(30)所示采用单接收通道的观测模型, 而 CS-MUSIC 基于如式(22)所示采用多个接收通道的观测模型。

##### 4.1 对两个相邻目标的分辨

本次实验中, 观测数  $R=64$  保持不变, 考察匹配滤波后信噪比  $\text{SNR}_n$  在  $-7 \sim 11 \text{ dB}$  变化时, 本文方法对  $\Omega$  上  $K=2$  个相邻角度目标的分辨性能。记  $\text{St} = \{M, R, K, \text{SNR}_n\}$  为一个仿真设置, 对每个 St 设

置下进行 1000 次独立仿真。每次仿真中, 随机选取  $\{\mathbf{u}_{n1}, \mathbf{u}_{n2}\} \subset \Omega$  为两个相邻目标角度, 两目标信噪比相同。在一次仿真中, 若重构目标角度集合  $\{\hat{\mathbf{u}}_{n1}, \hat{\mathbf{u}}_{n2}\}$  与实际目标角度  $\{\mathbf{u}_{n1}, \mathbf{u}_{n2}\}$  相同, 称为一次成功的分辨。一个 St 设置下, 成功分辨次数与仿真总次数之比为成功概率或重构概率。两个相邻目标场景的重构性能如图 2 所示。

从图 2 可以看出: 随着信噪比的增加本文方法成功概率得到提高; 在较高信噪比时 ( $\text{SNR}_n > 3 \text{ dB}$ ), 本文方法性能与 CS-MUSIC 接近; 在低信噪比时, 本文方法性能优于 CS-MUSIC; 本文方法在信噪比为  $-3 \text{ dB}$  时就获得大于 90% 的成功概率。

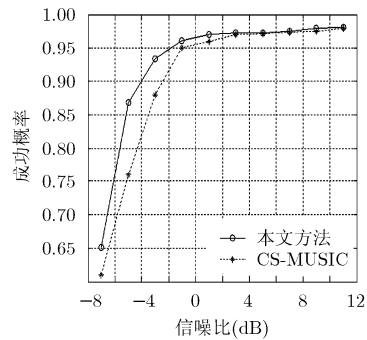


图2 两个相邻目标场景的重构性能

图 3 为信噪比为  $1 \text{ dB}$  时一次仿真的目标场景重构结果, 图中横轴为离散化  $\Omega$  上方位角度网格索引, 纵轴为俯仰维的角度网格索引。可以看出, 本文方法和 CS-MUSIC 都实现了对相邻两个目标场景的重构。根据本节仿真结果, 本文方法能够在雷达前视向实现对两个相邻目标的分辨。

##### 4.2 对多个随机角度分布目标的分辨

本次实验中, 考察本文方法对  $\Omega$  中多个随机角度分布目标的分辨性能。实验中保持  $R=64$  不变, 考察当信噪比  $\text{SNR}_n$  在  $-7 \sim 11 \text{ dB}$  变化时, 目标个数  $K$  分别取  $\{1, 3, 5\}$  时的本文方法的分辨性能。每个仿

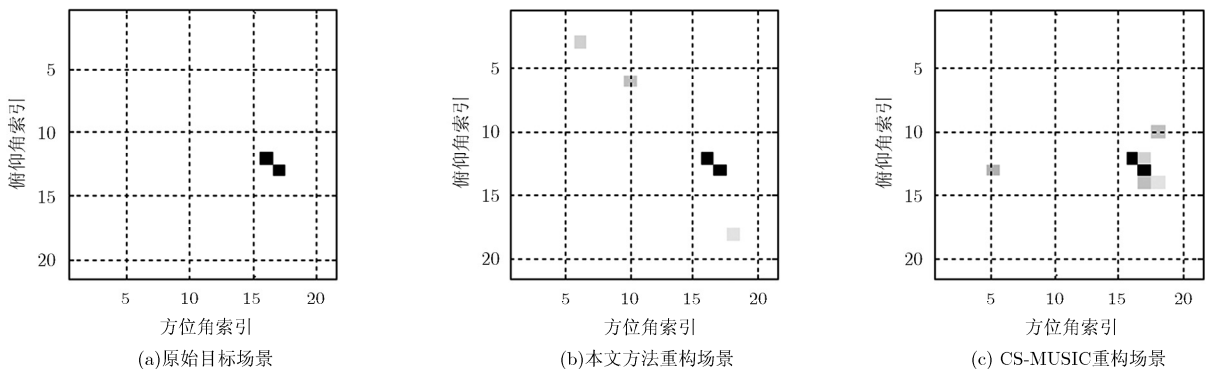


图3 两个相邻目标场景的一次重构结果

真设置下成功概率的计算方式与上面实验相同，实验结果如图4所示。由图4可以看出：本文方法目标重构性能随信噪比提高而提高；相同信噪比下，本文方法的重构性能随目标个数的增加而降低。相对于CS-MUSIC算法：(1)在相同的信噪比和相同目标数设置下，本文方法重构性能优于CS-MUSIC算法；(2)在相同信噪比下，本文方法的性能受目标个数 $K$ 变化影响较小；(3)本文算法在信噪比大于1 dB时，对所有的 $K \leq 5$ 个目标场景的成功概率都趋于100%。

图5为 $\{M, R, K, SNR_n\} = \{8, 64, 5, 1\}$ 即信噪比为1 dB,  $\Omega$ 中5个随机分布目标一次仿真的重构目标

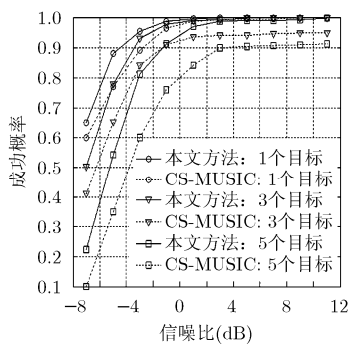


图4 多个随机分布目标场景下的重构性能

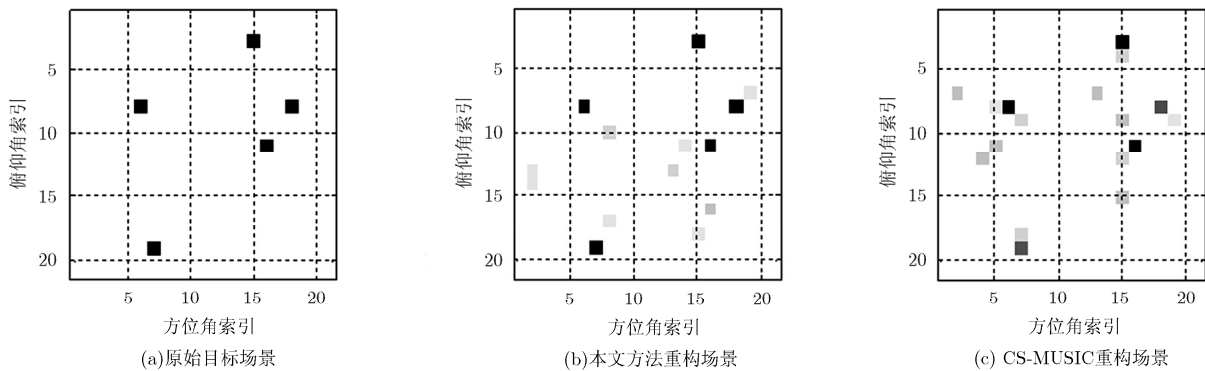


图5 5个随机分布目标时的一次重构结果

## 参考文献

- [1] 郑明洁, 闫贺, 张冰尘, 等. 基于DBS图像的双通道广域监视雷达动目标检测和参数估计方法[J]. 雷达学报, 2012, 1(1): 36-42.  
Zheng Ming-jie, Yan He, Zhang Bing-chen, et al. A novel method of moving target detection and parameters estimation for dual-channel WAS radar based on DBS image[J]. *Journal of Radars*, 2012, 1(1): 36-42.
- [2] 邓云凯, 赵凤军, 王宇. 星载 SAR 技术的发展趋势及应用浅析[J]. 雷达学报, 2012, 1(1): 1-10.  
Deng Yun-kai, Zhao Feng-jun, and Wang Yu. Brief analysis

场景。从图5中可以看出，与CS-MUSIC算法重构场景相比，本文方法得到一个背景噪声较小且准确重构的目标场景。根据本节仿真结果，本文方法能够在雷达前视向实现对多个目标的分辨。

## 5 结束语

本文提出一种基于压缩感知的雷达前视向波束内稀疏目标分辨方法。在不改变传统相控阵雷达硬件的基础上，本文方法通过随机加权-求和的模式用一个接收通道将包含了目标角度信息的多个天线子阵接收信号保留下来，然后通过多个脉冲重复周期的回波实现了对波束内同一距离单元上方位-俯仰域的稀疏目标场景观测，最后使用压缩感知重构算法得到稀疏目标场景的估计。不同信噪比和目标数设置下的仿真结果验证了本文方法的有效性。本文方法基于雷达前视向目标场景进行讨论，但实际可以扩展到其他视向场景。未来的工作包括：将本文中如式(30)所示单测量观测模型扩展为多观测向量模型，通过多个稀疏场景联合重构来提高重构性能；进一步讨论接收子阵个数 $M$ ，观测数 $R$ ，目标稀疏水平 $K$ 之间的关系；对式(30)中的观测矩阵 $\Phi$ 进行优化设计，减少重构目标场景所需要的观测数。

on the development and application of spaceborne SAR[J]. *Journal of Radars*, 2012, 1(1): 1-10.

- [3] Candes E J, Romberg J, and Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
- [4] Candes E J and Wakin M B. An introduction to compressive sampling[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 21-30.
- [5] Ender J H G. On compressive sensing applied to radar[J]. *Signal Processing*, 2010, 90(5): 1402-1414.

- [6] Bilik I. Spatial compressive sensing for Direction-of-Arrival estimation of multiple sources using dynamic sensor arrays[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(3): 1754-1769.
- [7] Cotter S F. Multiple snapshot matching pursuit for Direction Of Arrival (DOA) estimation[C]. The 15th European Signal Processing Conference, Poznan, 2007: 247-251.
- [8] Gretsistas A and Plumbley M. A multichannel spatial compressed sensing approach for direction of arrival estimation[C]. LVA/ICA'10 Proceedings of the 9th International Conference on Latent Variable Analysis and Signal Separation, Malo, 2010: 458-465.
- [9] Tropp J, Gilbert A C, and Strauss M J. Simultaneous sparse approximation via greedy pursuit[C]. IEEE International Conference of Acoustics, Speech and Signal Processing, Philadelphia, 2005: 721-724.
- [10] Berg E and Friedlander M P. Theoretical and empirical results for recovery from multiple measurements[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(5): 2516-2527.
- [11] Gu Jian-feng, Wei Ping, and Tai Heng-ming. Two-dimensional DOA estimation by cross-correlation matrix stacking[J]. *Circuits System and Signal Processing*, 2011, 30(2): 339-353.
- [12] Gan Lu and Wang Xiao-qing. DOA estimation of coherently distributed sources based on block-sparse constraint[J]. *IEICE Transactions on Communications*, 2012, E95-B(7): 2472-2476.
- [13] Chen Yu-feng, Huang Jian-guo, and He Cheng-bing. High resolution direction-of-arrival estimation based on compressive sensing with noval compression matrix[C]. IEEE International Conference on Signal Processing and Communication and Computing, Hong Kong, 2012: 764-767.
- [14] Carlin M, Rocca P, Oliveri G, *et al.* Direction-of-arrival estimation through Bayesian compressive sensing strategies[J]. *IEEE Transactions on Antenna and Propagation*, 2013, 61(7): 3828-3838.
- [15] Wang Wen-yi and Wu Ren-biao. High resolution direction of arrival estimation based on improved Orthogonal Matching Pursuit (OMP) algorithm by iterative local searching[J]. *Sensors*, 2013, 13(9): 11167-11183.
- [16] Zhao Guang-hui, Lin Jie, Shen Fang-fang, *et al.* High-resolution DOA estimation with Meridian prior[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2013, 91(1): 1-8.
- [17] 李洪涛, 贺亚鹏, 肖瑶, 等. 基于压缩感知的单通道鲁棒自适应波束形成算法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(10): 2421-2426.
- Li Hong-tao, He Ya-peng, Xiao Yao, *et al.* Compressive sensing based single-channel robust adaptive beamforming algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(10): 2421-2426.
- [18] 王建, 盛卫星, 韩玉兵, 等. 基于压缩感知的自适应数字波束形成算法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(2): 438-444.
- Wang Jian, Sheng Wei-xing, Han Yu-bing, *et al.* Adaptive digital beamforming algorithm based on compressed sensing[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(2): 438-444.
- [19] 王海涛, 王俊. 基于压缩感知的无源雷达超分辨 DOA 估计[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(4): 877-881.
- Wang Hai-tao and Wang Jun. Super-resolution DOA estimation in passive radar based on compressed sensing[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(4): 877-881.
- [20] 王赞, 陈伯孝. 利用压缩感知技术的分布式高频地波雷达 DOA 估计方法[J]. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2014, 41(2): 69-77.
- Wang Zan and Chen Bo-xiao. Distributed high-frequency surface wave radar DOA estimation using compressed sensing[J]. *Journal of Xidian University*, 2014, 41(2): 69-77.
- [21] 吴小川, 邓维波, 杨强. 基于 CS-MUSIC 算法的 DOA 估计[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(9): 1821-1824.
- Wu Xiao-chuan, Deng Wei-bo, and Yang Qiang. DOA estimation method based on CS-MUSIC algorithm[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2013, 35(9): 1821-1824.
- [22] 石光明, 刘丹华, 王良君, 等. 压缩感知理论及其研究进展[J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070-1081.
- Shi Guang-ming, Liu Dan-hua, Wang Liang-jun, *et al.* Advances in theory and application of compressed sensing[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(5): 1070-1081.
- [23] Yap H L, Park J Y, and Wakin M B. Concentration inequalities and isometry properties for Compressive block diagonal matrices[C]. 4th Workshop on Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations, Edinburgh, 2011: 5859-5874.
- 王 军: 男, 1976 年生, 讲师, 研究方向为压缩感知雷达信号处理.
- 赵宜楠: 男, 1977 年生, 副教授, 博士生导师, 研究方向为雷达波形优化设计.
- 乔晓林: 男, 1948 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为极化信号处理.