

## 基于线性混合模型的高光谱图像谱间压缩感知重构

王忠良<sup>①②</sup> 冯燕<sup>\*①</sup> 贾应彪<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(西北工业大学电子信息学院 西安 710129)

<sup>②</sup>(铜陵学院电气工程系 铜陵 241000)

**摘要:** 该文针对高光谱数据的线性混合模型, 提出一种简单有效的谱间压缩感知下高光谱数据的重构方案。该方案不同于传统的压缩感知重构方法直接重构高光谱数据, 而是将高光谱数据分离成端元和丰度分别进行重构, 然后利用重构的端元和丰度信息合成高光谱数据。实验结果表明, 该方案的重构质量明显优于标准压缩感知重构方法, 并且运算速度具有极大提升, 同时便于获得端元和丰度信息。

**关键词:** 高光谱图像; 压缩感知; 感知矩阵; 线性混合模型

中图分类号: TP751.2

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)11-2737-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.01511

## Reconstruction of Hyperspectral Images with Spectral Compressive Sensing Based on Linear Mixing Models

Wang Zhong-liang<sup>①②</sup> Feng Yan<sup>①</sup> Jia Ying-biao<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

<sup>②</sup>(Department of Electric Engineering, Tongling University, Tongling 241000, China)

**Abstract:** A simple and effective reconstruction scheme of hyperspectral data with spectral Compressive Sensing (CS) is proposed based on the widely used linear mixing model. The scheme is different from the traditional reconstruction methods of compressive sensing, which reconstruct hyperspectral data directly. The proposed scheme separates hyperspectral data into endmembers and abundances to reconstruct respectively, then generates hyperspectral data by reconstructed endmembers and abundances. Experimental results show that the reconstruction quality of the proposed scheme is better than the standard compressive sensing, furthermore the computing speed greatly ascends. Simultaneously, as a byproduct, endmembers and abundances can be obtained directly.

**Key words:** Hyperspectral images; Compressive Sensing (CS); Sensing matrix; Linear mixing models

### 1 引言

随着成像光谱技术的不断发展, 高光谱遥感由于具有极强的地物分类和识别能力, 已经成为遥感领域一个快速发展的重要分支。高光谱遥感技术可以同时提供空间域信息和光谱域信息, 与单波段图像和彩色图像相比, 高光谱图像提供了关于地物更细致的光谱信息。与传统遥感相比, 随着光谱分辨率的不断提高, 高光谱遥感所获取的数据量呈指数级增加, 给数据的计算、存储和传输都带来了巨大的压力。因此, 有效地进行数据压缩是目前高光谱技术中迫切需要解决的难题。

压缩感知(Compressive Sensing, CS)理论<sup>[1,2]</sup>提供了一种全新的信号采集框架, 突破了传统的香农采样定理, 将压缩和采样过程巧妙地结合起来, 实现采样率低于传统奈奎斯特率下的数据采集。该信号采集方式具有编码简单、解码较复杂、能够实现较为高效的压缩、抗误码性能好等特点, 这些特点非常适合机载或星载的高光谱遥感成像技术。

压缩感知数据的信号重构需要从较少的观测数据中精确恢复出原数据, 因此重构时需要解决欠定方程的求解问题, 可通过求解优化问题来实现。通过对CS理论的研究, 产生了一系列重构算法, 如BP(Basis Pursuit)<sup>[1]</sup>,  $l_1$ -magic<sup>[3]</sup>, C-SALSA(Constrained Split Augmented Lagrangian Shrinkage Algorithm)<sup>[4]</sup>, FISTA(Fast Iterative Shrinkage-Threshold Algorithm)<sup>[5]</sup>等。对于高光谱数据, 文献[6]在分析高光谱图像压缩采样数据特性

2013-09-30收到, 2014-08-11改回

国家自然科学基金(61071171)和安徽省高等学校省级自然科学基金项目(KJ2013B298)资助课题

\*通信作者: 冯燕 sycfy@nwpu.edu.cn

的基础上,提出了一种基于谱间预测和联合优化的压缩感知图像重构算法;文献[7]针对3维数据的特点,提出了3维CS和重构算法。文献[8]根据高光谱数据的稀疏性、空间相关性和谱间相关性,提出了一种基于复合正则化的高光谱图像压缩感知投影与重构方法。文献[9]根据高光谱图像具有较强的谱间相关性,提出了一种基于谱间线性滤波的高光谱图像压缩感知方法。所有这些算法都是直接重构原始数据,数据量大,处理速度慢。高光谱数据的线性混合模型(LMM)是对真实世界中的光谱混合模型的简化,作为一种常规而有效的光谱混合模型,被广泛应用于高光谱的混合像元分解<sup>[10]</sup>。该模型假设混合像元中不同端元间的多重散射可以忽略不记,任一像元矢量可表示成端元以及与该端元相应的丰度的线性组合,也就是说高光谱数据可以看做端元矩阵和丰度矩阵的乘积。

本文根据推扫式(pushbroom)和扫描式(whiskbroom)成像光谱仪的特点,在信号采集端采用谱间压缩采样,采样方式简单,易于机载或星载的高光谱压缩采样成像。在解码端根据高光谱数据的线性混合模型特点,将高光谱数据分离成端元和丰度分别进行重构,然后利用重构的端元和丰度信息合成高光谱数据。首先,该方案可以获得端元和丰度信息,省去了后续的解混运算,为CS理论在高光谱成像及后续分析处理中的应用提供了可实现方案。其次,所提方案不仅可以极大地提高图像的重构质量,而且由于重构的端元和丰度数据远小于原始高光谱数据,运算速度有了数量级的提升。

## 2 线性混合模型下的压缩感知重构方案

### 2.1 线性混合模型

根据线性混合模型,高光谱图像中任一像素点的矢量 $\mathbf{x}$ 可以描述为

$$\mathbf{x} = \mathbf{E}\mathbf{s} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}$ 是 $L \times 1$ 维的光谱矢量, $\mathbf{E}$ 是 $L \times p$ 维的矩阵,其每一列代表一个端元矢量 $\mathbf{e}_i(i=1,2,\dots,p)$ , $\mathbf{s}$ 是 $p \times 1$ 维的混合系数(丰度)矢量。维数 $L$ 和 $p$ 分别代表高光谱图像中波段数和端元数。对于图像数据的 $N$ 个像素点,式(1)可写成矩阵形式:

$$\mathbf{X} = \mathbf{E}\mathbf{S} \quad (2)$$

其中: $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \dots \mathbf{x}_N]$ 为高光谱数据矩阵, $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2 \dots \mathbf{s}_N]$ 为丰度矩阵。

在实际环境下,根据丰度的物理意义,线性混合模型将受到两个约束条件的限制。混合像元中各端元对应的丰度 $s_i(i=1,2,\dots,p)$ 应满足丰度总和为1约束ASC(Abundance Sum-to-one Constraint)和丰

度非负约束 ANC(Abundance Nonnegative Constraint)。

$$\sum_{i=1}^p s_i = 1, \quad s_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (3)$$

### 2.2 高光谱压缩感知

压缩感知<sup>[1,2]</sup>是由美国科学家Donoho等人在2006年提出的,是一种新的信号感知和压缩理论,是对编解码思想的一个重要突破。压缩感知理论充分开发了信号的稀疏特性,即只要信号是可稀疏的或在某个变换域是稀疏的,则可用一随机观测矩阵将原高维信号投影到一个低维空间上,然后通过求解欠定问题的优化,从少量的观测数据中精确或高概率重构出原信号。压缩感知突破了传统香农采样定理的极限,所采集的测量值远远小于传统方法,使得海量数据的采集压缩成为可能。这促使其逐渐成为研究的热点。当前,已经有越来越多的人开始把压缩感知应用于高光谱数据的压缩和重构<sup>[6-9]</sup>。

不同于普通图像,高光谱数据矩阵 $\mathbf{X}$ 是同一地面目标的不同光谱信息,其每一行对应于一幅图像。因此,高光谱的压缩采样通常可以使用相同的观测矩阵对不同谱带的图像分别进行随机测量,然而这种度量方式没有考虑谱间相关性。文献[11]提出了空谱联合压缩感知,构造了可以同时压缩度量空间和谱间信息的感知矩阵,取得了较好的度量效果。文献[12]采用CPPCA(Compressive Projection Principal Component Analysis)对高光谱的谱间信息进行观察投影,相当于随机维数缩减。

高光谱图像由于具有丰富的细节信息,各波段的图像平滑性较差,其稀疏性稍差于普通图像,然而其谱间信息对应于端元特征信号的线性组合,往往具有很好的平滑性,即在小波等正交基下具有很好的稀疏性。针对此,本文在高光谱数据矩阵压缩度量时采用谱间压缩度量,该度量方式符合推扫式和扫描式成像光谱仪的成像特点,具体形式为下:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{E}\mathbf{S} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 为观测数据, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times L}$ 是一谱间随机感知矩阵,将原 $L$ 维数据随机投影到 $M(M \ll L)$ 维空间,式(4)中 $\mathbf{X}, \mathbf{E}, \mathbf{S}$ 的关系由式(2)确定。

### 2.3 重构方案

标准压缩感知重构时,通过求解式(5)的优化问题,从随机投影中重构原图像:

$$\min \|\mathbf{W}\mathbf{X}\|_1, \quad \text{s.t. } \mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{Y} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{L \times L}$ 为正交变换基,本文选择小波基。式(5)的重构需要解决 $\mathbf{W}\mathbf{X}$ 的 $\ell_1$ 范数最小化问题,其数据维数等同于原始高光谱数据,数据量大,求解速度慢,是目前高光谱压缩感知重构的一大难题。

对式(5)的求解提出了几种快速算法，如C-SALSA<sup>[4]</sup>、FISTA<sup>[5]</sup>等。这些算法解决的都是 $\mathbf{X}$ 的重构问题，虽然算法的复杂度有所降低，但由于处理的数据量大，运行速度仍然很慢。本文所用的标准压缩感知重构算法指的是仅使用稀疏先验的 $l_1$ -magic<sup>[3]</sup>算法。

高光谱数据既然可以用线性混合模型来描述，如果能利用观测数据重构出端元信号 $\mathbf{E}$ 和丰度 $\mathbf{S}$ ，则通过重构的 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{S}$ 就可以合成数据矩阵 $\mathbf{X}$ 。如何精确估计出 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{S}$ 是解决这一方案的关键问题，在压缩感知下直接解混的研究刚刚起步<sup>[13]</sup>，解混效果有待进一步改善。幸运的是高光谱的解混研究已有较长历史，提出了一系列成熟算法，例如端元提取的VCA(Vertex Component Analysis)算法<sup>[14]</sup>、丰度估计的SPU(Simplex Projection Unmixing)算法<sup>[15]</sup>、DGAE(Distance Geometry-based Abundance Estimation)算法<sup>[16]</sup>等，在估计 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{S}$ 时可以充分利用这些算法。

### 3 重构方案的实现

通常情况下，大部分高光谱数据其端元特征谱 $\mathbf{E}$ 可以从高光谱谱库中获取或采用端元提取算法进行提取，此时端元谱已知，基于线性混合模型的压缩重构记为LMMCR(Compressive Reconstruction based on Linear Mixing Model)。然而，并非所有的端元谱都可以从谱库中获取，当无法获取端元特征时，其重构算法记为ULMMCR(Compressive Reconstruction based on Linear Mixing Model with Unknown endmember)。本节分别讨论两种情况下，基于线性混合模型的压缩重构。

#### 3.1 未知端元特征的重构(ULMMCR)

当端元特征未知时，直接从式(4)中估计 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{S}$ 的效果并不好。实际上，如果压缩采样方式采用谱间压缩感知，观测结果相当于原始数据维数缩减，引入 $M \times p$ 维的矩阵 $\mathbf{B}$ 。

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{E} \quad (6)$$

此时矩阵 $\mathbf{B}$ 即为维数缩减后的端元谱矩阵，是原端元谱的线性组合，可以看作新的端元特征信号。则式(4)可以记为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{B}\mathbf{S} \quad (7)$$

式(7)表明，谱间压缩采样后的高光谱数据仍然满足线性混合模型，且丰度和为1约束和丰度非负约束式(3)也保持不变，则现有的端元提取算法仍适用于式(7)，本文采用VCA<sup>[14]</sup>算法从观测矩阵中提取新的端元特征信号 $\tilde{\mathbf{B}}$ 。

$$\tilde{\mathbf{B}} = f(\mathbf{Y}) \quad (8)$$

其中 $f$ 表示VCA算法，采用更有效的端元提取算法能获得更好的效果，非本文研究范畴，在此不做讨论。VCA算法认为观测矩阵 $\mathbf{Y}$ 的每一列向量构成一个凸锥，凸锥向恰当选择的超平面上的投影形成一个单形体，该单形体的顶点对应压缩端元 $\mathbf{B}$ 的一个列向量。应用VCA算法从式(7)的 $\mathbf{Y}$ 中提取压缩端元 $\tilde{\mathbf{B}}$ 的步骤如下：

- (1)采用奇异值分解(SVD)或主成分分析将观测矩阵 $\mathbf{Y}$ 变换到低维子空间；
- (2)将降维后的数据投影到超平面上，形成单形体；
- (3)任意指定一初始方向，将超平面上的数据投影到该初始方向；
- (4)投影极值对应的像元即为提取的第1个端元向量 $\mathbf{b}_1$ ，记下其位置；
- (5)已提取的端元向量 $\mathbf{b}_i$ 构成一子空间，构造正交于该子空间的向量作为新的投影方向；
- (6)再将超平面上的数据投影到新方向，投影极值对应的是下一端元向量，记下位置，返回5，直到找出所有端元；
- (7)根据记录的端元位置，从观测矩阵 $\mathbf{Y}$ 中得到压缩后的端元矩阵 $\tilde{\mathbf{B}}$ 。

接下来需要取原端元信号 $\mathbf{E}$ 和丰度矩阵 $\mathbf{S}$ 。在已知端元矩阵 $\tilde{\mathbf{B}}$ 的情况下， $\mathbf{S}$ 的估计有很多成熟的算法，如SPU<sup>[15]</sup>、DGAE<sup>[16]</sup>等。本文考虑到式(7)中已知 $\tilde{\mathbf{B}}$ 求 $\mathbf{S}$ 属于超定方程的求解，直接利用伪逆运算就可以得到很好的结果，故 $\mathbf{S}$ 的估计为

$$\tilde{\mathbf{S}} = (\tilde{\mathbf{B}}^T \tilde{\mathbf{B}})^{-1} \tilde{\mathbf{B}}^T \mathbf{Y} \quad (9)$$

在成功提取新端元特征矩阵 $\tilde{\mathbf{B}}$ 的情况下，原端元谱 $\mathbf{E}$ 的估计可以通过求解式(10)的优化问题：

$$\min \|\mathbf{W}\tilde{\mathbf{E}}\|_1, \text{ s.t. } \mathbf{A}\tilde{\mathbf{E}} = \tilde{\mathbf{B}} \quad (10)$$

式(10)中已知感知矩阵 $\mathbf{A}$ ，正交变换基 $\mathbf{W}$ 和提取的压缩端元矩阵 $\tilde{\mathbf{B}}$ ，估计原端元矩阵 $\tilde{\mathbf{E}}$ 的过程为 $l_1$ 范数最小化问题，和式(5)拥有相同的结构形式和约束条件(即相同的感知矩阵和正交变换基)，因此标准的压缩感知重构算法同样适用于式(10)。 $l_1$ -magic<sup>[3]</sup>是标准压缩感知重构中性能较好的算法之一，本文使用 $l_1$ -magic实现式(10) $l_1$ 范数最小化的优化求解。

估计出 $\tilde{\mathbf{E}}$ 和 $\tilde{\mathbf{S}}$ 后，可通过式(11)合成 $\tilde{\mathbf{X}}$ 。

$$\tilde{\mathbf{X}} = \tilde{\mathbf{E}}\tilde{\mathbf{S}} \quad (11)$$

算法：未知端元谱下，基于线性混合模型的高光谱压缩感知重构算法(ULMMCR)：

输入：观测数据矩阵 $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 和感知矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times L}$

输出：估计的高光谱数据矩阵 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{L \times N}$

步骤 1 利用端元提取算法计算降维后的端元特征  $\tilde{\mathbf{B}}$ ;

步骤 2 利用丰度估计算法估计丰度  $\tilde{\mathbf{S}}$ ;

步骤 3 求解等式约束的优化问题式(10), 得到估计的端元信号  $\tilde{\mathbf{E}}$ ;

步骤 4 通过式(11)合成高光谱数据矩阵  $\tilde{\mathbf{X}}$ 。

在未知端元特征的情况下, 基于线性混合模型的高光谱压缩感知重构算法如上所述。该算法中, 步骤2为  $M \times p$  维矩阵的伪逆运算, 不需多次迭代且数据量小, 故所提ULMMCR重构算法的计算复杂度主要由步骤1的VCA算法和步骤3的  $\ell_1$  范数优化体现。VCA算法的计算复杂度量级在  $O(2p^2N)$ <sup>[14]</sup>, 而标准压缩感知的  $\ell_1$  范数优化, 其计算复杂度的量级在  $O(L^3p)$ <sup>[17]</sup>。通常情况下  $L^2$  要稍大于  $pN$ , 所以该算法的计算复杂度主要由步骤3的  $\ell_1$  范数优化决定。对比于标准压缩感知, ULMMCR中  $\ell_1$  范数优化处理的数据量为  $Lp$ ; 而式(5)直接重构原始数据矩阵  $\mathbf{X}$ , 此时  $\ell_1$  范数优化处理的数据量为  $LN$ , 计算复杂度的量级为  $O(L^3N)$ , 故所提ULMMCR重构算法较标准压缩感知运算速度上有数量级的提升。

### 3.2 已知端元特征的重构(LMMCR)

高光谱的端元谱矩阵  $\mathbf{E}$  可以从高光谱谱库中获取或采用算法进行粗略提取, 此时采用线性混合模型进行高光谱压缩重构优势更加明显。由于此时的  $\mathbf{E}$  已知, 在上述的ULMMCR算法中计算复杂度最高的步骤3可以忽略, 步骤1和步骤2可以合并为

$$\tilde{\mathbf{S}} = [(\mathbf{AE})^T \mathbf{AE}]^{-1} (\mathbf{AE})^T \mathbf{Y} \quad (12)$$

即通过式(12)和式(11)就可以实现压缩重构, 此时的计算都是一次性完成的矩阵运算操作。

值得注意的是在已知端元谱的情况下, 丰度的估计是一超定方程求解问题, 通过压缩度量可以将超定方程降为正定方程, 而不影响丰度估计精度, 此时采样率为  $p/L$ 。以200波段、4端元的高光谱数据为例, 采样率  $p/L = 0.02$ , 标准压缩感知在此采样率下几乎不可能较精确地恢复原信号, 然而从后面的实验结果看, 已知端元谱的基于线性混合模型的高光谱压缩感知重构(LMMCR)仍然可以精确重构原信号。

## 4 实验分析

在本节中, 将本文提出的两种算法与标准CS进行比较, 所使用的数据分别为合成和真实的高光谱数据。此处的标准CS指的是由式(5)直接重构出高光谱数据  $\mathbf{X}$ , 标准压缩感知重构算法指的是仅使用稀疏先验的  $\ell_1$ -magic算法。度量矩阵  $\mathbf{A}$  均采用随机度量, 优化问题式(10)的求解和式(5)使用相同的先验

和优化代码  $\ell_1$ -magic<sup>[3]</sup>。定义采样率  $MR = M/L$ ,  $L$  为谱带长度,  $M$  为观测谱带长度, 实验中MR从0.1上升到0.5。通过分析重构高光谱图像的平均峰值信噪比PSNR以及算法的重构时间  $t$  综合评价这3种算法的性能。作为衡量算法复杂度的重要指标运行时间的测试所使用的软硬件环境分别为Pentium(R)双核CPU E5400 2.70 GHz, 4 GB内存和Windows 7及Matlab 2014a。

### 4.1 合成数据实验

在本节中, 使用合成的高光谱遥感数据对所提算法的性能进行测试。合成数据由已知光谱库中特定端元的光谱矩阵及其对应的丰度矩阵乘积合成。端元光谱数据是从USGS光谱库<sup>1)</sup>得到的矿物光谱提取的, 实验选择的4种矿物如图1所示。丰度矩阵则是由Dirichlet分布<sup>[14]</sup>得到, 任一波段的图像像素数大小为  $36 \times 36$ , 实验所生成的丰度矩阵满足ANC和ASC。合成数据总波段数为224, 光谱分辨率为10 nm, 波长范围为  $0.37 \sim 2.48 \mu\text{m}$ 。

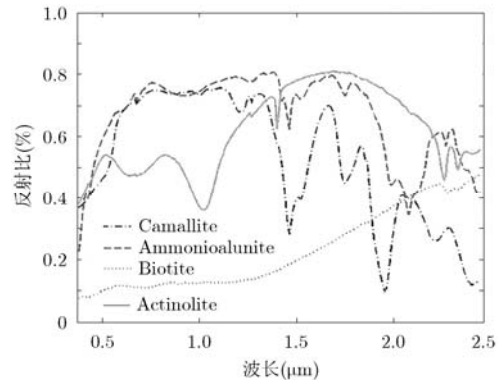


图1 USGS矿物谱库中的4种端元谱

表1分别给出了不同采样率下, 3种算法得到的重构图像平均峰值信噪比PSNR和运行时间  $t$ 。从表1中可以看出, 由于合成数据下, 端元谱精确已知, LMMCR重构的平均PSNR明显优于标准CS和ULMMCR; ULMMCR的重构性能要稍优于标准CS; 随着采样率的提高, 标准CS和ULMMCR的重构性能逐渐提高, 而LMMCR几乎保持不变。当采用极低采样率  $MR = p/L \approx 0.018$  时, 标准CS和ULMMCR几乎不能重构原数据, 而LMMCR仍然能保持极高的重构精度; 此时标准CS的重构性能优于ULMMCR, 是因为在极低采样率下, 观测数据的谱带数太少, VCA进行端元提取失败导致。比较表1的运行时间可以看出, 在合成数据下, ULMMCR

<sup>1)</sup><http://speclab.cr.usgs.gov/spectral-lib.html>

表1 不同采样率下合成数据的重构结果

采样率MR	平均PSNR(dB)			运行时间(s)		
	标准CS	ULMMCR	LMMCR	标准CS	ULMMCR	LMMCR
0.1	22.21	23.49	286.27	894	2.06	0.014
0.2	23.76	24.54	287.36	327	2.11	0.017
0.3	28.94	29.38	289.81	384	2.03	0.015
0.4	29.22	30.55	287.27	342	2.21	0.014
0.5	32.78	33.90	290.21	314	2.23	0.016
$p/L \approx 0.018$	18.50	14.62	267.34	1744	1.09	0.013

比标准CS的运行速度几乎提高了2个数量级以上，而LMMCR比ULMMCR提高了2个数量级。根据3.1节的计算复杂度分析，ULMMCR算法优化处理的计算复杂度量级近似为 $O(L^3p)$ ，而标准CS处理的计算复杂度量级为 $O(L^3N)$ ，此处的 $N/p = 324$ ，这与实验结果基本吻合。ULMMCR和LMMCR随着采样率改变，运行时间几乎不变；而标准CS在0.1和0.018时运行时间明显提高，这是因为在低采样率下，优化问题收敛慢、迭代次数多所导致。

#### 4.2 真实数据实验

在本节中，算法性能测试所使用的为真实的高光谱遥感图像数据集。实验采用的实际数据是AVIRIS高光谱传感器获取的Cuprite矿区的高光谱遥感数据<sup>[18]</sup>，该区域位于美国内华达州南部，主要包括各种矿物和少量植被。数据成像于1997年6月，包含224个波段，波长范围为 $0.41 \sim 2.45 \mu\text{m}$ ，光谱分辨率为10 nm，本文所使用的图像大小为 $250 \times 191$ ，图2(a)给出了第30波段的原始图像。该图像覆盖范围内的矿物及其光谱已知，因此被广泛地应用于数值试验中<sup>[4]</sup>。该高光谱数据中的水吸收波段、低信噪比波段已经从原始图像序列中移除，总共有188个波段的图像被用在数值实验中。

由于在真实数据中，端元谱特征不可能精确知

道，对LMMCR算法中的端元特征我们采用VCA对原始数据 $\mathbf{X}$ 进行端元提取获得，实际中可以从高光谱库中查找。表2给出了端元数 $p = 4$ 时，不同采样率下3种算法得到重构图像的平均PSNR和运行时间。从表中可以看出，由于此时的端元特征 $\mathbf{E}$ 是粗略估计出来的，故LMMCR的重构性能比合成数据实验差了很多，但仍然明显优于标准CS和ULMMCR，且随着MR的增加平均PSNR稍有提高。在真实数据实验中，ULMMCR重构的平均PSNR比标准CS高了2 dB以上，随着MR的增加平均PSNR逐渐提高。在极低采样率 $\text{MR} = p/L \approx 0.021$ 下，真实数据实验和合成数据实验一样，ULMMCR失效，而LMMCR仍然能保持极高的重构精度。从表2的运行时间看，ULMMCR和LMMCR的运行时间和合成数据一样，仍然明显低于标准CS；ULMMCR的运行速度较标准CS提高了3个数量级，LMMCR算法比ULMMCR提高了一个量级。对比于表1，由于此时数据量较合成数据大，故标准CS的处理时间有所上升；但ULMMCR几乎保持不变，这是因为虽然总数据量增加了，但ULMMCR优化问题重构的端元矩阵 $\mathbf{E}$ 的维数仍然是 $L \times p$ ，计算复杂度不变；而LMMCR算法的矩阵运算随着数据量的增加，计算量会有所增加。

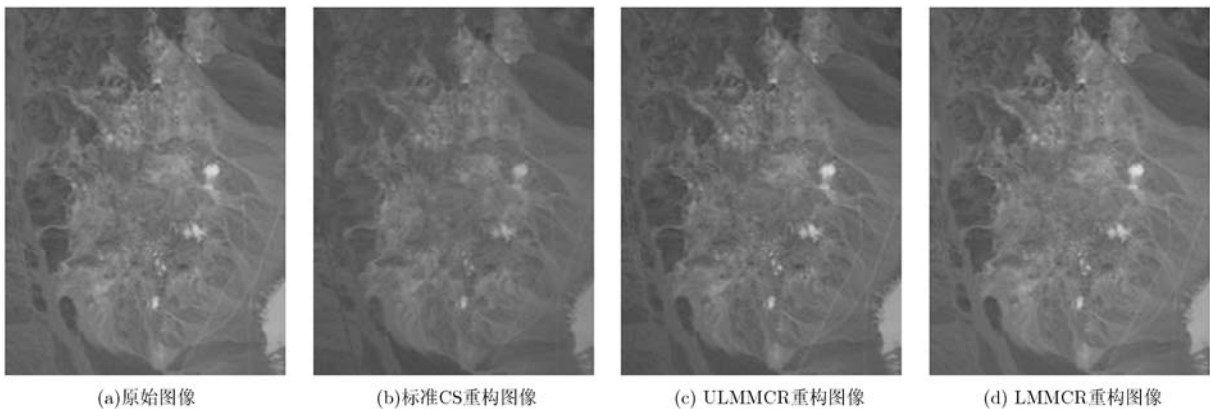


图2 采样率为0.2、端元数为4时，Cuprite第30波段的原始图像与重建图像

表2 不同采样率下真实数据的重构结果

采样率MR	平均PSNR(dB)			运行时间(s)		
	标准CS	ULMMCR	LMMCR	标准CS( $\times 10^3$ )	ULMMCR	LMMCR
0.1	18.77	31.38	43.96	14.24	2.65	0.12
0.2	24.40	32.93	44.53	10.70	2.53	0.11
0.3	30.87	33.12	44.69	14.55	2.18	0.13
0.4	34.26	36.65	44.91	8.87	2.69	0.13
0.5	36.56	38.80	44.87	8.61	2.61	0.13
$p/L \approx 0.021$	12.78	13.97	43.26	25.28	1.58	0.11

为了更直观地显示恢复图像的质量,图2给出了 $250 \times 191$ 的Cuprite第30波段在MR=0.2,  $p=4$ 时的重构图像。由于采用的是谱间压缩观测度量方式,每一波段的重构图像视觉效果上几乎没有区别,仅在亮度上有细微变化,标准CS和ULMMCR重构图像相对于原始图像亮度稍暗一点,人眼几乎分别不出差异,LMMCR重构图像的亮度更接近于原始图像。

## 5 结束语

本文提出了一种简单而有效的高光谱压缩感知重构方案,该方案依赖于两点假设:所采用的压缩感知方式为谱间压缩采样;高光谱数据满足线性混合模型。所提方案不同于传统的高光谱CS直接重构原始数据,而是分别对端元和丰度数据进行重构,再合成原始数据,将海量的高光谱数据分解成两个子数据进行处理,极大地减少了处理时间,提高了运行速度。文中分别讨论了端元特征谱已知和未知两种情况下,压缩数据重构的策略。仿真和真实数据实验表明,所提方案在极大减少处理时间的同时,重构性能还有明显改善,特别是在已知端元特征情况下,性能改善更明显。同时该方法还提供了端元和丰度信息的估计,省去了对压缩感知重构数据的解混运算。

本方案是针对谱间压缩的高光谱数据重构,在将来的研究工作中,要考虑空间压缩情况下,基于线性混合模型的高光谱CS重构;同时,本文没有对压缩感知下端元提取和端元重构更有效的算法进行研究,这是我们在将来的研究工作中需要解决的问题之一。

## 参考文献

- [1] Donoho D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [2] Candes E J and Wakin M B. An introduction to compressive sampling[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 21-30.
- [3] Candes E J and Romberg J K. The  $l_1$ -magic toolbox[OL]. <http://www.l1-magic.org>, 2008.
- [4] Afonso M V, Bioucas-Dias J M, and Figueiredo M A T. An augmented lagrangian approach to the constrained optimization formulation of imaging inverse problems[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2011, 20(3): 681-695.
- [5] Shia V, Yang A Y, Sastry S S, et al.. Fast  $l_1$  minimization and parallelization for face recognition[C]. Conference Record of the Forty Fifth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers (ASILOMAR), Pacific Grove, 2011: 1199-1203.
- [6] 刘海英, 吴成柯, 吕沛, 等. 基于谱间预测和联合优化的高光谱压缩感知图像重构[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(9): 2248-2252.  
Liu Hai-ying, Wu Cheng-ke, Lü Pei, et al.. Compressed hyperspectral image sensing reconstruction based on interband prediction and joint optimization[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(9): 2248-2252.
- [7] Shu Xian-biao and Ahuja N. Imaging via three-dimensional compressive sampling (3DCS)[C]. IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV), Barcelona, 2011: 439-446.
- [8] 冯燕, 贾应彪, 曹宇明, 等. 高光谱图像压缩感知投影与复合正则重构[J]. *航空学报*, 2012, 33(8): 1466-1473.  
Feng Yan, Jia Ying-biao, Cao Yu-ming, et al.. Compressed sensing projection and compound regularizer reconstruction for hyperspectral images[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2012, 33(8): 1466-1473.
- [9] 计振兴, 孔繁锵. 基于谱间线性滤波的高光谱图像压缩感知[J]. *光子学报*, 2012, 41(1): 82-86.  
Ji Zhen-xing and Kong Fan-qiang. Hyperspectral image compressed sensing based on linear filter between bands[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, 41(1): 82-86.
- [10] Bioucas-Dias J M, Plaza A, Dobigeon N, et al.. Hyperspectral unmixing overview: geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches[J]. *IEEE Journal of Selected*

- Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2012, 5(2): 354-379.
- [11] Wang Zhong-liang, Feng Yan, and Jia Yin-biao. Spatial-spectral compressive sensing of hyperspectral image[C]. Third IEEE International Conference on Information Science and Technology, Yangzhou, 2013: 1256-1259.
- [12] Ly N H, Du Qian, and Fowler J E. Reconstruction from random projections of hyperspectral imagery with spectral and spatial partitioning[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2013, 6(2): 466-472.
- [13] Li Cheng-bo, Sun Ting, Kelly K F, et al.. A compressive sensing and unmixing scheme for hyperspectral data processing[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2012, 21(2): 1200-1210.
- [14] Nascimento J M P and Dias J M B. Vertex component analysis: a fast algorithm to unmix hyperspectral data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2005, 43(4): 898-910.
- [15] Heylen R, Burazerovic D, and Scheunders P. Fully constrained least squares spectral unmixing by simplex projection[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(11): 4112-4122.
- [16] Pu Han-ye, Xia Wei, Wang Bin, et al.. A fully constrained linear spectral unmixing algorithm based on distance geometry[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(2): 1157-1176.
- [17] 焦李成, 杨淑媛, 刘芳, 等. 图像压缩感知回顾与展望[J]. 电子学报, 2011, 39(7): 1651-1662.
- Jiao Li-cheng, Yang Shu-yuan, Liu Fang, et al.. Development and prospect of compressive sensing [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(7): 1651-1662.
- [18] Vane G, Green R O, Chrien T G, et al.. The airborne visible infrared imaging spectrometer (aviris)[J]. *Remote Sensing of Environment*, 1993, 44(2): 127-143.
- 王忠良: 男, 1980年生, 博士生, 讲师, 研究方向为高光谱图像压缩感知和解混、图像处理.
- 冯 燕: 女, 1963年生, 教授, 研究方向为高光谱图像压缩和分类、图像处理和智能信息处理等.
- 贾应彪: 男, 1977年生, 博士生, 讲师, 研究方向为压缩感知理论与数字图像处理技术.