

多重测量矢量模型下的稀疏步进频率 SAR 成像算法

陈一畅^{*①} 张群^{①②} 陈校平^① 罗迎^① 顾福飞^①

^①(空军工程大学信息与导航学院 西安 710077)

^②(复旦大学电磁波信息科学教育部重点实验室 上海 200433)

摘要: 基于压缩感知(Compressed Sensing, CS)的合成孔径雷达(SAR)成像算法可以用低于 Nyquist 采样率的采样数据完成稀疏目标高分辨成像。然而已有的算法在重构 1 维距离像时采用的大都是单重测量矢量(Single Measurement Vectors, SMV)模型,存在着重构耗时长、受噪声干扰大的缺点。该文从压缩感知的多重测量矢量(Multiple Measurement Vectors, MMV)模型出发,利用多重测量矢量恢复具有相同稀疏结构的联合稀疏目标信号源,从理论与实验角度分析了基于 MMV 模型的 SAR 1 维距离像成像性能,提出了一种距离向基于 MMV 模型,方位向基于 SMV 模型的 2 维 SAR 成像算法。该算法从耗时上、重构精度上均优于 SMV 模型下的 CS 成像算法。通过对仿真数据和地基雷达实测数据的处理,验证了算法的有效性。

关键词: SAR; 压缩感知; 稀疏步进频率信号; 单重测量矢量; 多重测量矢量

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)12-2986-08

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.01831

An Imaging Algorithm of Sparse Stepped Frequency SAR Based on Multiple Measurement Vectors Model

Chen Yi-chang^① Zhang Qun^{①②} Chen Xiao-ping^① Luo Ying^① Gu Fu-fei^①

^①(Institute of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

^②(Key Laboratory for Information Science of Electromagnetic Waves, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: The SAR imaging algorithm based on Compressed Sensing (CS), could complete the high-resolution imaging of sparse target with the sampling data below the Nyquist sampling rate. However, the Single Measurement Vectors (SMV) model used for range profile reconstruction in existing algorithms, is time-consuming and noise-affected. Based on the Multiple Measurement Vectors (MMV) model, this paper proposes to recovery the joint sparse target signal source of the same sparse structure by MMV. The range profile imaging performance is analyzed theoretically and experimentally. Then, a 2-D SAR imaging algorithm, in which the range imaging is realized based on MMV model and azimuth imaging is realized based on SMV model, is proposed. This algorithm is superior to the SMV-based CS algorithm both on time-consuming and reconstruction precision. The processing of simulation data and radar measured data verifies the effectiveness of this algorithm.

Key words: SAR; Compressed Sensing (CS); Sparse frequency-stepped signal; Single measurement vector; Multiple measurement vectors

1 引言

合成孔径雷达(SAR)作为一种高效的主动式微波传感器,可以实现全天候、全天时和远距离对地高分辨成像。其成像结果在距离向上的高分辨主要是依靠脉内大带宽信号,在方位向则是利用雷达和目标相对运动等效出大的合成孔径。随着人们对分辨率要求的不断提高,基于香农采样定理的传统信

号处理方法面对庞大的 SAR 数据已不再适用。2006 年,文献[1,2]提出了一种稀疏数据压缩与重构理论——压缩感知(Compressed Sensing, CS)。随着该理论的提出,国内外专家针对其在雷达成像中的应用展开了广泛的研究,并取得了一定的成果。文献[3]最先提出了基于 CS 的雷达成像算法,文献[4]利用 CS 理论处理频域稀疏非均匀采样数据获得了雷达目标 1 维高分辨图像,文献[5]在距离向和方位向分别运用 CS 理论获得了 2 维高分辨图像,文献[6]利用 CS 方法对人造目标实现了 3 维成像。此外,还有大量文献显示研究人员已将 CS 理论引入到各种体制雷达中^[7-13]。

2013-11-20 收到, 2014-06-09 改回

国家 973 计划项目(2010CB731905)和国家自然科学基金(61172169)资助课题

*通信作者: 陈一畅 cyc_2007@163.com

结合压缩感知理论, 可以大幅降低合成孔径雷达成像所需数据量, 缓解海量数据实时传输与处理的压力。然而现有的合成孔径雷达 CS 算法在重构距离向信息时, 大都是对单个脉内测量矢量进行重构, 没有考虑各脉冲间测量矢量的联系。事实上, SAR 对稀疏场景(如有舰船的海面场景等)的观测过程中, 每次接收到的脉冲回波信号都是由具有相同结构目标散射点反射而来, 其数据采集模型类似于 CS 理论中的多重测量矢量模型(Multiple Measurement Vectors, MMV)。目前已有一些 MMV 模型下的 CS 重构算法被提出^[14], 但还没有直接将 MMV 模型用于雷达成像的相关论文。本文结合 SAR 信号特点, 提出了一种基于 MMV 模型的稀疏步进频率 SAR 成像算法, 综合考虑各脉冲的回波数据, 将 SAR 的回波数据看成是对目标点的多重测量矢量, 每个测量矢量是一串等效为均匀步进频率信号随机采样的稀疏步进频率回波信号, 利用 MMV-OMP 算法重构出表征目标 1 维信息的稀疏矩阵。然后在方位向, 将脉冲压缩函数对角化, 经过傅里叶变换转换为用于方位向 CS 处理的稀疏基, 利用相应的重构算法, 最终可以得到 2 维高分辨成像结果。考虑到目前还没有一种行之有效的方法实现复杂地面场景的稀疏化表征, 本文主要针对稀疏场景的成像展开研究。

本文算法在空域和频域上分别实现了降采样, 减小了数据量, 提高了抗干扰性, 缩短了脉冲时间, 特别是在距离向基于多重测量矢量模型, 较已有的 CS 成像算法可以进一步减小采样数, 提高重构准确度, 同时也缩短了重构时间, 提高了算法效率。文章首先介绍了 MMV 模型, 阐述了 SAR 数据观测模型和 MMV 模型的内在联系, 随后提出了一种距离向基于 MMV 模型重构, 方位向基于 SMV 模型重构的 SAR 2 维降采样成像算法, 并对 MMV 模型下的 SAR 1 维距离像重构性能, 从算法耗时、抗噪能力和重构精度三方面进行了理论分析与仿真实验验证, 最后通过对仿真数据和实测数据进行成像处理验证了所提方法的有效性。

2 MMV 模型与 SAR 数据观测模型

假设存在 1 维离散信号 $\mathbf{x} = [x(1), x(2), \dots, x(N)]^T$ 在 N 维正交基 $\{\psi_i\}_{i=1}^N$ 下的坐标 $\boldsymbol{\alpha}$ 中只有 $K(K \ll N)$ 个非零(或者绝对值较大)的元素, 而大部分元素为零(或者绝对值较小), 则称 $\boldsymbol{\alpha}$ 是 K 稀疏的, $\boldsymbol{\Psi}$ 称之为 \mathbf{x} 的稀疏基矩阵。压缩感知的降维过程是对向量 \mathbf{x} 的线性观测过程, 设观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 大小为 $M \times N$ ($M \ll N$) 且与基矩阵 $\boldsymbol{\Psi}$ 不相关。观测结果记为

$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{x} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\alpha}$, 式中 $\boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Psi}$ 称为感知矩阵。向量 \mathbf{y} 与原始信号向量 \mathbf{x} 相比, 维数由 N 减到 M 。文献[15]指出, 当 $\boldsymbol{\Theta}$ 满足约束等距性(Restricted Isometry Property, RIP)条件时, 信号 \mathbf{x} 的稀疏表示 $\boldsymbol{\alpha}$ 可以通过求解最小 l_0 范数问题, 以高概率得到

$$\boldsymbol{\alpha} = \operatorname{argmin} \|\boldsymbol{\alpha}\|_0, \quad \text{s.t. } \mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\alpha} \quad (1)$$

目前已形成了多种重构算法以求解式(1)及其等价问题。现考虑有 L 个相同稀疏结构的信源, 记为矩阵 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L]$, 这 L 个信源对应的稀疏域一样, 可以采用相同的观测矩阵, 观测结果记为矩阵 \mathbf{Y} :

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{X} = \boldsymbol{\Phi}[\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L] \quad (2)$$

这种基于 CS 理论对相同稀疏结构的信号多次观测的模型称之为多重测量矢量(MMV)模型, 重数为 L 。求解 MMV 模型的源信号, 除了有信号是稀疏的这一先验知识, 我们还知道矩阵 \mathbf{X} 中的各列具有相同稀疏结构, 表现为稀疏矩阵 $\mathbf{A} = [\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \dots, \boldsymbol{\alpha}_L]$ 的秩最小。求解问题可以描述为

$$\begin{aligned} \mathbf{A} = \operatorname{argmin} \sum_{l=1}^L \|\boldsymbol{\alpha}_l\|_0 \quad \& \operatorname{argmin} \operatorname{rank}(\mathbf{A}), \\ \text{s.t. } \mathbf{Y} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Psi}[\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \dots, \boldsymbol{\alpha}_L] \end{aligned} \quad (3)$$

本文中利用一种由正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法推广而来的 MMV-OMP 算法实现距离像重构。实际应用中有许多数据采集模型都可以归结为 MMV 模型, 合成孔径雷达对目标区域观测的过程中, 在不同的方位向采样点向目标区域发射电磁波并接收回波, 区域内感兴趣目标的稀疏结构在各次回波信号采集过程中是一致的。将 MMV 模型引入到 SAR 系统可以构造出相应的数据采集模型。

均匀步进频率信号可以作为一种高效的 SAR 信号发射形式, 其每个发射脉冲是一个包含一系列子脉冲的脉冲簇, 每个子脉冲的频率记为 $f_m = f_0 + m\Delta f$ ($n = 0, 1, \dots, M' - 1$), 式中 Δf 为频率步进值, 则整个发射信号的带宽为 $B = M'\Delta f$ 。本文所采用的发射信号为稀疏步进频率信号, 雷达在脉冲内发射的信号为一组频率随机步进的单频子脉冲, 相邻子脉冲间的频差不一定是 Δf , 而是 Δf 的随机整数倍(见图 1)。从数学关系上, 稀疏步进频信号可以等效为传统均匀步进频率信号的随机降采样, 稀疏步进频子脉冲频率的数学表达式为

$$\begin{aligned} f_m = f_0 + \delta_m \Delta f, \quad m = 0, 1, \dots, M - 1 \\ (\delta_m \text{ 为随机正整数}) \end{aligned} \quad (4)$$

则在相同带宽 B 下, 稀疏步进频率子脉冲数为 M , 脉宽时间和产生的回波数据量均小于均匀步进频率

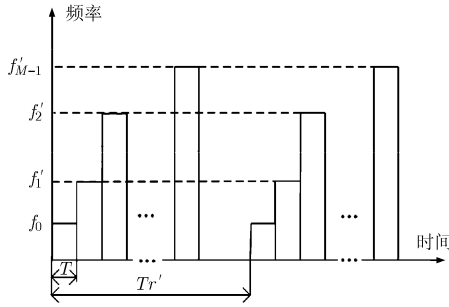


图1 稀疏步进频发射脉冲频率示意图

信号。稀疏步进频率体制下雷达发射信号时域表达式为

$$s_m(t) = \begin{cases} u(t) \exp(j2\pi f_m t + \theta_m), & mT \leq t \leq (m+1)T \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

式中 $u(t)$ 为子脉冲复包络函数, f_m 为第 m 个子脉冲频率, θ_m 为发射信号初始相位, T 为子脉冲时宽。假定雷达工作在正侧视条带模式下(见图2), 载体速度为 V , 航线到场景中心线的最近距离为 R_s , 雷达波束的俯视角为 β , 条带宽度为 W 。以散射点模型来描述目标场景的散射特性, 设目标场景有 K 个散射中心, 则一次脉冲回波信号可以记为一个测量矢量。

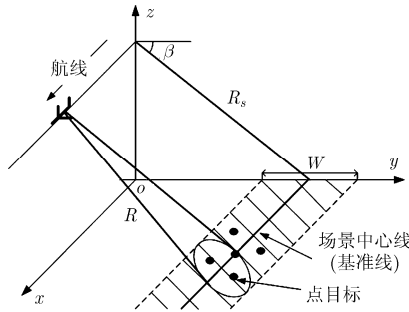


图2 雷达工作模式几何示意图

$$\mathbf{s}_r = \sum_{k=1}^K \sigma_k \exp(j2\pi f_m (t - \tau_k)), \quad m = 0, 1, \dots, M-1, 0 < t - \tau_k < MT \quad (6)$$

式中 σ_k 为第 k 个散射点的散射系数, τ_k 为第 k 个散射点的回波延迟时间, 其大小取决于散射点到雷达的距离。在回波的每一个子脉冲频率点进行采样, 可知测量矢量 \mathbf{s}_r 的维数为 $M \times 1$ 。 \mathbf{s}_r 可以等效为均匀步进频率回波矢量 \mathbf{s}'_r 的降维观测, 观测矩阵 Φ_r 通过对应抽取 M' 阶单位阵中的 M 行得到。则利用 CS 在距离向上的降维可以使数据的距离向降采样率达到 $\eta_1 = M'/M$ 。此过程数学模型可以表示为

$$\mathbf{s}_r = \Phi_r \mathbf{s}'_r \quad (7)$$

在方位向上, 我们同样利用 CS 理论稀疏采样, 随机选取部分阵元位置发射脉冲信号。假定雷达工作在 Nyquist 采样定理约束下的, 脉冲重复频率为 PRF, 需发射 N' 个脉冲, 而本文的采样模型只随机发射和接收了其中的 N ($N < N'$) 个脉冲。最终得到的用于处理的数据为 N 个 M 维的测量矢量。总的 SAR 回波数据记为一个 $M \times N$ 测量矩阵 $\mathbf{S}_r = [\mathbf{s}_{r1}, \mathbf{s}_{r2}, \dots, \mathbf{s}_{rN}]$ 。方位向观测矩阵 Φ_a 的构造和 Φ_r 类似, 通过对应抽取 N' 阶单位阵中的 N 行得到。方位向降采样的数学模型可以表示为

$$\mathbf{S}_r^H = \Phi_a \mathbf{S}_r'^H \quad (8)$$

方位向的降采样率为 $\eta_2 = N'/N$ 。 \mathbf{S}_r 表征的数据量较 Nyquist 采样定理条件下得到的数据量已经大幅降低, 但这也导致传统成像方法的失效, 本文将提出一种新的成像算法用于降采样数据成像。

3 基于 CS 的 SAR 成像算法

系统接收到的数据 \mathbf{S}_r 是距离向和方位向 2 维降采样得到的, 距离向发射和接收的稀疏步进频率信号与均匀步进频率信号之间的关系可以用式(9)表示:

$$[f_1, f_2, \dots, f_M]^T = \Phi_r [f'_1, f'_2, \dots, f'_M]^T \quad (9)$$

式中 Φ_r 为部分单位阵, 利用 CS-MMV 模型求解散射点距离向分布, 还需确定稀疏基矩阵。对均匀步进频率回波做基带变换, 将式(6)乘以因子 $\exp(-j2\pi f_m t)$, 并将式(4)代入, 单列信号整理得到

$$\mathbf{s}_{rn} = \sum_{k=1}^K \tilde{\sigma}_k \exp\left(-j2\pi m \Delta f \frac{2R_k}{c}\right), \quad m = 0, 1, \dots, M'-1, n = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

其中 $\tilde{\sigma}_k = \sigma_k \exp(-j4\pi f_0 R_k/c)$, 令 $\omega_k = \Delta f 2R_k/c$, 式(10)可以表示为

$$\mathbf{s}_{rn} = \sum_{k=1}^K \tilde{\sigma}_k \exp(-j2\pi m \omega_k), \quad m = 0, 1, \dots, M'-1, n = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

式(11)中的数字频率 ω_k 包含了目标散射点距离信息, 而系数 $\tilde{\sigma}_k$ 表征目标散射点强度。对式(11)进行逆傅里叶变换, 可以得到 1 维距离信息, 变换后的序列用 H_l 表示:

$$\begin{aligned} H_l &= \frac{1}{M'} \sum_{m=0}^{M'-1} \mathbf{s}_{rn} \exp\left(j \frac{2\pi l m}{N}\right) \\ &= \frac{1}{M'} \sum_{m=0}^{M'-1} \left(\sum_{k=1}^K \tilde{\sigma}_k \exp\left(-j2\pi m \Delta f \frac{2R_k}{c}\right) \right) \\ &\quad \cdot \exp\left(j \frac{2\pi l m}{N}\right) \\ &= \sum_{k=1}^K \left(\frac{1}{M'} \sum_{m=0}^{M'-1} \tilde{\sigma}_k \exp\left(j \frac{2\pi l m}{N} - j2\pi m \Delta f \frac{2R_k}{c}\right) \right), \quad 0 \leq l \leq M'-1 \end{aligned} \quad (12)$$

将反射系数与常数做归一化处理，式(12)化简得到

$$H_l = \sum_{k=1}^K \left(\sum_{m=0}^{M'-1} \exp \left(j \frac{2\pi m}{M'-1} \left(l - \frac{2\Delta f M' R_k}{c} \right) \right) \right), \quad 0 \leq l \leq M'-1 \quad (13)$$

令 $\chi_k = l - 2\Delta f M' R_k / c$ ，式(13)可以进一步化简为

$$H_l = \sum_{k=1}^K \left(\frac{\sin \pi \chi_k}{\sin \frac{\pi \chi_k}{M'}} \exp \left(j \frac{M'-1}{2} \frac{2\pi \chi_k}{M'} \right) \right), \quad 0 \leq l \leq M'-1 \quad (14)$$

经过逆傅里叶变换后的距离向回波数据表现出稀疏性，因此选择逆傅里叶基作为距离向稀疏基 Ψ_r 。在不考虑越距离单元走动的情况下，所有方位向采样点回波数据的稀疏结构一致。利用 MMV-OMP 算法可以直接重构出目标区域 1 维距离像。若考虑距离徙动，MMV 模型所选重数应满足 $N > L > 1$ ，表示相邻的 L 个方位向采样点回波数据的稀疏结构一致。此时算法仍有必要对数据矩阵 \hat{S}_r 距离向徙动校正，校正方法与传统方法一致。设雷达移动速度为 V ，序列 f'_u 为均匀采样下的多普勒序列，实际多普勒序列 f_u 等效为 f'_u 的降维采样，数学关系表示为 $f_u = \Phi_r f'_u$ 。距离单元序列为 R_0 ，多普勒调频率为 K_a ，则距离徙动量 S_{rmc} 表示为

$$S_{rmc} = \sqrt{R_0^2 + \left(\frac{\lambda f_u R_0}{2V} \right)^2} - R_0 \quad (15)$$

根据距离徙动量 S_{rmc} 对距离向重构矩阵 \hat{S}_r 进行校正后的结果记为 S_a ，维数为 $M' \times N$ 。SAR 传统成像算法方位向聚焦可利用方位向匹配函数完成，方位向匹配函数为 $H = \exp(-j\pi f_u^2 / K_a)$ 。具体方法是将在 S_a 傅里叶逆变换与匹配函数相乘，再经傅里叶变换得到最终成像结果。处理过程表示为

$$S_{ar} = \text{FFT}_a [H \cdot \text{IFFT}_a (S_a)] \quad (16)$$

对于稀疏场景，最终的成像结果即为一种稀疏表示。通过算法逆推，便可构造出稀疏基矩阵。设 Ψ_1, Ψ_2 分别为傅里叶逆矩阵与傅里叶矩阵：将方位向匹配函

数对角化与傅里叶矩阵相乘构造出方位向稀疏基矩阵：

$$\Psi_a = \Psi_1 \cdot \text{diag}(H) \cdot \Psi_2 \quad (17)$$

已知方位向观测矩阵 Φ_a 和稀疏矩阵 Ψ_a ，方位向利用普通 CS 重构算法可以得到最终 2 维成像结果。本文所提算法的流程图如图 3 所示。

4 基于 MMV 模型的距离向成像性能分析

利用 MMV 模型重构 SAR 1 维距离向信息基于两个假设：(1)目标区域散射点在距离向表现出一定的稀疏性；(2)从不同的方位向采样点观测，目标区域具有相同的稀疏结构。假设(1)对稀疏场景条件下目标回波的信号是满足的，对于假设(2)，若存在越距离单元徙动，可将相邻方位向采样点数据分组，选取适当的 L 值，性能仍优于 SMV 模型。为了重点分析距离向 MMV 模型重建性能，本节用于分析的数据仅在距离向降采样，方位向满足 Nyquist 采样定理。下面主要从重构效率、抗噪声干扰和重构精度 3 方面性能对 MMV 模型 1 维成像算法进行分析，并与 SMV 模型下的 1 维成像算法进行比较。所用的重构算法分别为 MMV-OMP 和 SMV-OMP。对比中用到的数据为散射点模型回波数据，对雷达参数做出如下设定：雷达工作中心频率为 10 GHz，雷达在距目标区域 6 km 的水平直线航迹上飞行，速度为 $v = 100 \text{ m/s}$ ，脉宽时间为 0.01 s。

4.1 MMV 模型距离向成像精度

首先从成像精度方面出发，考察基于 MMV 模型的 SAR 1 维距离像成像性能。MMV 模型综合考虑了各测量矢量，原理上可以以更小的观测值完成精确重构。假设有长度为 N 的 1 维信号 x ，当我们随机采样其中的 M 个值，并利用 OMP 重构算法恢复原始信号 x 时，精确重构概率能够达到 $p \in [0,1]$ 。考虑多次测量情况，若进行了 L 次测量，SMV 模型下每次均能精确重构的概率为 p^L ，或者说精确重构次数的期望为 $E[N_{\text{SMV-L}}] = pL$ 。而在 MMV 模型下，整体考虑 L 次观测，将 L 次重构结果中出现次数最

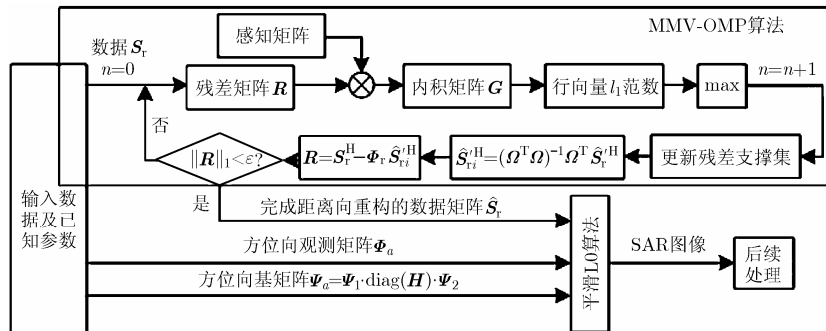


图 3 基于 MMV 模型的 SAR 2 维稀疏成像算法

多的残差支撑集作为整体的残差支撑集,因此, L 次均能精确重构的概率为 $pL/L = p \geq p^L$ 。下面进行仿真实验对比两种模型的重构精度:

实验所用信号频率步进值为 2.5 MHz, 全采样子脉冲数为 200, 则脉冲信号带宽为 500 MHz, 设定目标散射点分别为 4, 6 时, 计算距离向各采样数 M 对应的重构精度。在某一给定采样数 M 下重复进行实验 T_1 次, 某次实验成功的条件定义为

$$\sum_{n=1}^{N'} \sum_{m=1}^{M'} |\hat{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij}|^2 < 0.1 \quad (18)$$

其中 $\hat{\sigma}_{ij}$ 为压缩数据经 CS 重构算法所获得图像的像素点幅值, σ_{ij} 为全采样数据通过传统的 IFFT 方法成像所获得图像的像素点幅值, N' 和 M' 分别为方位向和距离向全采样时对应的数据长度。若 T_1 次实验中一共成功了 T_2 次, 则正确成像的概率可以表示为

$$P = (T_2/T_1) \times 100\% \quad (19)$$

重构概率可以表征一定采样数下的 CS 成像算法重构精度。仿真实验中, 每个采样数 M 下进行 100 次实验, M 的范围为 10 到 100。重构精度与采样数的关系曲线见图 4。从图 4 中可以看出, 要达到精确重构 MMV 模型下的算法较 SMV 算法所需的采样点数更少, 从另一方面考虑, 相同降采样率条件下, 即相同采样点数相同时, 采用 MMV 模型进行距离向重构获得的重构精度更大。MMV 模型本质上还是基于 CS 理论, 所以横向比较图 4(a)-图 4(b)可以看出, 当散射点数增多时, 精确重构所需的采样点数也随之增多。

4.2 MMV 模型抗噪性能分析

雷达实际采集的数据中总是含有一定功率噪声, 一种更为实际的 MMV 模型应修改为

$$\mathbf{Y} = \Phi \mathbf{X} + \Omega \quad (20)$$

式中 Ω 为噪声矩阵, 其维数与测量矩阵 \mathbf{Y} 一致。通过 CS 重构我们得到的是信号稀疏域的表达, 只重构出非零或绝对值较大的元素, 而忽略为零或者绝

对值较小的元素。已有的 SMV-CS 成像方法对小功率噪声已表现出一定的抑制作用, 本文进一步从信噪比角度对 MMV 模型下的 CS 重构算法进行性能分析。进行实验讨论重数 L 对不同信噪比条件下 1 维距离像重构精度的影响, 重构精度定义与上一节相同, 模型重数 L , 信噪比及重构精度关系曲线如图 5 所示。随着信噪比的增大, 重构精度都呈现出上升趋势, 但是上升速率不同, L 值越大上升得越快。在同一信噪比条件下, MMV 模型的 L 值越小重构精度越低, 满足精确重构要求时所需的信噪比越高。图 5 中, 在 $L=1$ 和 $L=62$ 的两条曲线中, 随着信噪比的增大, 重构精度在 SNR = 4 dB 和 SNR = 1 dB 时分别有小振动, 这是由于在该条件下还不能达到稳定的精确重构, 需要增加采样数以确保精确重构。其实, 这种 L 值越大抗噪能力越好的现象, 只适用于目标距离弯曲较小的情况, 如果是在对超大合成孔径信号处理, L 值过大可能会遗失目标信息, 使重构精度下降。因此在实际应用中应该综合考虑各方面性能, 合理地选择重数 L 。

4.3 MMV 模型距离向成像效率

从计算复杂度来看, SMV 模型的 OMP 重构负担主要来自残差矢量与感知矩阵的内积计算和原子集的广义逆计算。对上节中描述的雷达信号模型需用 SMV-OMP 进行 N 次重构, 才能得到 1 维距离向成像结果。若目标区域共有 K 个强散射点, 观测矩阵 Φ 的维数为 $M \times M'$, 按照 SMV-OMP 算法总的残差矢量与感知矩阵的内积计算次数为 $O(2KNM')$, 原子集的广义逆总计算次数为 $O(2KN)$, 且原子集的维数在不断扩大, 求逆运算的复杂度也在增大。MMV-OMP 算法中用残差矩阵代替残差矢量, 将搜索内积最大值转变为搜索矩阵行矢量 q 模最大值, 此处计算量也为 $O(2KNM')$, 但原子集广义逆的计算次数大为减少, 仅为 $O(2KN/L)$, 其中 $1 < L \leq N$ 。从计算次数理论分析可知, 稀疏度 K 与耗时正相关, 降采样率与耗时负相关, 此外, MMV 模型的重数 L 对耗时有着重要影响。当 $L=1$ 时模型退化为 SMV

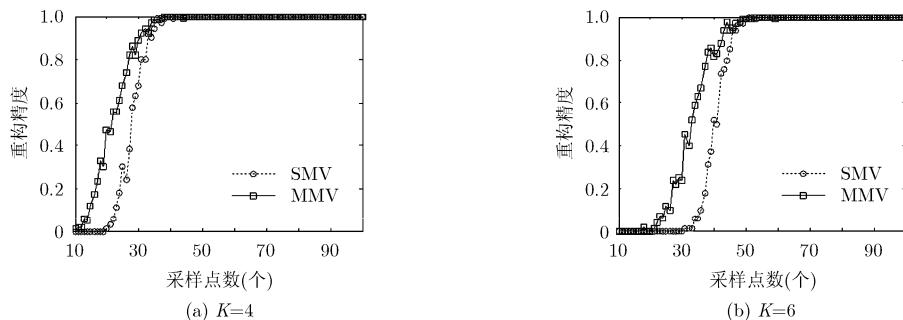


图 4 采样点与重构概率曲线

模型，而 $L = N$ 对应可取到的最大重数的 MMV 模型。进行仿真实验，信号稀疏度取 4，在改变频率采样率的条件下(降采样方式为随机抽样)，以 L 取值考察重构耗时， L 取值范围 $[1, N/2]$ ，由于感知矩阵 Φ 存在随机性，实验在相同的计算机平台下(个人 PC 平台，3.1 GHz 主频 CPU, 2 G 内存)，取 100 次重构成像的平均耗时，实验结果见图 6。从图 6 中可以直观地看出两种模型的运算效率， L 值越大，耗时减小越明显，利用 MMV 模型可以有效地解决已有 CS 成像算法重构时间长的问题。

5 实验结果与分析

分别利用仿真数据和实测数据验证基于多重测量矢量模型的 SAR 成像算法的有效性，并分析对比了 MMV 模型与 SMV 模型成像效果。首先进行仿真目标成像实验，假定雷达工作在条带式正侧视模式下，雷达参数设定与第 4 节一致。目标模型由 9 个散射点组成，位置坐标见图 7，反射系数均设为 1。

在实验中，在方位向空域和距离向频域随机非均匀采样，距离向频域稀疏步进频率稀疏比为 $\gamma = 4$ ，方位向随机选择一般的阵元位置发射和接收信号。数据量仅为全采样数据的 1/8。利用传统算法对全采样数据进行成像处理，结果见图 8，耗时 1.22 s；利用 SMV 模型下 CS 成像算法对降采样数据进行成像处理(见图 9)，耗时 13.32 s；利用 MMV 模型下的 CS 成像算法对降采样数据进行成像处理，结果见图 10，耗时 11.20 s。利用 CS 重构算法重构 1 维距离像时，只是重构出稀疏的峰值点，而旁瓣得到抑制，我们利用距离像峰值积分衡量算法的抑制能力。峰值积分定义为

$$\varsigma = \int s(l)dl \quad (21)$$

其中 l 为距离向剖面曲线， $s(l)$ 为幅值曲线。积分结果 ς 越小，说明峰值宽度越小，旁瓣抑制能力越好。将单个散射点距离向剖面曲线做归一化处理，然后

计算峰值积分，其中传统算法峰值积分结果为 1.58，在 SMV 模型和 MMV 模型下的 CS 成像算法峰值积分分别为 1.33 和 1.09。对于从整体成像效果上看，基于 CS 两种模型下的成像算法均能达到精确成像标准，与传统算法相比所需数据量小，成像性能优。其中，MMV 模型下的 CS 算法旁瓣抑制效果更明显，所需耗时更短。

以上仿真实验已经充分说明了本文算法的优越性，下面我们利用实测数据验证算法的可行性。选取 5 个金属小球作为成像目标，发射信号采取均匀步进频率信号，实际处理时，随机抽取部分频点信号作为稀疏步进频率信号。金属球直径为 5 cm，分别置于边长为 42 cm 的正方形中心和顶点，雷达天线在一个长度为 2 m 的轨道上运行。设定发射信号带宽为 6 GHz，工作频率范围为 29~35 GHz，步进频率 Δf 为 3.75 MHz，一共需要 1601 个子脉冲即 $N = 1600$ 频点，方位向采样间隔 $\Delta c = 0.01$ m，雷达在轨道上运行 1.9 m，故方位向采样点数为 $N = 190$ ，极化方式为 HH 极化。目标位于轨道斜下方，轨道与目标区域垂直距离为 0.5 m，距目标区域中心 0.42 m，天线俯仰角 30° ，场景几何示意图如图 11。图 12 给出了传统算法和本文算法的成像结果，其中传统算法所用数据量为全采样数据，而本文算法距离向降采样率与方位向降采样率均为 2，整体数据降采样率为 4。从成像结果可以直观地看出，本文算法所用数据量仅为传统算法所需数据量的 1/4，但仍能得到与传统算法相比拟的结果。取成像结果的中心散射点，将幅度归一化处理，分别作方位向和距离向剖面图(见图 13)，对比传统算法与本文算法(取重数 $L = 30$)在两个方向上的聚焦性。从图 13 中可以看出，虽然本文算法所用数据量小与传统算法，但是方位向和距离向上的聚焦性均优于传统算法。实验验证了本文算法的可行性，展示了 MMV 重构模型在雷达稀疏成像方面的能力。

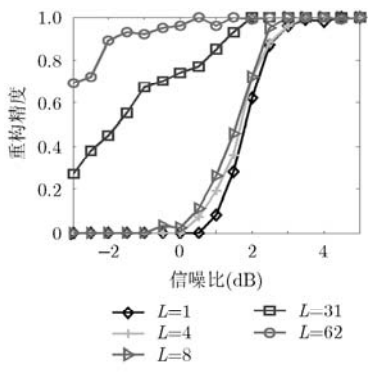


图 5 不同模型下信噪比与重构精度关系曲线

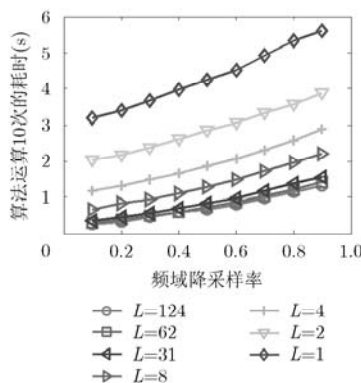


图 6 重数 L 对耗时的影响曲线

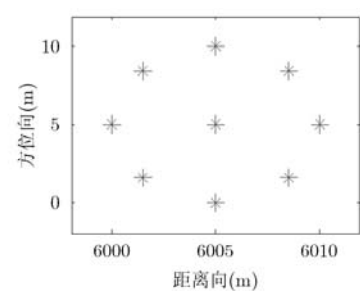


图 7 散射点模型

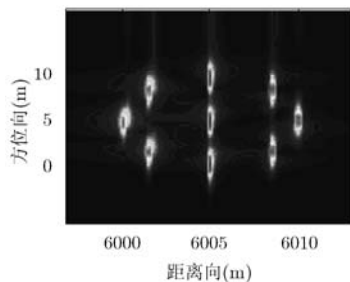


图 8 全采样数据成像结果(传统算法)

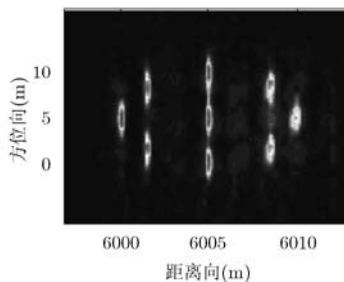


图 9 降采样数据成像结果(SMV)

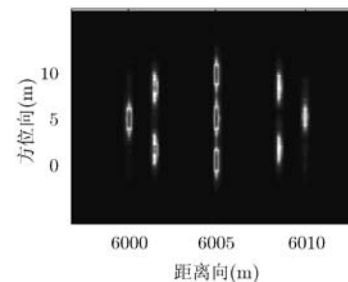


图 10 降采样数据成像结果(MMV)

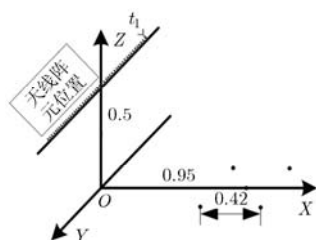
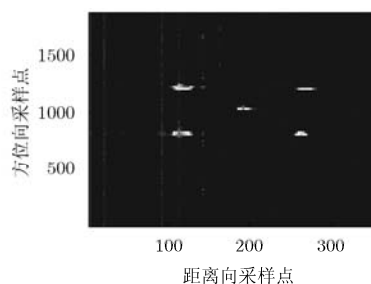
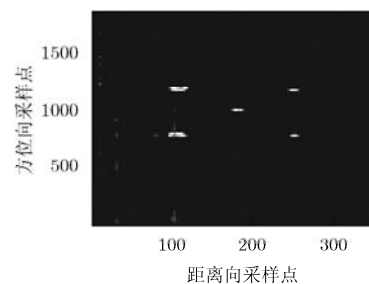


图 11 实验场景几何示意图

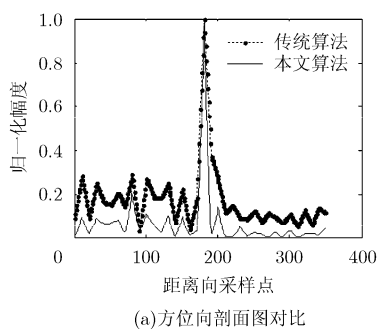


(a)传统算法全数据成像结果

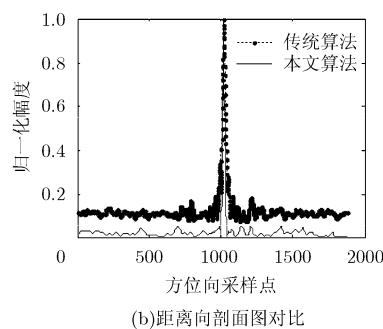


(b)本文算法1/4压缩数据成像结果

图 12 实测数据成像结果



(a)方位向剖面图对比



(b)距离向剖面图对比

图 13 实测数据成像结果剖面图对比

6 结束语

随着压缩感知理论的推广和应用,基于稀疏观测的雷达成像正受到越来越多的关注^[13,16,17],本文根据雷达观测特点,将CS理论的MMV模型和SMV模型分别用于距离向和方位向的重构,该方法在提高成像效率,抗噪能力方面表现出明显优势。下一步的研究工作包括:基于MMV模型下的平滑L0重构算法;多重测量矢量模型下距离徙动校正;MMV模型测量矢量维数自适应选择;基于MMV模型的方位向重构等。

致谢:感谢中国科学院电子学研究所对本文实测数据采集所提供的帮助!

参考文献

[1] Donoho D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.

[2] Candès E J. Compressive sampling[C]. Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Madrid, 2006: 1433-1452.

[3] Baraniuk R and Steeghs P. Compressive radar imaging[C]. IEEE Radar Conference, Boston, MA, USA, 2007: 128-133.

[4] 周剑雄, 石志广, 胡磊, 等. 基于频域稀疏非均匀采样的雷达目标一维高分辨成像[J]. *电子学报*, 2012, 40(5): 926-934. Zhou Jian-xiong, Shi Zhi-guang, Hu Lei, et al. Radar target one dimensional high resolution imaging based on sparse and non-uniform samplings in frequency domain[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(5): 926-934.

[5] 李晶, 张顺生, 常俊飞. 基于压缩感知的双基 SAR 二维高分辨成像算法[J]. *信号处理*, 2012, 28(5): 737-743. Li Jing, Zhang Shun-sheng, and Chang Jun-fei. Two-dimensional high resolution bistatic SAR imaging algorithm based on compressed sensing[J]. *Signal Processing*, 2012, 28(5): 737-743.

- [6] Xing S, Dai D, Li Y, *et al.* Polarimetric 3D reconstruction of manmade objects[C]. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Munich, Germany, 2012: 455-458.
- [7] 邓云凯, 赵凤军, 王宇. 星载 SAR 技术的发展趋势及应用浅析[J]. 雷达学报, 2012, 1(1): 1-10.
Deng Yun-kai, Zhao Feng-jun, and Wang Yu. Brief analysis on the development and application of spaceborne SAR[J]. *Journal of Radars*, 2012, 1(1): 1-10.
- [8] 李春升, 杨威, 王鹏波. 星载 SAR 成像处理算法综述[J]. 雷达学报, 2013, 2(1): 111-122.
Li Chun-sheng, Yang Wei, and Wang Peng-bo. A review of spaceborne SAR algorithm for image formation[J]. *Journal of Radars*, 2013, 2(1): 111-122.
- [9] Axelsson S R J. Analysis of random step frequency radar and comparison with experiments[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2007, 45(4): 890-904.
- [10] Xu J, Pi Y, and Cao Z. Bayesian compressive sensing in synthetic aperture radar imaging[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2012, 6(1): 2-8.
- [11] Gurbuz A C, McClellan J H, and Scott W R. A compressive sensing data acquisition and imaging method for stepped frequency GPRs[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(3): 2640-2650.
- [12] Chu He, Liu Long-zhu, Xu Lian-yu, *et al.* Learning based compressed sensing for SAR imaging super-resolution[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2012, 5(4): 1271-1281.
- [13] Potter L C, Ertin E, Parker J T, *et al.* Sparsity and compressed sensing in radar imaging[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2010, 98(6): 1006-1020.
- [14] 王法松, 张林让, 周宇. 压缩感知的多重测量向量模型与算法分析[J]. 信号处理, 2012, 28(6): 785-792.
Wang Fa-song, Zhang Lin-rang, and Zhou Yu. Multiple measurement vectors for compressed sensing: model and algorithms analysis[J]. *Signal Processing*, 2012, 28(6): 785-792.
- [15] Haupt J and Nowak R. A generalized restricted isometry property[R]. University of Wisconsin Madison Technical Report ECE-07-1, 2007.
- [16] 邱伟, 赵宏钟, 陈建军, 等. 基于平滑 l_0 范数的高分辨雷达一维成像研究[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(12): 2869-2874.
Qiu Wei, Zhao Hong-zhong, Chen Jian-jun, *et al.* High-resolution radar one-dimensional imaging based on smoothed l_0 norm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(12): 2869-2874.
- [17] Varshney K R, Cetin M, and Fisher J W. Sparse representation in structured dictionaries with application to synthetic aperture radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3548-3561.
- 陈一畅：男，1988 年生，博士生，研究方向为稀疏微波成像。
张群：男，1964 年生，教授，博士生导师，主要研究方向包括雷达信号处理、电子对抗等。
陈校平：男，1973 年生，副教授，研究方向为无线电通信。
罗迎：男，1984 年生，讲师，研究方向为雷达信号处理、雷达成像与目标识别。
顾福飞：男，1987 年生，博士生，研究方向为压缩感知理论与雷达成像。