

## 基于速率约束的 OFDM 中继链路能效最优资源分配策略

黄高勇 方旭明\* 陈煜

(西南交通大学信息编码与传输省重点实验室 成都 610031)

**摘要:** 该文研究解码转发(DF)模式的 OFDM 中继链路的能效最大化资源分配问题。与现有典型的固定速率最小化发射功率或无约束最大化能效算法不同, 该文考虑电路功率消耗的前提下, 将问题建模为以最大化系统能效为目标, 同时考虑用户最小速率需求、源节点 S 和中继节点 R 各自总发射功率约束下的联合子载波配对和最优功率分配问题。证明了速率和功率联合约束条件下中继链路全局能效最优解的唯一性, 在此基础上提出一种低复杂度联合最优资源分配策略。仿真结果表明, 该文所提方案能够在最小速率和 S/R 节点最大发射功率约束下自适应分配功率资源, 实现系统能效最优, 并能够降低链路的中断概率。

**关键词:** 无线通信; 能效; 资源分配; 中继传输; 正交频分复用

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)09-2104-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.01661

## Resource Allocation for Energy Efficiency Maximization Based on Rate Constrains in OFDM DF Relay Link

Huang Gao-yong Fang Xu-ming Chen Yu

(Provincial Key Laboratory of Information Coding and Transmission, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** This paper focuses on the resource allocation problem in OFDM-based Decode-and-Forward (DF) relay link to maximize Energy Efficiency (EE). Different from the exiting researches that minimizing the transmission power under constant data rate or maximizing the EE without constraints, for considering the circuit power consumption, the optimization problem is formulated as maximizing EE under the constraints of the minimum rate requirements and respective transmission powers of the Source node (S) and Relay node (R) while considering the subcarriers pairing problem, which is an optimally joint subcarriers pairing and power allocation problem. It is proved that the optimal energy-efficient solution under the constraints for the OFDM-based relay link is globally unique. Furthermore, a low complexity resource allocation scheme is proposed to solve the formulating joint optimization problem. The simulation results show that the proposed scheme can adaptively allocate power resources under the constraints of the minimum data rate and maximum transmission powers of S/R nodes, and achieve the optimal energy efficiency, which also reduces the outage probability of the transmission link.

**Key words:** Wireless communication; Energy Efficiency (EE); Resource allocation; Relay transmission; OFDM

### 1 引言

近年来, 无线多媒体业务的爆炸式增长使得无线通信系统设备本身的能耗迅速增加, 由此带来运营成本的急剧增加, 另外, 高能耗也有与目前大力提倡的“节能减排”、“绿色通信”的主旋律不相适应, 为此, 如何提高无线通信系统能效(Energy Efficiency, EE)已成为继以频谱效率最大化为优化目标之后又一新的研究热点<sup>[1,2]</sup>。

基于能效的无线资源分配方式可以提高系统的

能耗效率和达到节能目的, 已引起业内人士的广泛关注<sup>[3-10]</sup>。但是, 现有无线网络关联能效资源分配问题的研究主要关注于传统的单跳网络<sup>[3-5]</sup>, 中继网络场景下的关联能效资源分配策略研究较少。文献[6,7]分别研究了解码转发(Decode-and-Forward, DF)和放大转发(Amplify-and-Forward, AF)中继的能效问题。它们都是针对单载波中继系统, 而且也没有考虑电路功率消耗问题。文献[8,9]分别针对基于 AF 和 DF 模式的三节点 OFDM 中继系统, 在考虑电路功率消耗的情况下, 研究最大化系统能效问题。然而, 文献[8]针对双向中继传输(Two-Way Relay, TWR), 假定传输速率为常数, 研究能效最大化问题, 实质上属于速率为常数时发射功率最小化问题; 文献[9]针对单向中继传输(One-Way Relay,

2013-10-29 收到, 2014-02-04 改回

国家自然科学基金(61071108)和中央高校基本科研业务费专项资金  
青年教师百人计划(SWJTU2011BR065EM)资助课题

\*通信作者: 方旭明 xmfang@swjtu.edu.cn

OWR), 研究能效最优资源分配问题, 然而, 该文没有同时考虑速率和功率约束。文献[10]研究三节点 OFDM AF 中继链路的能效问题, 提出了源端和中继端发送功率各自受限, 给定用户速率约束下的能效最大化的功率分配方法, 将问题建模为非凸优化问题并通过两种近似方式转化为拟凸问题求解, 此外通过引入子载波配对方案进一步提升系统性能, 然而该文没有考虑电路功率消耗的影响。文献[11]针对基于 OFDMA DF 中继协作上行传输网络, 以最大化上行传输平均每用户能效为目标, 提出一种 RS 发射功率受限情况下的关联能效子载波分配和中继选择方案, 然而该文研究的是用户端能效问题。文献[12]在考虑电路功率消耗的情况下, 针对多用户多跳中继 OFDMA 下行传输蜂窝网, 以能效最大化为目标研究联合子载波和功率分配问题, 将问题建模为系统总发射功率约束下的拟凹优化问题, 并采用 Dinkelbach 法将原拟凹问题分解为一系列凹二次问题, 再利用对偶分解法求解, 然而该文没有考虑更为实际的基站和中继节点功率各自约束的条件, 也没有考虑用户的速率约束问题。

可见, 在现有能效资源分配问题的研究通常假定用户速率固定最小化系统发射功率, 或者不考虑速率和(或)功率约束最大化系统能效。本文针对 DF 模式的三节点 OFDM 中继传输链路, 考虑系统电路功率消耗情况下, 研究基于用户最小速率需求约束以及源节点 S 和中继节点 R 发射功率各自约束下的资源分配问题, 提出一种低复杂度联合子载波配对和功率分配的能效最优资源分配策略。研究结果表明, 与传统的无约束最优资源分配方案、速率最大化和功率最小化最优注水方案相比, 本文所提方案能够在速率和功率约束条件情况下自适应分配资源, 实现系统能效最优, 同时还可以保证链路传输可靠性。

## 2 系统模型与问题描述

### 2.1 系统模型

本文考虑含有一个源节点 S, 一个半双工 DF 中继节点 R 和一个目的节点 D 的 OFDM 中继传输场景<sup>[13]</sup>。假定 S 和 R 之间不存在直传链路, 系统带宽  $B$  划分为  $N$  个相互正交的子载波, 每个子载波带宽为  $\Delta B = B/N$ , 各个子载波上衰落近似为平坦衰落。信道为准静态信道, 每帧内各链路信道增益保持不变, 每帧分为时间周期相等的两个时隙, S 在第 1 子时隙中将数据发送给中继节点 R, R 对接收数据解码后在第 2 子时隙转发给 D。假定 S-R 链路的一个子载波数据只能被 R-D 链路上的一个子载波转

发, 即 S-R 链路的一个子载波只能对应 R-D 链路的一个子载波。采用连续自适应调制编码方式 (Adaptive Modulation and Coding, AMC)<sup>[14]</sup>, 第  $i$  跳链路的第  $n$  个子载波上的即时可达速率可以表示为

$$r_{i,n} = \frac{\Delta B}{2} \log_2(1 + p_{i,n} \gamma_{i,n}), \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

其中,  $\gamma_{i,n} = g_{i,n} / \Gamma N_0 \Delta B$  表示第  $i$  跳第  $n$  个子载波上的信道功率增益与噪声功率的比值,  $\Gamma \approx -\ln(5\text{BER}) / 1.5$  表示在给定目标误比特率 (Bit Error Rate, BER) 情况下对应的最小信噪比差值 (SNR gap),  $p_{i,n}$  和  $g_{i,n}$  分别表示第  $i$  跳链路子载波  $n$  上的发射功率和信道功率增益,  $N_0$  表示加性高斯白噪声 (Additive White Gaussian Noise, AWGN) 单边功率谱密度, 等号右边分母上的 2 表示传输分两阶段进行。

### 2.2 问题描述

与固定子载波配对(即第 1 时隙子载波发送信息只能在第 2 时隙相同子载波上转发)相比, 两跳中继链路资源分配不管是采用等功率分配还是最优功率分配, 排序子载波配对频谱效率最优<sup>[13]</sup>。排序子载波配对的基本思想是将第 1 跳和第 2 跳链路子载波按等效归一化信噪比从大到小排序并按顺序进行配对。假设  $n(l, m)$  表示第 1 跳链路的第  $l$  个子载波与第 2 跳链路的第  $m$  个子载波配对, 并命名为第  $n$  个虚拟子载波对(为简化起见, 后面直接称为第  $n$  个子载波)。假定配对子载波第 1 时隙子载波  $l$  上数据经 R 解码后只能通过第 2 时隙配对子载波  $m$  进行转发。由于子载波  $n$  上的可达速率受限于可达速率较小的链路, 因此, 子载波  $n$  上的实际可达速率为

$$r_n = \frac{1}{2} \min \{r_{1,n}, r_{2,n}\} \quad (2)$$

下面的命题 1 表明, 当系统能效最优时, 对于任意子载波  $n$ , 满足  $r_{1,n} = r_{2,n}$ 。

**命题 1** 对于本文所考虑的三节点中继传输模型, 当系统能效最大时, 任意子载波  $n$  上两跳链路的速率相等, 即  $r_{1,n} = r_{2,n}$ 。

**证明** 用反证法证明。假设系统能效最优时子载波  $n$  上两跳速率不相等, 即  $r_{1,n} \neq r_{2,n}$ 。由于子载波  $n$  上速率受限于速率较小的一跳链路, 则满足

$$\begin{aligned} r_n &= \min \{r_{1,n}, r_{2,n}\} \\ &= \frac{\Delta B}{2} \log_2(1 + \min(p_{1,n} \gamma_{1,n}, p_{2,n} \gamma_{2,n})) \end{aligned} \quad (3)$$

由能效函数的定义可知, 对于给定的子载波  $n$  上最优发射功率和  $p_{\text{opt},n}$ , 最大化能效等价于速率最大化<sup>[3]</sup>, 即

$$\left. \begin{aligned} & \text{P1: } \arg \max_{p_{1,n}, p_{2,n}} \min(p_{1,n} \gamma_{1,n}, p_{2,n} \gamma_{2,n}) \\ & \text{s.t. C1: } p_{1,n} + p_{2,n} = p_{\text{opt},n} \\ & \text{C2: } 0 \leq p_{i,n} \leq p_{\text{opt},n}, i = 1, 2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

为了不失一般性, 假设  $p_{1,n} \gamma_{1,n} \leq p_{2,n} \gamma_{2,n}$ , 则优化问题 P1 等价于

$$\left. \begin{aligned} & \text{P2: } \arg \max_{p_{1,n}} p_{1,n} \gamma_{1,n} \\ & \text{s.t. } 0 \leq p_{1,n} \leq p_{\text{opt},n} \gamma_{2,n} / (\gamma_{1,n} + \gamma_{2,n}) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

由于函数  $f_1(p_{1,n}) = p_{1,n} \gamma_{1,n}$  为关于  $p_{1,n}$  的线性单调递增函数, 显然, 当问题 P2 约束条件取等号时, 问题 P2 目标值最大, 即  $r_n$  最大, 此时  $r_{1,n} = r_{2,n}$ , 这与原假设矛盾, 由于  $n$  为任意子载波, 故系统能效最优时, 必满足  $r_{1,n} = r_{2,n}$ 。证毕

当  $r_{1,n} = r_{2,n}$  时, 子载波  $n$  上的端到端等效信道功率增益与噪声功率的比值可以表示为

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{equ},n} &= g_{\text{equ},n} / \Gamma N_0 \Delta B \\ &= \gamma_{1,n} \gamma_{2,n} / (\gamma_{1,n} + \gamma_{2,n}) \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $g_{\text{equ},n} = g_{1,n} g_{2,n} / (g_{1,n} + g_{2,n})$  为子载波  $n$  上的端到端等效信道功率增益。所有子载波上的速率和为

$$\begin{aligned} C(\mathbf{R}) &= \sum_{n=1}^N r_n \\ &= \frac{\Delta B}{2} \sum_{n=1}^N \log_2(1 + p_n \gamma_{\text{equ},n}) \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $p_n$  表示子载波  $n$  上的发射功率和。S 和 R 节点在子载波  $n$  上的各自发射功率分别为

$$p_{1,n} = p_n \left( \gamma_{2,n} / (\gamma_{1,n} + \gamma_{2,n}) \right) \quad (8)$$

$$p_{2,n} = p_n \left( \gamma_{1,n} / (\gamma_{1,n} + \gamma_{2,n}) \right), \forall n \in N \quad (9)$$

其中,  $N = \{1, 2, \dots, N\}$  为系统子载波集合,  $N$  为系统总子载波数。对于任意给定的速率分配向量  $\mathbf{R}$ , S 和 R 节点各自总发射功率可以表示为

$$P_T^S(\mathbf{R}) = \sum_{n=1}^N p_{1,n} \quad (10)$$

$$P_T^R(\mathbf{R}) = \sum_{n=1}^N p_{2,n} \quad (11)$$

电路功率消耗通常包括基带处理功率消耗和射频电路功率消耗。射频电路功率消耗通常假定与发送状态相互独立; 对于低复杂度基带处理系统, 基带处理电路功率消耗与射频电路功率消耗相比可以忽略<sup>[7]</sup>, 本文只考虑射频电路功率消耗, 包含源节点和中继节点的电路功率消耗总和, 且假定为常数。

采用能效作为性能评价指标, 能效通常定义为单位焦耳能量发送的比特数(bit/J)<sup>[3]</sup>, 表示为

$$EE = \frac{RT_s}{\Delta e} \quad (12)$$

其中,  $T_s$  为帧周期,  $\Delta e$  为一帧内总能量消耗, 包括系统电路功率能耗、S和R端总发射功率能耗, 可以表示为

$$\begin{aligned} \Delta e &= T_s P_C + \frac{T_s}{2} \sum_{n=1}^N (p_{1,n} + p_{2,n}) \\ &= T_s \left[ P_C + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N p_n \right] \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $P_C$  为电路功率消耗。式(12)可以重新表示为

$$U(\mathbf{R}) = \frac{C(\mathbf{R})}{P_C + (1/2)P_T(\mathbf{R})} \quad (14)$$

假定S和R节点各自总功率受约束, 能效最优资源分配问题描述为

$$\left. \begin{aligned} & \max_{\mathbf{R}} U(\mathbf{R}) = \max_{\mathbf{R}} \frac{C(\mathbf{R})}{P_C + (1/2)P_T(\mathbf{R})} \\ & \text{s.t. C1: } P_T^S(\mathbf{R}) \leq P_{\text{max}}^S \\ & \text{C2: } P_T^R(\mathbf{R}) \leq P_{\text{max}}^R \\ & \text{C3: } C(\mathbf{R}) \geq R_{\text{min}} \\ & \text{C4: } r_n \geq 0, \quad \forall n \in N \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

其中, 约束条件 C1 和 C2 分别表示源节点 S 和中继节点 R 的功率约束, 约束条件 C3 表示最小速率需求约束。由凸函数和凹函数的性质可知, 函数  $P_T^S(\mathbf{R})$  和  $P_T^R(\mathbf{R})$  为关于速率向量  $\mathbf{R}$  的凸函数,  $C(\mathbf{R})$  为关于速率向量  $\mathbf{R}$  的凹函数<sup>[15]</sup>, 因此, 式(15)的目标函数为严格拟凹函数<sup>[3]</sup>。

式(15)得到最优速率分配向量  $\mathbf{R}_{\text{opt}}$  和总发送功率分配向量  $\mathbf{P}_{\text{opt}}$  后, 由式(8)和式(9)即可得到 S 和 R 节点处在各个子载波上的最优发射功率。

### 3 功率各自约束能效最优资源分配策略

现有研究表明, 将子载波配对和功率分配联合优化问题分步进行, 可以降低算法复杂度, 并且性能仍然是最优的<sup>[16]</sup>。基于此, 本节将子载波配对、速率和功率分配联合优化问题分为两步执行。首先, 将第 1 跳和第 2 跳子载波分别按  $\gamma_{1,n}$  和  $\gamma_{2,n}$  从高到低进行排序, 并配对成虚拟子载波对; 其次, 在子载波排序配对基础上进行速率和功率联合优化分配。下面所提方案假定是在完成排序子载波配对基础上进行的最优速率和功率分配方案。

#### 3.1 算法描述

式(15)为不等式约束条件下的非凸优化问题, 直接求解复杂度高而难以实际应用。本文给出一种分步求解策略求最优解, 算法分为以下几步:

第 1 步 在不考虑式(15)约束条件 C1~C3 情况下, 采用文献[3]的二分查找辅助上升算法(BSAA)

获得目标函数  $U(\mathbf{R})$  的最优速率向量  $\mathbf{R}^*$  和功率分配向量  $\mathbf{P}^*$ ，由式(8)和式(9)计算得到的 S 和 R 端的最优发射功率向量  $\mathbf{P}_T^S(\mathbf{R}^*)$  和  $\mathbf{P}_T^R(\mathbf{R}^*)$ ，以及 S 和 R 各自总发射功率  $P_T^S(\mathbf{R}^*)$  和  $P_T^R(\mathbf{R}^*)$ 。

第2步 根据式(15)的约束条件 C1~C3 与无约束最优解的关系，分情况讨论求解。

**情况 1** 当  $P_T^S(\mathbf{R}^*) \leq P_{\max}^S$ ， $P_T^R(\mathbf{R}^*) \leq P_{\max}^R$ ， $C(\mathbf{R}^*) \geq R_{\min}$  时，满足式(15)约束条件 C1~C4，则式(15)的能效最优速率向量和功率分配向量为  $\mathbf{R}_{\text{opt}} = \mathbf{R}^*$ ， $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^S = \mathbf{P}_T^S(\mathbf{R}^*)$ ， $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^R = \mathbf{P}_T^R(\mathbf{R}^*)$ 。

**情况 2** 当  $P_T^S(\mathbf{R}^*) \leq P_{\max}^S$ ， $P_T^R(\mathbf{R}^*) \leq P_{\max}^R$ ， $C(\mathbf{R}^*) < R_{\min}$  时，说明速率不满足式(15)约束条件 C3。为了求得该情况下的最优解，首先给出下面的命题2：

**命题 2** 已知式(15)能效函数  $U(\mathbf{R})$  的无约束最优速率分配向量  $\mathbf{R}^*$ ，最优功率分配向量  $\mathbf{P}_T^S(\mathbf{R}^*)$  和  $\mathbf{P}_T^R(\mathbf{R}^*)$ 。当只考虑最小速率需求约束时，如果最小速率需求  $R_{\min} > C(\mathbf{R}^*)$ ，则系统存在全局唯一最优功率分配向量  $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^S$  和  $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^R$ ，使得系统能效最大，且当  $C(\mathbf{R}) = R_{\min}$  时取得该最优功率分配向量。

**证明** 由于  $R_{\min} > C(\mathbf{R}^*)$ ，表明无约束最优速率和不满足最小速率需求，需要在满足最小速率需求约束条件下求最大能效。由能效函数  $U(\mathbf{R})$  的定义可知，对于给定的最小速率需求  $R_{\min}$ ，求最大能效问题等价于最小速率需求约束下最小化发射功率问题。据此可以得到下面的等效优化模型：

$$\left. \begin{aligned} & \min_{\mathbf{P}_T^S, \mathbf{P}_T^R} \left( \sum_{n=1}^N p_{1,n} + \sum_{n=1}^N p_{2,n} \right) \\ & \text{s.t. C1: } \frac{\Delta B}{2} \sum_{n=1}^N \log_2 \left( 1 + \min \{ p_{1,n} \gamma_{1,n}, p_{2,n} \gamma_{2,n} \} \right) \\ & \quad \geq R_{\min} \\ & \text{C2: } p_{1,n}, p_{2,n} \geq 0, \quad \forall n \in N \end{aligned} \right\} (16)$$

由于受式(8)和式(9)约束，上述优化问题等价于如下优化问题：

$$\left. \begin{aligned} & \min_{P_T} \sum_{n=1}^N p_n \\ & \text{s.t. C1: } \frac{\Delta B}{2} \sum_{n=1}^N \log_2 \left( 1 + p_n \gamma_{\text{equ},n} \right) \geq R_{\min} \\ & \text{C2: } p_n \geq 0, \quad \forall n \in N \end{aligned} \right\} (17)$$

由于目标函数  $f = \sum_{n=1}^N p_n$  为线性函数的非负线性组合，因此，目标函数  $f$  为严格单调递增的可微凸函数。不等式约束函数  $\sum_{n=1}^N \log_2(1 + p_n \gamma_{\text{equ},n})$  为严格单调递增的可微凹函数，其上等值集为凸集，

因此，可行集  $\text{dom } f$  为凸集，式(17)为定义在凸集上的凸规划问题。由凸规划的性质可知，式(17)存在全局唯一最优解  $U_{\text{opt}}$  [15]。由于目标函数  $f$  是关于变量  $p_n$  的严格单调递增函数，因此，当约束条件 C1 取等号时获得最优解 [17]，相应地，由式(8)和式(9)可得唯一最优功率分配向量  $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^S$  和  $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^R$ 。对式(17)构造拉格朗日函数

$$L_1(\mathbf{P}, \lambda) = \sum_{n=1}^N p_n + \lambda \left( R_{\min} - \frac{\Delta B}{2} \sum_{n=1}^N \log_2(1 + p_n \gamma_{\text{equ},n}) \right), \lambda \geq 0 \quad (18)$$

利用卡罗需-库恩-塔克(Karush-Kuhn-Tucker, KKT)条件，令  $\partial L_1(\mathbf{P}, \lambda) / \partial p_n = 0, n \in N$ ，结合式(17)约束 C1 取等号的条件，很容易求得注水等级

$$K = 2 \left( \frac{2}{\Delta B} R_{\min} - \sum_{n=1}^N \log_2(\gamma_{\text{equ},n}) \right) / N \quad (19)$$

结合约束条件  $p_n \geq 0$ ，可得全局唯一最优功率分配向量  $\mathbf{P}_{\text{opt}}$ ，各个子载波  $n$  上的最优功率值为

$$p_n^{\text{opt}} = \left( K - \frac{1}{\gamma_{\text{equ},n}} \right)^+, \quad \forall n \in N \quad (20)$$

其中， $(x)^+ = \max\{0, x\}$ 。可见，对于任意给定的最小速率需求  $R_{\min} > C(\mathbf{R}^*)$ ，当速率和  $C(\mathbf{R}) = R_{\min}$  时，取得全局唯一最优功率分配向量  $\mathbf{P}_{\text{opt}}$ ，使得系统能效值最大，相应地，可得唯一最优功率分配向量  $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^S$  和  $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^R$ 。证毕

当  $P_T^S(\mathbf{R}^*) \leq P_{\max}^S$ ， $P_T^R(\mathbf{R}^*) \leq P_{\max}^R$ ， $C(\mathbf{R}^*) < R_{\min}$  时，说明速率不满足最小速率需求约束，需要进一步提高发送功率，以满足最小速率需求。由命题2可知，不考虑功率约束情况下，当  $C(\mathbf{R}) = R_{\min}$  时取得系统最大能效值，且最优功率分配向量唯一。利用命题2中的速率约束下的发射功率最小化注水算法可以求得最优功率分配向量。当最优总发射功率  $P_{T,\text{opt}}^S > P_{\max}^S$  或  $P_{T,\text{opt}}^R > P_{\max}^R$ ，说明在给定最小速率需求  $R_{\min}$  约束下无法满足功率约束，链路中断。

**情况 3** 当  $P_T^S(\mathbf{R}^*) > P_{\max}^S$ ， $P_T^R(\mathbf{R}^*) \leq P_{\max}^R$ ， $C(\mathbf{R}^*) > R_{\min}$  时，说明目标函数  $U(\mathbf{R})$  的无约束最优发射功率不满足式(15)约束条件 C1。为了求得该情况下的最优解，首先给出下面的命题3：

**命题 3** 已知式(15)能效函数  $U(\mathbf{R})$  的无约束最优速率分配向量  $\mathbf{R}^*$ ，最优功率分配向量  $\mathbf{P}_T^S(\mathbf{R}^*)$  和  $\mathbf{P}_T^R(\mathbf{R}^*)$ 。当只考虑 S 和 R 端最大发送功率约束时，如果对于任意给定的最大功率约束满足  $P_T^S(\mathbf{R}^*) > P_{\max}^S$ ， $P_T^R(\mathbf{R}^*) \leq P_{\max}^R$ ，则系统存在全局唯一最优功率分配向量  $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^S$  和  $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^R$ ，使得系统能效最大，且当  $P_T^S(\mathbf{R}^*) = P_{\max}^S$  时取得能效最大值。

**证明** 由于  $P_T^S(\mathbf{R}^*) > P_{\max}^S$ , 表明S端无约束最优功率和不满足最大发射功率约束, 需要在满足S端最大发射功率约束下求最大能效。此时, 式(15)可以转化为功率约束下最大化链路可达速率的等效优化模型:

$$\left. \begin{aligned} & \max_{P_T^S, P_T^R} \frac{\Delta B}{2} \sum_{n=1}^N \log_2(1 + \min\{p_{1,n}\gamma_{1,n}, p_{2,n}\gamma_{2,n}\}) \\ & \text{s.t. C1: } P_T^S(\mathbf{R}) \leq P_{\max}^S \\ & \quad \text{C2: } P_T^R(\mathbf{R}) \leq P_{\max}^R \\ & \quad \text{C3: } p_{1,n}, p_{2,n} \geq 0, \quad \forall n \in N \end{aligned} \right\} (21)$$

由于受式(8)和式(9)约束, 以及条件  $P_T^S(\mathbf{R}^*) > P_{\max}^S$ ,  $P_T^R(\mathbf{R}^*) \leq P_{\max}^R$  的限制, 式(21)可以等效转化为

$$\left. \begin{aligned} & \max_{P_T} \frac{\Delta B}{2} \sum_{n=1}^N \log_2(1 + p_n \gamma_{\text{equ},n}) \\ & \text{s.t. C1: } P_T^S(\mathbf{R}) \leq P_{\max}^S \\ & \quad \text{C2: } p_n \geq 0, \quad \forall n \in N \end{aligned} \right\} (22)$$

由于式(22)的目标函数和不等式约束函数  $P_T^S(\mathbf{R})$  均为关于发送功率变量向量  $\mathbf{P}_T = [r_1 \ r_2 \ \dots \ r_N]$  的严格单调递增的可微凹函数, 因此, 式(22)属于凸集上的凸规划问题, 且存在全局唯一最优解  $U_{\text{opt}}^{[15]}$ 。由于  $\log_2(1+x)$  是关于变量  $x$  的严格单调递增函数, 当优化问题获得最优解时, 式(22)约束条件 C1 取等号<sup>[17]</sup>, 相应地, 可得唯一最优功率分配向量  $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^S$  和  $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^R$ 。

对式(22)构造拉格朗日函数, 利用KKT条件, 可以得到注水等级以及各个子载波对上的最优功率分配结果为

$$K = \left( P_{\max}^S + \sum_{n=1}^N \frac{1}{\gamma_{1,n}} \right) / \sum_{n=1}^N \frac{\gamma_{2,n}}{\gamma_{1,n} + \gamma_{2,n}} \quad (23)$$

$$p_n^{\text{opt}} = \left( K - \frac{1}{\gamma_{\text{equ},n}} \right)^+, \quad \forall n \in N \quad (24)$$

由此可得全局唯一最优速率分配向量  $\mathbf{R}_{\text{opt}}$ , 以及S和R端最优功率分配向量  $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^S$  和  $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^R$ 。证毕

由命题3中的注水算法可以求得S和R端最优功率分配向量, 以及最优速率分配向量。当注水法求得的最优速率和  $C(\mathbf{R}_{\text{opt}}) > R_{\min}$ , 说明在给定最大功率约束下无法满足最小速率需求, 链路中断。

**情况4** 当  $P_T^S(\mathbf{R}^*) \leq P_{\max}^S$ ,  $P_T^R(\mathbf{R}^*) > P_{\max}^R$ ,  $C(\mathbf{R}^*) > R_{\min}$  时, 说明目标函数  $U(\mathbf{R})$  的无约束最优发射功率不满足式(15)约束条件C2。与情况3类似, 可以将式(15)转化为如下等效优化模型:

$$\left. \begin{aligned} & \max_{P_T} \frac{\Delta B}{2} \sum_{n=1}^N \log_2(1 + p_n \gamma_{\text{equ},n}) \\ & \text{s.t. C1: } P_T^R(\mathbf{R}) \leq P_{\max}^R \\ & \quad \text{C2: } p_n \geq 0, \quad \forall n \in N \end{aligned} \right\} (25)$$

利用KKT条件, 可以得到注水等级以及各个子载波对上的最优功率分配结果为

$$K = \left( P_{\max}^R + \sum_{n=1}^N \frac{1}{\gamma_{2,n}} \right) / \sum_{n=1}^N \frac{\gamma_{1,n}}{\gamma_{1,n} + \gamma_{2,n}} \quad (26)$$

$$p_n^{\text{opt}} = \left( K - \frac{1}{\gamma_{\text{equ},n}} \right)^+, \quad \forall n \in N \quad (27)$$

由此可得全局唯一最优速率分配向量  $\mathbf{R}_{\text{opt}}$ , 以及S和R端功率分配向量  $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^S$  和  $\mathbf{P}_{T,\text{opt}}^R$ 。

当注水法求得的最优速率和  $C(\mathbf{R}_{\text{opt}}) > R_{\min}$ , 说明在给定最大功率约束下无法满足最小速率需求, 链路中断。

**情况5** 当  $P_T^S(\mathbf{R}^*) > P_{\max}^S$ ,  $P_T^R(\mathbf{R}^*) > P_{\max}^R$ ,  $C(\mathbf{R}^*) > R_{\min}$  时, 说明式(15)的目标函数  $U(\mathbf{R})$  的无约束最优功率分配向量不满足S和R端最大发射功率约束。式(15)可以等效转化为如式(21)所示的S和R端发送功率约束下最大化可达速率问题。由于受式(8)和式(9)约束, 可以将该优化问题分解为情况3和情况4两种情况求解。假设由情况3和情况4的方法求得的最优速率分配向量分别为  $\mathbf{R}_{\text{opt}}^1$  和  $\mathbf{R}_{\text{opt}}^2$ 。则存在如下几种情况:

(1) 当满足条件  $C(\mathbf{R}_{\text{opt}}^1) \geq R_{\min}$ ,  $P_T^R(\mathbf{R}_{\text{opt}}^1) \leq P_{\max}^R$ ,  $C(\mathbf{R}_{\text{opt}}^2) \geq R_{\min}$ ,  $P_T^S(\mathbf{R}_{\text{opt}}^2) \leq P_{\max}^S$  时, 如果  $U(\mathbf{R}_{\text{opt}}^1) \geq U(\mathbf{R}_{\text{opt}}^2)$ , 最优速率和功率分配向量分别为  $\mathbf{R}_{\text{opt}}^1$ ,  $\mathbf{P}_T^S(\mathbf{R}_{\text{opt}}^1)$  和  $\mathbf{P}_T^R(\mathbf{R}_{\text{opt}}^1)$ , 否则为  $\mathbf{R}_{\text{opt}}^2$ ,  $\mathbf{P}_T^S(\mathbf{R}_{\text{opt}}^2)$  和  $\mathbf{P}_T^R(\mathbf{R}_{\text{opt}}^2)$ 。

(2) 当满足条件  $C(\mathbf{R}_{\text{opt}}^1) \geq R_{\min}$ ,  $P_T^R(\mathbf{R}_{\text{opt}}^1) \leq P_{\max}^R$ ,  $C(\mathbf{R}_{\text{opt}}^2) < R_{\min}$  or  $P_T^S(\mathbf{R}_{\text{opt}}^2) > P_{\max}^S$  时, 最优速率和功率分配向量分别为  $\mathbf{R}_{\text{opt}}^1$ ,  $\mathbf{P}_T^S(\mathbf{R}_{\text{opt}}^1)$  和  $\mathbf{P}_T^R(\mathbf{R}_{\text{opt}}^1)$ 。

(3) 当满足条件  $C(\mathbf{R}_{\text{opt}}^2) \geq R_{\min}$ ,  $P_T^S(\mathbf{R}_{\text{opt}}^2) \leq P_{\max}^S$ ,  $C(\mathbf{R}_{\text{opt}}^1) < R_{\min}$  or  $P_T^R(\mathbf{R}_{\text{opt}}^1) > P_{\max}^R$  时, 最优速率和功率分配向量分别为  $\mathbf{R}_{\text{opt}}^2$ ,  $\mathbf{P}_T^S(\mathbf{R}_{\text{opt}}^2)$  和  $\mathbf{P}_T^R(\mathbf{R}_{\text{opt}}^2)$ 。

(4) 除以上3种情况外, 其他情况都不满足速率和功率约束条件, 链路中断。

**情况6** 当  $P_T^S(\mathbf{R}^*) > P_{\max}^S$ ,  $P_T^R(\mathbf{R}^*) > P_{\max}^R$ ,  $C(\mathbf{R}^*) \leq R_{\min}$  时, 说明系统在给定最大功率约束下, 不满足最小速率需求约束, 链路中断。

### 3.2 算法复杂度分析

本算法复杂度包括子载波排序配对时分别对第1跳和第2跳子载波进行一次排序的计算复杂度

$O(2N \log_2 N)$ ，以及求解最优功率和速率分配时的复杂度。算法满足情况 1 或情况 6 条件时，最优功率和速率分配算法计算复杂度为求能效函数  $U(\mathbf{R})$  无约束最优解的复杂度，包括速率更新迭代算法(Binary Search Assisted Ascent, BSAA)的复杂度以及每次更新速率向量时求最优速率迭代步长的迭代算法(Gradient Assisted Binary Search GABS)的复杂度<sup>[3]</sup>。当算法满足情况 2、情况 3 或情况 4 条件时，最优功率和速率分配算法除求解无约束最优解的计算复杂度，还包括一次注水算法复杂度。本文所提方案采用的注水算法的计算复杂度包括一次子载波状态值的排序计算复杂度  $O(N \log_2 N)$  和剔除子载波及计算子载波上功率的操作计算复杂度  $O(N)$ ；当满足情况 5 条件时，求解最优功率和速率分配算法复杂度包括求无约束最优解的计算复杂度和两次注水算法计算复杂度。

## 4 仿真结果

### 4.1 仿真参数设置

假设中继R位于源S和目的节点D之间的连线上，R可以在S和D之间移动。设  $d_{sr} = \beta d_{sd}$  ( $0 < \beta < 1$ )，通过改变参数  $\beta$  表示R在S-D连线上的位置。为了对中继链路性能进行对比分析，以S-D直传链路间距离设定为1000 m时仿真结果作为基准参考，采用Monte Carlo仿真方法，仿真结果为100次独立仿真取均值，假定中断链路仿真结果不计入系统性能参数平均值统计。假定不考虑阴影衰落，S-R链路和S/R-D链路各个子载波上的小尺度衰落服从瑞利分布。S-R链路、S/R-D链路路径损耗根据式(28)计算<sup>[8]</sup>：

$$PL = 30 + 10 \lg \left( (d(m)/2)^\alpha \right) \quad (28)$$

其中， $\alpha$  为路径损耗指数。部分仿真参数参考文献[18]，如表 1 所示。

表 1 仿真参数

系统带宽(MHz)	0.96
子载波带宽(kHz)	15
子载波数	64
目标误比特率(BER)	$10^{-6}$
帧周期 $T_f$ (ms)	1
噪声谱密度(dBm/Hz)	-174

### 4.2 仿真结果与分析

本节对所提能效最优联合子载波配对和功率资源分配方案进行仿真分析，采用的对比方案为：(1) 无约束最优资源分配方案。采用BSAA迭代算法求无约束最优解<sup>[3]</sup>；(2) 功率约束速率最大化注水方案。

考虑S和R节点各自最大功率约束；(3) 速率约束功率最小化注水方案。考虑用户最小速率需求约束。假定对比方案都采用子载波排序配对策略，S和R节点最大发射功率相等。图1~图3为  $R_{\min} = 2$  Mbps， $P_C = 200$  mW， $P_{\max}^S = P_{\max}^R = 500$  mW 时所提方案与对比方案的性能比较。

图1为对比方案的可达速率性能比较。由图1可见：(1) 当  $\beta \in [0.25, 0.75]$  时，本文所提方案可达速率和等于无约束最优方案可达速率和，且可达速率大于最小速率  $R_{\min}$ ，这是因为该区间无约束最优速率和功率都满足约束条件，本文方案的最优速率和等于无约束最优方案速率和；(2) 当  $\beta < 0.25$  或  $\beta > 0.75$  时，本文所提方案最优速率等于  $R_{\min}$ ，而无约束最优方案由于链路信道条件较差，使得无约束最优速率值不满足最小速率约束而导致链路中断；(3) 速率约束功率最小化注水方案始终按照最小速率约束求功率注水解，因此速率始终等于  $R_{\min}$ ；速率最大化注水方案可达速率取决于S和R端最大发射功率约束，在本文设定的最大功率约束  $P_{\max}^S = P_{\max}^R = 500$  情况下，可达速率大于其他方案。

图 2 为对比方案的能效性能比较。由图 2 可见：(1) 当  $\beta \in [0.3, 0.7]$  时，由于无约束最优解满足速率和功率约束，本文方案最优能效值等于无约束最优能效值；(2) 当  $\beta < 0.25$  或  $\beta > 0.75$  时，由图 1 分析可知，无约束最优速率和不满足最小速率约束，转而采用  $R_{\min}$  约束功率最小化方案求解，因而能效值与功率最小化方案一致；(3) 当  $\beta = 0.25$  或  $\beta = 0.75$  时，无约束最优方案能效高于本文方案，这是由于无约束最优算法只统计无约束最优速率和不小于最小速率需求  $R_{\min}$  的性能指标，而本文方案对于无约束最优速率和不满足最小速率需求的链路采用功率最小化注水算法求解，因而平均能效相对于只统计无约束最优能效的无约束最优方案相比要低；(4) 功率约束下速率最大化注水算法能效最低，这是因为该方案仅仅从频谱效率最大化角度进行求解，并没有考虑电路功率消耗对系统能效的影响。

图 3 为根据蒙特卡罗仿真方法统计得出的几种对比方案的中断概率性能。由图 3 可见：(1)  $\beta = 0.25$  或  $\beta = 0.75$  时，无约束最优方案中断概率达到 0.7 左右，而本文方案在  $\beta \in [0.1, 0.9]$  时中断概率为零，这表明无约束最优方案很大一部分链路的无约束最优可达速率小于  $R_{\min}$ ，而本文方案在保证能效最优的同时能够降低链路中断概率，保证链路传输的可靠性；(2) 速率最大化注水方案和功率最小化注水方案所求最优解都能满足本文给定的功率和速率约束条件，因此， $\beta \in [0.1, 0.9]$  时中断概率也始终为零。

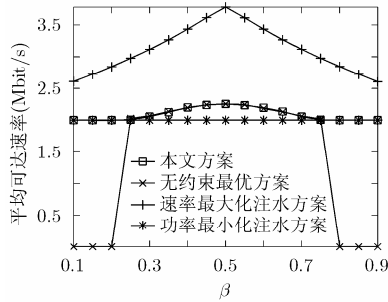


图 1 可达速率性能比较

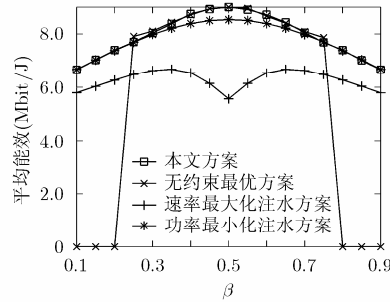


图 2 能效性能比较

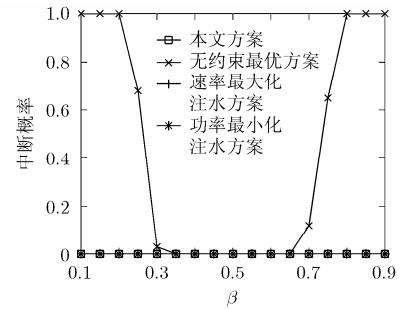


图 3 中断概率性能比较

## 5 结束语

本文在考虑系统电路功率消耗、链路最小速率需求、源 S 和中继 R 各自总发射功率约束情况下，针对 DF 模式三节点 OFDM 中继传输链路，提出一种联合子载波配对和功率分配的能效最优资源分配方案。采用分步求解策略，先对两跳链路子载波排序配对，再进行速率和功率分配。根据无约束最优解与速率和功率约束条件的关系进行分步讨论求解，并对约束条件下最优解的唯一性进行了证明。研究表明，本文所提方案能够在保证速率和功率约束前提下以较低复杂度自适应分配资源，达到最优能效性能；与无约束能效最优方案相比，本文所提方案能够在达到能效最优的同时，保证链路的最小速率需求，降低链路中断概率。

## 参考文献

- [1] Li G Y, Xu Zhi-kun, Xiong Cong, *et al.* Energy-efficient wireless communications: tutorial, survey, and open issues[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2011, 18(6): 28–35.
- [2] Feng Da-quan, Jiang Chen-zi, and Lim Gu-bong. A survey of energy-efficient wireless communications[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2013, 15(1): 167–178.
- [3] Miao Guo-wang, Himayat N, and Li G Y. Energy-efficient link adaptation in frequency-selective channels[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2010, 58(2): 545–554.
- [4] Miao Guo-wang, Himayat N, Li G Y, *et al.* Low-complexity energy-efficient scheduling for uplink OFDMA[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2012, 60(1): 112–120.
- [5] 胡莹, 黄永明, 俞菲, 等. 基于能效优化的用户调度与资源分配算法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(8): 1950–1955.  
Hu Ying, Huang Yong-ming, Yu Fei, *et al.* Energy-efficient optimization based user schedule and resource allocation algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(8): 1950–1955.
- [6] Parzysz F, Mai Vu, and Gagnon F. Energy minimization for the half-duplex relay channel with decode-forward relaying[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(6): 2232–2247.
- [7] Sun Can and Yang Chen-yang. Energy efficiency analysis of one-way and two-way relay systems[J]. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2012, 2012: 1–18.
- [8] Sun Can, Cen Yuan-jing, and Yang Chen-yang. Energy efficient OFDM relay systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(5): 1797–1809.
- [9] 陈煜, 方旭明, 赵越. 基于能效的解码转发中继 OFDM 链路自适应功率分配方案研究[J]. *电子与信息学报*, 2013, 35(2): 285–290.  
Chen Yu, Fang Xu-ming, and Zhao Yue. Energy efficient adaptive power allocation in OFDM-based decode-and-forward relay link[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(2): 285–290.
- [10] Yu Huan, Qin Hao-hao, Li Yun-zhou, *et al.* Energy-efficient power allocation for non-regenerative OFDM relay links[J]. *SCIENCE CHINA Information Sciences*, 2013, 56(2): 1–8.
- [11] Ho Chieh-yuan and Huang Ching-yao. Energy efficient subcarrier power allocation power allocation and relay selection scheme for OFDMA based cooperative relay networks[C]. *IEEE International Conference on Communications*, Kyoto, Japan, June. 5–9, 2011: 1–6.
- [12] Kent Tsz Kan Cheung, Yang Shao-shi, and Lajos Hanzo. Achieving Maximum energy-efficiency in multi-relay OFDMA cellular networks: a fractional programming approach[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(7): 2746–2757.
- [13] Li Yong, Wang Wen-bo, Kong Jia, *et al.* Subcarrier pairing for amplify-and-forward and decode-and-forward OFDM relay links[J]. *IEEE Communications Letters*, 2009, 13(4): 209–211.
- [14] Wang Li-ping, Ji Yu-sheng, and Liu Fu-qiang. A semi-distributed resource allocation scheme for OFDMA relay-enhanced downlink systems[C]. *IEEE GLOBECOM Workshops*, New Orleans, LO, USA, Nov. 30–Dec. 4, 2008: 1–6.
- [15] Boyd S and Vandenberghe L. *Convex Optimization*[M]. New York: Cambridge University Press, 2003: 136–144.
- [16] Wang Wen-yi, Yan She-feng, and Yang Shu-yuan. Optimally joint subcarrier matching and power allocation in OFDM multihop system[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2008, 2008: 1–8.
- [17] Louise M C Hoo. Multiuser transmit optimization for multicarrier modulation systems[D]. [Ph.D. dissertation], Stanford University, 2000: 21–25.
- [18] IEEE 802.16 Working Group. IEEE 802.16m-08/004r5-2008. IEEE 802.16m Evaluation Methodology Document (EMD)[S]. 2009.

黄高勇: 男, 1980 年生, 讲师, 博士生, 研究方向为无线多跳中继网络资源管理。  
方旭明: 男, 1962 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为无线网络资源管理。  
陈煜: 女, 1986 年生, 博士生, 研究方向为无线多跳中继网络的资源管理。