

冲击噪声背景下基于稀疏表示的双基地 MIMO 雷达多目标定位

郑志东^{*①②} 袁红刚^① 张剑云^②

^①(北方电子设备研究所 北京 100083)

^②(合肥电子工程学院 合肥 230037)

摘 要: 该文研究了对称 α 稳定分布(S α S)冲击噪声下双基地 MIMO 雷达的多目标定位问题。针对 S α S 噪声下因二阶矩不存在而造成子空间类算法估计性能下降的不足,提出了矩阵行 2 范数最大的预处理方法对接收数据进行归一化,使得归一化后的协方差矩阵有界,并以拉直后的协方差矩阵构造稀疏线性模型,提出了基于协方差矩阵-近似零范数(Covariance Matrix Smoothed L0 norm, CMSL0)算法进行目标的发射角和接收角估计。仿真实验表明:通过矩阵行 2 范数最大化预处理之后, MUSIC(Multiple Signal Classification)和 CMSL0 算法均能有效地估计出目标的角度,并且 CMSL0 算法的估计精度及对冲击噪声的稳健性均优于 MUSIC 算法。此外,与 MUSIC 算法相比, CMSL0 算法不要预先估计目标源的数目,且收发阵元不受半波长间隔的限制。

关键词: 双基地 MIMO 雷达; 定位; 冲击噪声; 矩阵行 2 范数; 近似零范数

中图分类号: TP958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)12-3001-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.01861

Multitarget Localization Based on Sparse Representation for Bistatic MIMO Radar in the Presence of Impulsive Noise

Zheng Zhi-dong^{①②} Yuan Hong-gang^① Zhang Jian-yun^②

^①(Institute of North Electronic Equipment, Beijing 100083, China)

^②(Hefei Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China)

Abstract: This paper is concerned with the multitarget localization for bistatic MIMO radar in the presence of Symmetric α -Stable (S α S) impulsive noise. As the non-existence of the second-order matrix degrades the estimation performance of the subspace-based algorithm in S α S impulsive noise environment, the preprocessing method is proposed to normalize the received data by maximizing the 2-norm of the row of data. The theoretical analysis proves that the covariance matrix of normalized data is finite. Then the sparse linear model is constructed by performing the vectorization operation on the covariance matrix. And the Covariance Matrix Smoothed L0 norm (CMSL0) method is proposed to estimate the angle of the target. Finally, the Fractional Lower Order Moments (FLOM)-maximum likelihood method is utilized to obtain the location of the target. The simulation results show that both the MUSIC and CMSL0 algorithms can estimate the angle of target effectively after maximizing the 2-norm of the row of received data. The CMSL0 algorithm can obtain better estimation performance and has better robustness against the impulsive noise than the MUSIC algorithm. In addition, compared with the MUSIC algorithm, the CMSL0 algorithm does not require to estimate the actual number of the targets and is not restricted to be within a half wavelength interelement spacing.

Key words: Bistatic MIMO radar; Localization; Impulsive noise; 2-norm of the row of matrix; Smoothed L0 norm

1 引言

随着 MIMO 通信的快速发展以及现代雷达研究的不断深入,多输入多输出(MIMO)雷达^[1,2]应运而生。其中,双基地 MIMO 雷达^[3-7]是将双基地雷达与 MIMO 技术相结合而形成的一种 MIMO 雷达

体制,它不仅兼具了双基地雷达在“四抗”方面和 MIMO 雷达在参数估计方面的优势,而且有效降低了传统双基地雷达在空间、时间、频率上的三大同步要求,因而受到了广泛的关注。双基地 MIMO 雷达只需从接收信号中估计出目标的发射角(Direction Of Departure, DOD)和接收角(Direction Of Arrival, DOA),便可以实现对目标的定位,无需复杂的三大同步技术以及额外的收发通信链路支持,极大地简化了雷达的系统设备。

2013-11-28 收到, 2014-08-27 改回

国家自然科学基金(60702015)资助课题

*通信作者: 郑志东 focusdong@aliyun.com

近年来,许多学者从角度的估计精度,算法复杂度以及工程实际问题出发,对双基地 MIMO 雷达的目标定位问题进行了大量报道^[4-6],但主要以高斯噪声为假设前提,有关冲击噪声背景下 MIMO 雷达角度估计的研究却鲜为报道。试验数据表明,雷达在实际环境中的噪声通常为具有代数拖尾特性的冲击噪声^[7]。同时,文献[8]研究表明:这类冲击噪声更加适合用对称 α 稳定(Symmetric alpha Stable, S α S)分布进行表征,而且它不存在二阶以及二阶以上的矩特性,因此,若仍然利用二阶或高阶统计量方法进行冲击噪声背景下的参数估计,将使得估计性能急剧下降。为此,在传统的信号处理领域,提出了多种用于估计冲击噪声背景下目标角度的算法^[9,10],其基本思想为:通过对接收数据的预处理(变换),使得新数据的协方差矩阵满足有界条件。在 MIMO 雷达方面,文献[11]以仅发射分集 MIMO 雷达为信号模型,利用无穷范数归一化多信号分类(MUSIC)算法求解 S α S 冲击噪声下 MIMO 雷达的 DOA,但该算法在低信噪比(SNR)、低快拍数时估计精度不高。同时,由于仅发射分集 MIMO 雷达的信号模型与线阵的信号模型相类似,因此文献[11]与文献[10]的方法也十分类似,并没有结合 MIMO 雷达的新特点提出新的预处理方法。本文以双基地 MIMO 雷达为信号模型,研究冲击噪声背景下双基地 MIMO 雷达的多目标定位问题。双基地 MIMO 雷达需要同时估计出发射角和接收角,其信号模型不同于线阵的信号模型,并且接收数据为矩阵形式,因此无法直接利用传统的预处理算法^[9,10]进行求解。本文根据接收数据的特点,提出了矩阵行 2 范数最大加权预处理方法,并证明了经过预处理之后数据协方差矩阵的有界性,同时以拉直后的协方差矩阵为数据构造稀疏线性模型,利用 SL0 (Smoothed L0 norm) 算法估计目标的 DOD 和 DOA,最后运用分数低阶矩^[9](Fractional Lower Order Moments, FLOM)最大似然估计实现目标的定位。

2 信号及噪声模型

考虑 M 个发射 N 个接收阵元的双基地 MIMO 雷达,采用均匀线阵(ULA)配置,发射和接收阵列的各自阵元间隔为 d_t, d_r 。假设发射阵列发射相互正交的信号,即

$$\sum_{k=1}^K s_i(k)s_j^*(k)/K = \begin{cases} 1, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} (i, j = 1, 2, \dots, M)$$

其中 $s_i(k), s_j(k)$ 为第 i 和第 j 个发射阵元的信号, K 为单个脉冲内的码长。假设在同一距离单元内存有 P 个相互独立的远场目标 $(\varphi_p, \theta_p), (p = 1, 2, \dots, P)$,

φ_p, θ_p 为第 p 目标所对应的发射角(DOD)和接收角(DOA)。令 $\beta_{l,1}, \beta_{l,2}, \dots, \beta_{l,P}$ 表示第 l 个脉冲内 P 个目标的散射系数,由于目标的散射系数以及路径损耗各不相同,假设 $\beta_{l,p}$ 服从零均值、 σ_p^2 方差的复高斯分布。为讨论方便,假设目标为静止状态,则在第 l 个回波中第 k 时刻的接收信号可表示为^[5]

$$\mathbf{x}_l(k) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{\Lambda}_l \mathbf{B}^T(\varphi) \mathbf{S}(k) + \mathbf{n}_l(k) \quad (1)$$

式中, $(\cdot)^T$ 表示转置运算, $\mathbf{S}(k) = [s_1(k), s_2(k), \dots, s_M(k)]^T$ 为第 k 时刻的发射信号矢量。 $\mathbf{B}(\varphi) = [\mathbf{b}(\varphi_1), \mathbf{b}(\varphi_2), \dots, \mathbf{b}(\varphi_P)]$, $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_P)]$ 为发射、接收导向矢量。 $\mathbf{\Lambda}_l = \text{diag}\{\beta_{l,1}, \beta_{l,2}, \dots, \beta_{l,P}\}$, $\mathbf{n}_l(k) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 表示冲击噪声矢量。对式(1)进行匹配滤波,可得到第 l 个回波信号的输出为

$$\mathbf{X}_l = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_l(k) \mathbf{S}^H(k) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{\Lambda}_l \mathbf{B}^T(\varphi) + \mathbf{N}_l \quad (2)$$

其中, $\mathbf{N}_l \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 为噪声矩阵。本文假设 \mathbf{N}_l 中的每个元素为零均值独立同分布的对称 α 稳定(S α S)冲击噪声,其特征函数为^[8]: $\phi(t) = \exp(j\delta t - \gamma|t|^\alpha)$, 其中 $0 < \alpha \leq 2$ 为特征指数,它决定了 α 稳定分布的冲击程度, δ 为位置参数,当 $\delta = 0, \gamma = 1$ 时, S α S 随机过程服从标准的 S α S 分布,且由文献[8]可知,特征指数 α 越小, S α S 概率密度的拖尾越长,即噪声的冲击性越强。与高斯分布有所不同,特征指数为 α 的 S α S 分布不存在二阶及二阶以上矩,只存在小于 α 的矩,由此说明了:对于 S α S 冲击噪声,我们无法利用二阶统计量方法估计出准确的目标角度值。因此,本文的主要目的为:通过寻找新方法,利用 L 个快拍数据 $\mathbf{X}_l (l=1, 2, \dots, L)$ 估计出 DOD 和 DOA,并实现目标收发角度的配对。

3 接收数据预处理

本节根据双基地 MIMO 雷达接收数据的特点,提出矩阵行 2 范数最大的加权预处理方法,使获得的协方差矩阵满足有界条件并具有传统阵列的协方差形式。构造第 l 时刻接收数据 \mathbf{X}_l 的矩阵行 2 范数最大化加权系数:

$$w_l^r = \frac{1}{\max\{\|\mathbf{X}_l(1,:) \|_2, \|\mathbf{X}_l(2,:) \|_2, \dots, \|\mathbf{X}_l(N,:) \|_2\}} \quad (3)$$

式(3)中, $\|\mathbf{X}_l(n,:) \|_2, (n = 1, 2, \dots, N)$ 表示矩阵第 n 行的 2 范数。利用 w_l^r 对接收数据 \mathbf{X}_l 进行加权:

$$\tilde{\mathbf{X}}_l = w_l^r \mathbf{X}_l = \mathbf{A}(\theta) \tilde{\mathbf{\Lambda}}_l \mathbf{B}^T(\varphi) + \tilde{\mathbf{N}}_l \quad (4)$$

其中, $\tilde{\mathbf{\Lambda}}_l = w_l^r \mathbf{\Lambda}_l$, $\tilde{\mathbf{N}}_l = w_l^r \mathbf{N}_l$ 。定理 1 给出:经过加权预处理之后, $\tilde{\mathbf{X}}_l$ 的协方差矩阵有界,且具有传统的协方差矩阵结构。

定理 1 若目标散射截面积 $\beta_{l,p}$ 服从高斯分布,并且冲击噪声服从 S α S 分布,则接收数据 $\tilde{\mathbf{X}}_l$ 的协方

差矩阵有界，其表达式可写为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_r &= \mathbf{E}\{\tilde{\mathbf{X}}_l \tilde{\mathbf{X}}_l^H\} = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{\Pi}_r \mathbf{A}^H(\theta) + \sigma_r^2 \mathbf{I}_N \\ \mathbf{\Pi}_r &= \mathbf{M}\mathbf{E}\{|w_l^r \beta_{l,p}|^2\} \mathbf{I}_P, \quad p = 1, 2, \dots, P \\ \sigma_r^2 &= \mathbf{E}\left\{\sum_{m=1}^M |w_l^r \mathbf{N}_l(i, m)|^2\right\}, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

证明 由于高斯分布和 SoS 分布均满足球面对称性，且球面对称随机变量之和仍为球面对称分布^[10,12]，故 $\tilde{\mathbf{X}}_l$ 满足球面对称性，因而对于任意 $m = 1, 2, \dots, M; n = 1, 2, \dots, N$ ，有 $\mathbf{E}\{w_l^r \mathbf{X}_l(n, m)\} = 0$ 成立，也即归一化之后 $\tilde{\mathbf{X}}_l$ 为零均值随机变量。要证明 \mathbf{R}_r 有界，只需证明 \mathbf{R}_r 中的组成元素有界。令 $\mathbf{R}_r(i, j)$ ($i, j = 1, 2, \dots, N$) 表示 \mathbf{R}_r 第 (i, j) 元素，则有

$$\begin{aligned} |\mathbf{R}_r(i, j)| &= \mathbf{E}\left\{\sum_{k=1}^M \tilde{\mathbf{X}}_l(i, k) \tilde{\mathbf{X}}_l^*(j, k)\right\} \\ &\leq \mathbf{E}\left\{\sum_{k=1}^M |\tilde{\mathbf{X}}_l(i, k)| |\tilde{\mathbf{X}}_l^*(j, k)|\right\} \\ &\leq \sqrt{\sum_{k=1}^M |\tilde{\mathbf{X}}_l(i, k)|^2} \cdot \sqrt{\sum_{k=1}^M |\tilde{\mathbf{X}}_l^*(j, k)|^2} \\ &= \sqrt{|w_l^r|^2 \|\mathbf{X}_l(i, :)\|_2^2} \cdot \sqrt{|w_l^r|^2 \|\mathbf{X}_l^*(j, :)\|_2^2} \\ &= \frac{\|\mathbf{X}_l(i, :)\|_2}{\max\{\|\mathbf{X}_l(1, :)\|_2, \|\mathbf{X}_l(2, :)\|_2, \dots, \|\mathbf{X}_l(N, :)\|_2\}} \\ &\quad \cdot \frac{\|\mathbf{X}_l^*(j, :)\|_2}{\max\{\|\mathbf{X}_l(1, :)\|_2, \|\mathbf{X}_l(2, :)\|_2, \dots, \|\mathbf{X}_l(N, :)\|_2\}} \\ &\leq \frac{\|\mathbf{X}_l(i, :)\|_2 \|\mathbf{X}_l^*(j, :)\|_2}{\|\mathbf{X}_l(i, :)\|_2 \|\mathbf{X}_l(j, :)\|_2} = 1 \end{aligned} \quad (6)$$

式中，第 1 至第 3 个不等式分别利用了不等式公式：

$$\left| \sum_{i=1}^M (a_i + j b_i) \right| \leq \sum_{i=1}^M |a_i + j b_i| \quad (a_i, b_i \text{ 为实数}),$$

$$\sum_{i=1}^M |x_i y_i| \leq \sqrt{\sum_{i=1}^M |x_i|^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^M |y_i|^2} \quad \text{以及} \quad w_l^r \leq \|\mathbf{X}(n, :)\|_2^{-1}, (n = 1, 2, \dots, N).$$

由式(6)可知， $\tilde{\mathbf{X}}_l$ 的协方差矩阵 \mathbf{R}_r 有界。以下证明 \mathbf{R}_r 可以表示为式(5)所示的形式。记 $\tilde{\mathbf{S}}_l = \mathbf{A}(\theta) \tilde{\mathbf{\Lambda}}_l \mathbf{B}^T(\varphi)$ ，由于 $\tilde{\mathbf{S}}_l$ 和 $\tilde{\mathbf{N}}_l$ 中的元素均为球面对称分布并且相互独立，则有 $\mathbf{E}\{\tilde{\mathbf{S}}_l \tilde{\mathbf{N}}_l^H\} = \mathbf{0}$ 成立，由此协方差矩阵 \mathbf{R}_r 可写为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_r &= \mathbf{E}\{\tilde{\mathbf{X}}_l \tilde{\mathbf{X}}_l^H\} \\ &= \mathbf{A}(\theta) \mathbf{E}\{\tilde{\mathbf{\Lambda}}_l \mathbf{B}(\varphi)^T \mathbf{B}^*(\varphi) \tilde{\mathbf{\Lambda}}_l^H\} \mathbf{A}^H(\theta) + \tilde{\mathbf{W}} \\ &= \mathbf{A}(\theta) \mathbf{\Pi}_r \mathbf{A}^H(\theta) + \tilde{\mathbf{W}} \end{aligned} \quad (7)$$

式中，“*”表示矩阵共轭， $\mathbf{\Pi}_r = \mathbf{E}\{\tilde{\mathbf{\Lambda}}_l \mathbf{B}^T(\varphi) \cdot \mathbf{B}^*(\varphi) \tilde{\mathbf{\Lambda}}_l^H\}$ ， $\mathbf{\Pi}_r(p, k) = \mathbf{b}^T(\varphi_p) \mathbf{b}^*(\varphi_k) \mathbf{E}\{|w_l^r|^2 \beta_{l,p} \beta_{l,k}^*\}$ ，

($p, k = 1, 2, \dots, P$)。当 $p \neq k$ 时， $\mathbf{\Pi}_r(p, k)$ 满足球面对称性分布，故 $\mathbf{\Pi}_r(p, k) = 0$ ，即 $\mathbf{\Pi}_r$ 中的非对角线元素为 0；当 $p = k$ 时，有 $\mathbf{b}^T(\varphi_p) \mathbf{b}^*(\varphi_p) = M$ 成立，故 $\mathbf{\Pi}_r(p, p) = \mathbf{M}\mathbf{E}\{|w_l^r \beta_{l,p}|^2\}$ 。式(7)中， $\tilde{\mathbf{W}}(i, j) = \mathbf{E}\left\{\sum_{m=1}^M \tilde{\mathbf{N}}_l(i, m) \tilde{\mathbf{N}}_l^*(j, m)\right\}$ ，($i, j = 1, 2, \dots, N$)，与 $\mathbf{\Pi}_r(p, k)$ 的分析相类似可得：当 $i \neq j$ 时， $\tilde{\mathbf{W}}(i, j) = 0$ ；当 $i = j$ 时， $\tilde{\mathbf{W}}(i, i) = \mathbf{E}\left\{\sum_{m=1}^M |w_l^r \mathbf{N}_l(i, m)|^2\right\}$ ，由此得到式(5)。证毕

同样地，令 $\mathbf{Y}_l = \mathbf{X}_l^T \in C^{M \times N}$ ，构造第 l 时刻数据 \mathbf{Y}_l 的矩阵行 2 范数最大化加权系数： $w_l^t = \left\{\max\{\|\mathbf{Y}_l(1, :)\|_2, \|\mathbf{Y}_l(2, :)\|_2, \dots, \|\mathbf{Y}_l(M, :)\|_2\}\right\}^{-1}$ ，令 $\tilde{\mathbf{Y}}_l = w_l^t \mathbf{Y}_l$ ，便可得到如下协方差矩阵：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_t &= \mathbf{E}\{\tilde{\mathbf{Y}}_l^T \tilde{\mathbf{Y}}_l\} = \mathbf{B}(\varphi) \mathbf{\Pi}_t \mathbf{B}^H(\varphi) + \sigma_t^2 \mathbf{I}_M \\ \mathbf{\Pi}_t &= \mathbf{N}\mathbf{E}\{|w_l^t \beta_{l,p}|^2\} \mathbf{I}_P, \quad \sigma_t^2 = \mathbf{E}\left\{\sum_{n=1}^N |w_l^t \mathbf{N}_l(n, i)|^2\right\} \end{aligned}$$

上述公式证明与式(5)相同，在此不再赘述。由此可知， \mathbf{R}_r 和 \mathbf{R}_t 具有相同的协方差结构，以下仅对 \mathbf{R}_r 进行分析。由子空间理论可知，矩阵 \mathbf{R}_r 的 $N - P$ 个小特征值等于 σ_r^2 ，其对应的特征矢量与矩阵 $\mathbf{A}(\theta)$ 的列向量正交，这些特征矢量张成噪声子空间，而 P 个大特征值对应的特征矢量张成信号子空间。因而对 \mathbf{R}_r 和 \mathbf{R}_t 利用子空间算法(如 MUSIC, ESPRIT 等)，便可分别估计出目标的 DOA 和 DOD。

尽管子空间算法能够有效地估计出目标的角度值，但在低 SNR、低快拍数时，此类算法的估计精度并不高，而且需要预先估计目标源数目，这在冲击噪声较强时，往往无法准确得到，进而导致了算法估计性能的下降。为了克服上述不足，本文利用稀疏重构算法进行双基地 MIMO 雷达的收发角度估计。稀疏重构算法^[13,14]由于充分利用了目标空域稀疏的先验信息，缓解了空域稀疏采样的旁瓣问题^[4]，由此可以获得比传统子空间算法更好的估计性能^[13,14]。本文以下基于文献[13]和文献[14]的思想，以协方差矩阵构造稀疏线性模型，提出基于协方差矩阵-近似零范数(Covariance Matrix Smoothed L0 norm, CMSL0)算法进行目标的收发角度估计。

4 CMSL0 算法描述

4.1 基于协方差的稀疏线性模型

本文仅以 \mathbf{R}_r 进行角度估计算法描述， \mathbf{R}_t 的处理方法与之相似。根据矩阵列向量化公式^[15] $\text{vec}(\mathbf{A} \text{diag}(\mathbf{b}) \mathbf{C}) = (\mathbf{C}^T \odot \mathbf{A}) \mathbf{b}$ ($\text{vec}(\cdot)$ 为列向量化操作， \odot 为 Khatri-Rao 积)，对式(5)进行列向量化运算，可得

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_r &= \text{vec}(\mathbf{R}_r) = [\mathbf{A}^*(\theta) \odot \mathbf{A}(\theta)] \boldsymbol{\rho}_r + \sigma_r^2 \text{vec}(\mathbf{I}_N) \\ &= \mathbf{K}(\theta) \boldsymbol{\rho}_r + \sigma_r^2 \text{vec}(\mathbf{I}_N) \end{aligned} \quad (8)$$

式中, 数据向量 $\mathbf{y}_r \in C^{N^2 \times 1}$, 方向矢量 $\mathbf{K}(\theta) = \mathbf{A}^*(\theta) \odot \mathbf{A}(\theta) \in C^{N^2 \times P}$, $\boldsymbol{\rho}_r = \text{vecd}(\mathbf{R}_r)$ 为 $P \times 1$ 的目标信息矢量 (vecd(\cdot) 表示由矩阵对角元素构成的列向量)。令 $\boldsymbol{\rho}_r = [\rho_{r,1}, \rho_{r,2}, \dots, \rho_{r,P}]^T$, 为了将式(8)转化为稀疏线性模型, 首先在 DOA 域引入过完备字典 $\tilde{\mathbf{K}}(\theta) = [\mathbf{k}(\theta'_1), \mathbf{k}(\theta'_2), \dots, \mathbf{k}(\theta'_{\bar{N}})] \in C^{N^2 \times \bar{N}}$, 其中 $\mathbf{k}(\theta'_i) = \mathbf{a}^*(\theta'_i) \otimes \mathbf{a}(\theta'_i)$, 并令 $\theta' = [\theta'_1, \theta'_2, \dots, \theta'_{\bar{N}}]$ 为 DOA 域采样向量, $\bar{N} \gg P$ 为空域采样数; 其次定义 DOA 域稀疏向量 $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r = [\tilde{\rho}_{r,1}, \tilde{\rho}_{r,2}, \dots, \tilde{\rho}_{r,\bar{N}}]^T$, 其元素满足:

$$\tilde{\rho}_{r,i} = \begin{cases} \rho_{r,p}, \theta'_i = \theta_p, p = 1, 2, \dots, P \\ 0, \text{其它} \end{cases}, \quad (i = 1, 2, \dots, \bar{N}).$$

由以上定义, 式(8)可进一步写为

$$\mathbf{y}_r = \tilde{\mathbf{K}}(\theta) \tilde{\boldsymbol{\rho}}_r + \sigma_r^2 \text{vec}(\mathbf{I}_N) \quad (9)$$

在实际中, 协方差 \mathbf{R}_r 由 L 个回波信号估计得到, 将其估计值记为 $\hat{\mathbf{y}}_r = \text{vec}(\hat{\mathbf{R}}_r)$, $\hat{\mathbf{R}}_r = \sum_{l=1}^L \tilde{\mathbf{X}}_l \tilde{\mathbf{X}}_l^H / L$ 。由文献[13]可知, 理论值 \mathbf{y}_r 与估计值 $\hat{\mathbf{y}}_r$ 之间满足 $\hat{\mathbf{y}}_r = \mathbf{y}_r + \mathbf{e}$, 其中估计误差 \mathbf{e} 服从高斯分布。因此, 将 $\hat{\mathbf{y}}_r$ 代入式(9)中可得

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}_r &= \mathbf{y}_r + \mathbf{e} = \tilde{\mathbf{K}}(\theta) \tilde{\boldsymbol{\rho}}_r + \sigma_r^2 \text{vec}(\mathbf{I}_N) + \mathbf{e} \\ &= \tilde{\mathbf{K}}(\theta) \tilde{\boldsymbol{\rho}}_r + \mathbf{e}' \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $\mathbf{e}' = \sigma_r^2 \text{vec}(\mathbf{I}_N) + \mathbf{e}$ 。由于 $\sigma_r^2 \text{vec}(\mathbf{I}_N)$ 为确定参量, 则 \mathbf{e}' 也同样服从高斯分布, 因此可将式(10)看作目标 DOA 估计的稀疏线性模型, 并且 $\tilde{\mathbf{K}}(\theta)$, $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r$ 分别为 DOA 域的过完备字典和稀疏向量。

4.2 模型求解

式(10)中, 由于 \mathbf{e}' 服从高斯分布, 因此可以采用 2 范数来度量拟合误差 $\hat{\mathbf{y}}_r - \tilde{\mathbf{K}}(\theta) \tilde{\boldsymbol{\rho}}_r$ 的大小, 同时为使稀疏向量 $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r$ 具有最小的稀疏度, 采用零范数来表征。由此可得求解式(10)稀疏模型的目标优化函数:

$$\min_{\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r} \|\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r\|_0 + \lambda \|\hat{\mathbf{y}}_r - \tilde{\mathbf{K}}(\theta) \tilde{\boldsymbol{\rho}}_r\|_2^2 \quad (11)$$

其中 λ 表示正则化参数, 它控制着稀疏度以及拟合误差之间的权重。由于零范数最小化问题属于 NP-难问题, 求解需要组合搜索, 随着维数的增加难以实现且对噪声敏感, 因此直接求解式(11)不可行。本文采用文献[14]中的方法, 即通过一类高斯函数近似逼近零范数, 从而把 L0 范数最小化问题转化为平滑函数的最小化问题, 然后通过求解该问题重构出稀疏信号。令 τ 为正常数, s 为变量, 定义此类高斯函数为 $f_\tau(s) = \exp(-s^2/2\tau^2)$, 它具有如下性质^[14]:

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} f_\tau(s) = \begin{cases} 0, s \neq 0 \\ 1, s = 0 \end{cases}, \quad \text{令 } F_\tau(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r) = \sum_{i=1}^{\bar{N}} f_\tau(\tilde{\rho}_{r,i}), \text{ 则}$$

由上述性质可知: $\lim_{\tau \rightarrow 0} F_\tau(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r) = \bar{N} - \|\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r\|_0$ 。由此式(11)的目标优化函数可转化为如下最小化问题:

$$\min_{\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r} L_\tau(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r) = -F_\tau(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r) + \lambda \|\hat{\mathbf{y}}_r - \tilde{\mathbf{K}}(\theta) \tilde{\boldsymbol{\rho}}_r\|_2^2 \quad (12)$$

其中 τ 为接近于 0 的正数。式(12)属于无约束型最优化问题, 可以利用牛顿迭代类算法进行求解。但由于 $L_\tau(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r)$ 的 Hessian 矩阵并非正定阵^[14], 因此无法直接利用牛顿法求得最优解。定理 2 通过定义映射函数, 给出了式(12)的求解方法。

定理 2 定义映射函数 $\zeta: C^{\bar{N} \times 1} \rightarrow C^{\bar{N} \times 1}$ 使得 $\zeta(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r) = 2\lambda[\mathbf{W}(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r)/\tau^2 + 2\lambda\tilde{\mathbf{K}}^*(\theta)\tilde{\mathbf{K}}(\theta)]^{-1}\tilde{\mathbf{K}}^*(\theta)\hat{\mathbf{z}}_r$, 其中 $\mathbf{W}(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r) = \text{diag}\{f_\tau(\tilde{\rho}_{r,1}), f_\tau(\tilde{\rho}_{r,2}), \dots, f_\tau(\tilde{\rho}_{r,\bar{N}})\}$, 当获得稀疏最优解时, 有 $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r(\tau) = \zeta(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r(\tau))$ 成立。同时, 对于任意的稀疏向量 $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r$, 存在实数 κ , 使得 $L_\tau(\kappa\zeta(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r) + (1-\kappa)\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r) \leq L_\tau(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r)$ 成立。

定理 2 的证明见文献[14]。由定理 2 可以看出, 由于获得最优解时满足 $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r(\tau) = \zeta(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r(\tau))$, 因此可以利用固定点迭代的方法求解方程 $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r = \zeta(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r)$, 利用第 i 次迭代得到的映射函数值 $\zeta(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r^{(i)})$ 作为第 $i+1$ 次迭代的初始值, 即 $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r^{(i+1)} = \zeta(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r^{(i)})$, 但同时为了保证算法收敛至极小点, 需要以一定的下降方向进行迭代。由不等式 $L_\tau(\kappa\zeta(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r) + (1-\kappa)\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r) \leq L_\tau(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r)$ 成立可知, $\zeta(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r) - \tilde{\boldsymbol{\rho}}_r$ 可作为固定迭代算法中目标函数的下降方向。因此沿该下降方向进行迭代时, 必然收敛至目标函数的极小点。当求得稀疏向量 $\tilde{\boldsymbol{\rho}}_r$ 的最优解, 便可得到目标 DOA 估计值。

由于 DOD 和 DOA 均由独立估计得出, 因此需要进行目标的收发角度配对。本文利用分数低阶矩阵^[9](FLOM)代替二阶矩构造代价函数, 构造出基于 FLOM 的最大似然代价函数, 从中选取出 DOD 和 DOA 的正确配对关系。

5 计算机仿真

本节通过计算仿真, 验证冲击噪声背景下传统 MUSIC、矩阵行 2 范数最大-MUSIC 以及矩阵行 2 范数最大-CMSL0 3 种算法的估计性能。由于复全向 S α S 随机变量由特征指数 α 和偏移系数 γ 确定, 并且当 $\alpha < 2$ 时, 其方差为无穷大, 因此, 本文用广义信噪比(GSNR)代替 SNR, 其定义为 $\text{GSNR} = 10\lg\left\{\sum_{p=1}^P \text{E}|\beta_{l,p}|^2 / \gamma^\alpha\right\}$, 显然, 当 $\alpha = 2$ 时, GSNR 即为传统的 SNR。在仿真中, 假设各个发射阵元发射相互正交的 Hardmard 码波形(码长 $K = 32$), 目标的反射系数 $\beta_{l,p}$ 为零均值, 方差为 1 的复高斯变量。利用 CMSL0 算法进行估计时, 设置参数 $\lambda = 5, \tau_0 = 0.001$ 。

实验 1 算法的有效性验证

假设双基地 MIMO 雷达的发射和接收阵元数目为 $M=N=10$, 收发阵元间隔均为半波长, 空间中存有 $P=3$ 个独立的远场目标, 位置分别为 $(-20^\circ, -40^\circ)$, $(10^\circ, 15^\circ)$ 和 $(40^\circ, 30^\circ)$ 。图 1(a)和 1(b)分别为 3 种算法情况下 3 个目标的 DOA 与 DOD 估计结果。图 2(a)和 2(b)分别为经过数据预处理之后, MUSIC 和 CMSL0 算法经过最大似然配对后得到的目标位置估计结果(蒙特卡洛次数为 100)。实验中取 $\alpha = 1.2$, $GSNR = 10$ dB, 发射脉冲数 $L = 100$, 在 DOA 域和 DOD 域内皆以 1° 为间隔进行均匀采样形成冗余字典。由图 1 的估计结果可知, 在冲击噪声背景下, 传统的 MUSIC 算法失效, 而经过矩阵行 2 范数最大加权预处理之后, MUSIC 算法和 CMSL0 算法均有效地估计出 DOA 和 DOD。由图 1 和图 2 进一步可知, 在 $GSNR=10$ dB 时, 矩阵行 2 范数最大-MUSIC 算法的估计结果优于行矩阵 2 范数最大-CMSL0 算法。

实验 2 算法的参数估计性能比较

假设双基地 MIMO 雷达的发射和接收阵元数目为 $M=N=8$, 空间中的目标数目为 2, 位置分别为 $(-6^\circ, -4^\circ)$, $(6^\circ, 4^\circ)$, 脉冲数目 $L=50$, 利用 CMSL0 算法估计时, 采用粗网格和密网格相配合的方式构造过完备字典。图 3 为经过矩阵行 2 范数最大化预

处理之后, MUSIC 和 CMSL0 算法的成功率和均方根误差(RMSE)随 GSNR 的变化曲线。图 4 为 $GSNR = 5$ dB 时两种算法的成功概率和 RMSE 随特征指数 α 的变化曲线。实验时, 每个 GSNR 或 α 下蒙特卡洛次数为 500。

由图 3 可知, 在相同的数据预处理下, 低 GSNR 时, CMSL0 的估计精度高于 MUSIC 算法, 而在高 GSNR 时, 两种算法均具有较好的估计精度。这是由于在低 GSNR 时, MUSIC 算法在进行协方差矩阵的特征分解时, 很难严格分离出信号子空间和噪声子空间, 这使得信号子空间的估计结果存在误差, 从而导致估计精度下降, 而 CMSL0 算法无需进行协方差矩阵的特征分解, 并且充分利用了目标空域的稀疏先验信息, 进而提高了收发角度的估计性能。由图 4 可知, α 值越大(即冲击程度越弱), 两种算法的估计精度越高。同时, 当 $\alpha \in [1.2, 2]$ 范围内变化时, CMSL0 算法都能得到较好的成功概率和 RMSE, 而 MUSIC 算法在 $\alpha > 1.4$ 时, 才具有较好的成功概率和 RMSE, 因此 CMSL0 算法对冲击噪声具有更好的稳健性。

实验 3 随机布阵时算法的有效性验证

假设双基地 MIMO 雷达的发射和接收阵元数目 $M=N=10$, 目标数 $P=3$, 位置为 $(-12^\circ, 40^\circ)$, $(10^\circ,$

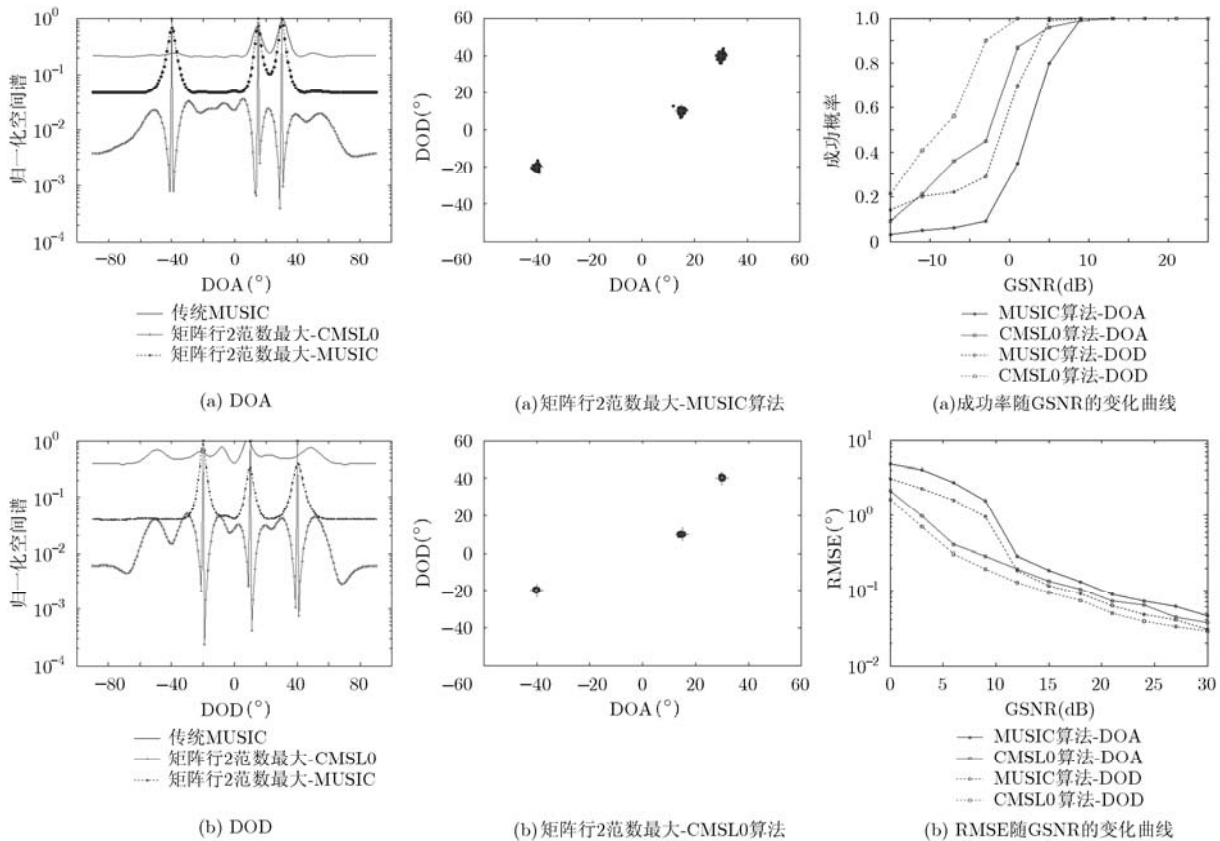


图 1 3 种算法下 DOA 和 DOD 的估计结果

图 2 配对之后目标的位置估计结果

图 3 两种算法的成功率和均方根误差随 GSNR 的变化曲线

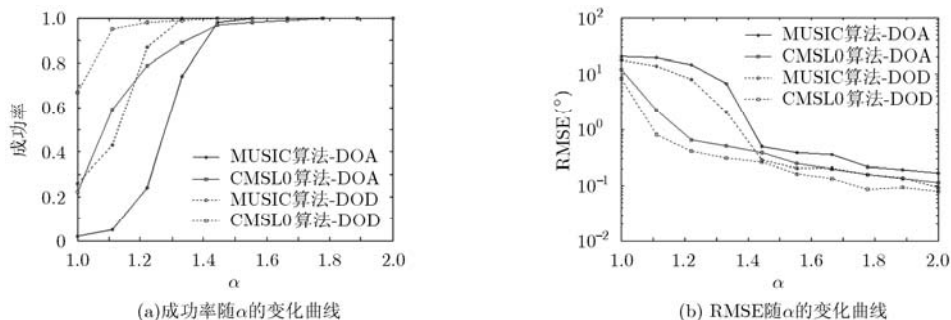


图 4 两种算法的参数估计成功率和 RMSE 随 α 的变化曲线

-58°)和 $(30^\circ, 20^\circ)$ 。发射和接收阵元皆为非均匀线阵。假设第 1 个发射阵元位置为 $d_{t1} = 0$ ，第 i 个与第 1 个阵元间的距离为 d_{ti} ($i = 1, 2, \dots, M$)，实验时， d_{ti} 为随机产生的整数倍半波长，且满足 $d_{t1} < d_{t2} < \dots < d_{tM}$ ，接收阵元位置的产生方法与发射阵元相类似。图 5 为经过矩阵行 2 范数最大化预处理之后，MUSIC 和 CMSL0 算法的 DOA 和 DOA 估计结果。实验时，收发阵元的位置分别为： $\{d_{ti}\}_{i=1}^{10} = [0, 2, 12, 26, 35, 53, 64, 73, 79, 81]\lambda/2$ ， $\{d_{ri}\}_{i=1}^{10} = [0, 12, 19, 37, 39, 41, 56, 65, 69, 71]\lambda/2$ ， $\text{GSNR} = 20 \text{ dB}$ ，蒙特卡洛次数为 20 次。由图 5 的估计结果可知，当发射和接收阵元间隔大于 $\lambda/2$ 时，MUSIC 算法无法估计出目标的角度，而 CMSL0 算法则不受阵元半波长间隔的限制，能够准确估计出目标的 DOD 和 DOA。

6 结论

针对实际应用中，常常存在冲击噪声的情况，

本文首先提出了矩阵行 2 范数最大的归一化加权预处理方法，该方法无需已知冲击噪声特征指数的先验信息或估计值；其次，为了在目标源数目未知情况下实现收发角度的估计，本文提出了基于 CMSL0 的目标 DOA 和 DOD 估计算法，并利用 FLOM 最大似然法实现目标的定位。理论和仿真实验表明：经过矩阵行 2 范数最大化预处理后的数据协方差矩阵有界，并具有传统的协方差矩阵形式；经过相同的预处理之后，MUSIC 和 CMSL0 算法均能有效地估计出目标的角度；由于 CMSL0 算法充分利用了目标在空域内的稀疏特性，使得低 GSNR 条件下，CMSL0 算法的估计精度优于 MUSIC 算法；在同等条件下，CMSL0 算法对冲击噪声的稳健性优于 MUSIC 算法。此外，与 MUSIC 算法相比，CMSL0 算法不需要预先估计目标源的数目，且收发阵元间隔大于半波长时仍能有效地估计出目标的角度。

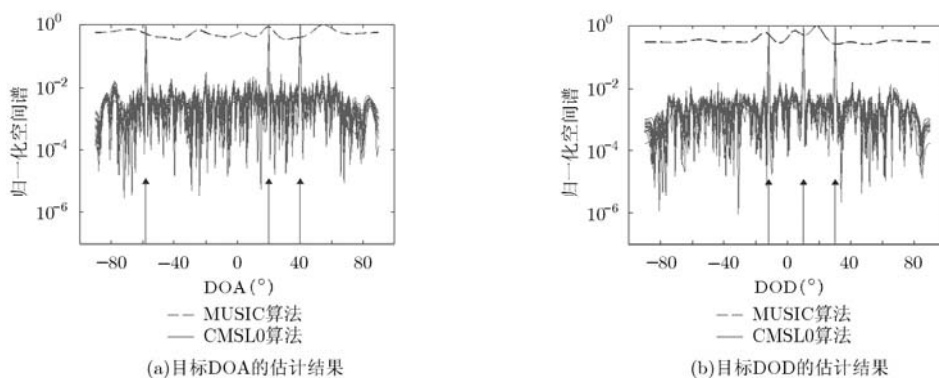


图 5 随机布阵下目标 DOA 和 DOD 的估计结果

参考文献

- [1] Fisher E, Haimovich A, Blum R S, *et al.* Spatial diversity in radar-models and detection performance[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(3): 823-838.
- [2] Haimovich A M, Blum R S, Lenard J, *et al.* MIMO radar with widely separated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(1): 116-129.
- [3] 李建峰, 张小飞, 汪飞. 基于四元数的 Root-MUSIC 的双基地 MIMO 雷达中角度估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(2): 300-304.
Li Jian-feng, Zhang Xiao-fei, and Wang Fei. Quaternion root-MUSIC algorithm for angle estimation in bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronic & Information Technology*, 2012, 34(2): 300-304.

- [4] 孙理, 朱晓华, 贺亚鹏, 等. 双基地稀疏阵列 MIMO 雷达快速多目标定位方法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(5): 1142-1148. Sun Li, Zhu Xiao-hua, He Ya-peng, *et al.* Fast multi-target localization with sparse array in bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(5): 1142-1148.
- [5] Chen Chen, Zhang Xiao-fei, and Ben De. Coherent angle estimation in bistatic multi-input multi-output radar using parallel profile with linear dependencies decomposition[J]. *IET Radar Sonar Navigation*, 2013, 7(8): 867-874.
- [6] Zheng Zhi-dong, Zhang Jin, and Zhang Jian-yun. Joint DOD and DOA estimation of bistatic MIMO radar in the presence of unknown mutual coupling[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(12): 3039-3048.
- [7] Tsakalides P, Raspanti R, and Nikias C L. Angle/Doppler estimation in heavy tailed clutter backgrounds[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1999, 35(2): 419-436.
- [8] Shao M and Nikias C L. Signal processing with fractional lower order moments: stable processes and their applications [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1993, 81(7): 986-1010.
- [9] Liu T H and Mendel J M. A subspace-based direction finding algorithm using fractional lower order statistics[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(8): 1605-1613.
- [10] He J, Liu Z, and Wong K T. Snapshot-instantaneous $\|\cdot\|_\infty$ normalization against heavy-tail noise[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(3): 1221-1227.
- [11] 王鞠庭, 江胜利, 何劲, 等. 冲击噪声下基于子空间的 MIMO 雷达 DOA 估计研究[J]. 宇航学报, 2009, 30(4): 1653-1657. Wang Ju-ting, Jiang Sheng-li, He Jin, *et al.* Subspace-based DOA estimation in impulsive noise environments[J]. *Journal of Astronautics*, 2009, 30(4): 1653-1657.
- [12] Visuri S, Oja H, and Koivunen V. Subspace-based direction-of-arrival estimation using nonparametric statistics[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(9): 2060-2073.
- [13] Yin J and Chen T. Direction-of-arrival estimation using a sparse representation of array covariance vectors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(9): 4489-4493.
- [14] Hyder M and Mahata K. An improved smoothed L0 approximation algorithm for sparse representation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(4): 2194-2205.
- [15] Ma W K, Hsieh T H, and Chi C Y. DOD estimation of quasi-stationary signals with less sensors than sources and unknown spatial noise covariance: a Khatri-Rao subspace approach[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(4): 2169-2180.
- 郑志东: 男, 1985 年生, 博士, 工程师, 主要研究方向为 MIMO 雷达技术、雷达信号处理、阵列信号处理.
- 袁红刚: 女, 1972 年生, 硕士, 高级工程师, 研究方向为雷达信号处理.
- 张剑云: 男, 1963 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达及目标环境模拟、雷达信号处理、高速信号处理.