

## 地球同步轨道 SAR 精确斜距模型研究

田雨润\*<sup>①②</sup> 禹卫东<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(中国科学院电子学研究所 北京 100190)

<sup>②</sup>(中国科学院大学 北京 100190)

**摘要:** 由于地球同步轨道 SAR(Geo-SAR)较高的轨道高度和较长的合成孔径时间,“走-停”(“Stop-Go”)假设所带来的误差必须予以考虑。该文推导并模拟了正圆轨道下地球同步轨道 SAR(Geo-SAR)的精确回波延时方程,分析并仿真了其“走-停”模型误差。提出了一种“等效中点”模型,并通过仿真验证了该模型能很好地拟合精确距离历程。采用基于高阶多普勒参数的多项式拟合对“等效中点模型”和“走-停”模型的斜距历程进行展开,借助 Legendre 正交级数展开定量分析了“走-停”模型所带来的各个幂次的斜距误差,进而分析了各幂次斜距误差对于聚焦效果的影响。通过点目标仿真证明了“走-停”模型应用于 Geo-SAR 的局限性与“等效中点模型”的有效性。

**关键词:** 地球同步轨道合成孔径雷达;“走-停”模型误差;正交级数展开;“等效中点”模型

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)08-1960-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.01478

## Accurate Slant Range Model Analysis of Geosynchronous SAR

Tian Yu-run<sup>①②</sup> Yu Wei-dong<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

<sup>②</sup>(University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** Due to the high orbit and long synthetic aperture time of Geosynchronous SAR (Geo-SAR), the error brought by the “Stop-Go” assumption has to be considered. In this paper, an accurate signal propagation delay time equation of Geo-SAR based on circle orbit is presented, and the error of “Stop-Go” assumption is shown by simulation. An “equivalent position” model is proposed, and is validated through simulation. Error of different powers of “Stop-Go” slant range is analyzed using Legendre orthogonal series expansion. The limitation of “Stop-Go” assumption and the availability of “Equivalent Position” mode are proved by point target simulation.

**Key words:** Geosynchronous SAR (Geo-SAR); “Stop-Go” assumption error; Orthogonal series expansion; “Equivalent position” model

### 1 引言

合成孔径雷达是一种全天时、全天候的高分辨率微波成像雷达,目前机载与星载合成孔径雷达被广泛应用于各种军事、商业和民用任务,为人们提供很多此前其他种类遥感设备所不能提供的数据和信息<sup>[1]</sup>。地球同步轨道合成孔径雷达的概念于 1978 年由文献[2]提出,并在随后的几十年间得到了遥感领域的极大的关注和深入的研究。相比于低轨道 SAR, Geo-SAR 有更短的重访周期,对于观测区域的时间分辨率大大提高,同时,随着轨道的升高,测绘带范围也随之显著增大。基于以上优点, Geo-SAR 将非常适合于执行灾难监视和预测,热点地区监视和大规模地表测绘等任务<sup>[3,4]</sup>。虽然

Geo-SAR 有如此诱人的前景,但是受限于现有硬件技术和成像算法,目前还没有在轨的地球同步轨道 SAR。“走-停”(“Stop-Go”)假设认为发射与接收脉冲期间卫星与目标相对静止,以脉冲发射时刻雷达与点目标瞬时斜距的 2 倍去计算此时的回波延时<sup>[5]</sup>。此假设会带来两种斜距误差:一是卫星发射与接收脉冲信号时卫星与目标的相对运动带来的误差,二是脉冲传播期间卫星和目标的相对运动。对于第 1 种误差,仅当所需分辨率到达厘米级别时才需要考虑<sup>[6,7]</sup>, Geo-SAR 的分辨率一般在米级甚至百米级,故第 1 类误差可以不予考虑。本文考虑到,当 SAR 工作于距离地球表面 36000 km 的地球同步轨道时,雷达脉冲的回波延大幅度增加,又加之 Geo-SAR 合成孔径时间可能长达数百秒,在此期间由于地球自转点目标也会发生移位,因此由“走-停”模型带来的第 2 类误差将有可能影响成

像效果，绝大多数没有考虑到“走-停”假设的影响<sup>[8-10]</sup>，或者认为在收发脉冲期间卫星与目标的运动轨迹为直线<sup>[1]</sup>，本文将在充分考虑曲线运动轨迹的前提下详细定量分析“走-停”假设误差对 Geo-SAR 的影响。

## 2 Geo-SAR 空间坐标系的建立

### 2.1 坐标系定义

地心惯性坐标系  $E_o$  定义为：原点在地心， $X_o$  轴指向春分点； $Z_o$  轴指向北极； $Y_o$  轴符合坐标系右手准则。

轨道平面坐标系  $E_v$  定义为：原点在地心， $X_v$  轴指向近地点； $Z_v$  轴垂直于轨道平面，且其正方向与卫星自转的角速度方向相同； $Y_v$  轴符合坐标系右手准则。

### 2.2 地球模型定义

考虑地球椭球体模型，地球在  $E_o$  中的椭球方程为

$$\frac{x^2}{R_e^2} + \frac{y^2}{R_e^2} + \frac{z^2}{R_p^2} = 1 \quad (1)$$

其中  $R_e = 6378.137$  km,  $R_p = 6356.752$  km。

### 2.3 Geo-SAR 几何模型

假设卫星在  $\eta_0$  时刻发射脉冲，此时卫星位置为  $S_0$ ，点目标位置为  $P_0$ ；经过传播延时  $\tau_t$ ，发射脉冲在位置  $P_1$  与点目标相接触，卫星此时运动至  $S_1$ ；脉冲与目标接触瞬间被反射，经过时间传播延时  $\tau_r$ ，发射脉冲在位置  $S_2$  由卫星接收。成像几何关系如图 1 所示。

图 1 中， $S_m$  为脉冲收发期间卫星运动轨迹中点位置， $P_m$  为脉冲收发期间点目标运动轨迹中点位置， $c$  为光速。

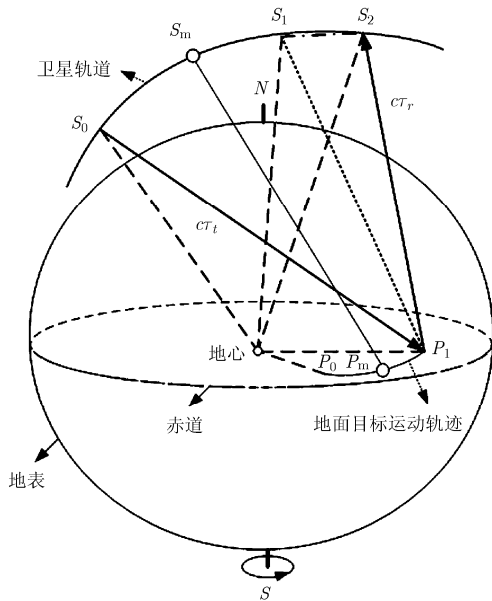


图 1 卫星与点目标几何关系

由于  $E_o$  和  $E_v$  都是以地心为原点的坐标系，故卫星位置坐标与点目标位置坐标又是各自的位置向量，为便于推导，以下将用位置向量来表示各个时刻卫星与点目标的位置状态，设为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{S}_0^{E_o} &= (s_{x0} \ s_{y0} \ s_{z0})^T, \quad \mathbf{S}_1^{E_v} = (s_{x1} \ s_{y1} \ s_{z1})^T \\ \mathbf{S}_2^{E_v} &= (s_{x2} \ s_{y2} \ s_{z2})^T, \quad \mathbf{P}_0^{E_o} = (p_{x0} \ p_{y0} \ p_{z0})^T \\ \mathbf{P}_1^{E_o} &= (p_{x1} \ p_{y1} \ p_{z1})^T \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

各个向量均定义在其上标所标注的坐标系之中。在圆轨道下卫星做匀速圆周运动，地面点目标也在其所处纬度圈上做匀速圆周运动。

### 2.4 精确回波延时的求解

在坐标系  $E_o$  中，点目标绕  $Z_o$  轴做匀速圆周运动，由向量在坐标系中的旋转关系可得：

$$\mathbf{P}_1^{E_o} = \begin{pmatrix} \cos(\omega_e \tau_t) & -\sin(\omega_e \tau_t) & 0 \\ \sin(\omega_e \tau_t) & \cos(\omega_e \tau_t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{P}_0^{E_o} \quad (3)$$

式(3)中  $\omega_e$  为地球自转动角速度。将式(2)代入式(3)可得：

$$\mathbf{P}_1^{E_o} = \begin{pmatrix} p_{x0} \cos(\omega_e \tau_t) - p_{y0} \sin(\omega_e \tau_t) \\ p_{x0} \sin(\omega_e \tau_t) + p_{y0} \cos(\omega_e \tau_t) \\ p_{z0} \end{pmatrix} \quad (4)$$

由三角形  $S_0 P_0 P_1$  可得：

$$\|\mathbf{P}_0 \mathbf{S}_0\|^2 + \|\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_1\|^2 - 2 \langle \mathbf{S}_0 \mathbf{P}_0, \mathbf{P}_0 \mathbf{P}_1 \rangle = \|\mathbf{S}_0 \mathbf{P}_1\|^2 \quad (5)$$

式(5)中  $\|\cdot\|$  代表欧式范数。代入并整理可得方程：

$$c^2 \tau_t^2 + K_1 \sin(\omega_e \tau_t) + K_2 \cos(\omega_e \tau_t) + K_3 = 0 \quad (6)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= 2(p_{x0} s_{y0} - p_{y0} s_{x0}) \\ K_2 &= 2[r_t^2 + p_{x0}(s_{x0} - p_{x0}) + p_{y0}(s_{y0} - p_{y0})] \\ K_3 &= -[s_{x0}^2 - p_{x0}^2 + s_{y0}^2 - p_{y0}^2 + (s_{z0} - p_{z0})^2 + 2r_t^2] \\ r_t &= \|\mathbf{P}_0\| \cos \theta_{\text{lat}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式(7)中  $r_t$  为目标所在纬度圈半径， $\theta_{\text{lat}}$  为目标所在纬度。

同理，在坐标系  $E_v$  中推导可得：

$$c^2 \tau_r^2 + L_1 \sin(\omega_e \tau_r) + L_2 \cos(\omega_e \tau_r) + L_3 = 0 \quad (8)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= 2(p_{y1} s_{x1} - p_{x1} s_{y1}) \\ L_2 &= 2[r_s^2 + s_{x1}(p_{x1} - s_{x1}) + s_{y1}(p_{y1} - s_{y1})] \\ K_3 &= -[p_{x1}^2 - s_{x1}^2 + p_{y1}^2 - s_{y1}^2 + (p_{z1} - s_{z1})^2 + 2r_t^2] \\ r_t &= \|\mathbf{S}_0\| \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

总回波延迟  $\tau_d$  为

$$\tau_d = \tau_t + \tau_r \quad (10)$$

### 3 精确数值仿真实验

#### 3.1 仿真参数设置

仿真参数设置如表 1 所示。

表 1 Geo-SAR 仿真参数

符号	名称	数值
$a$	轨道半长轴(km)	42164
$e$	轨道偏心率	0
$i$	轨道倾角( $^\circ$ )	56
$\omega$	近地点幅角( $^\circ$ )	0
$\lambda$	载波波长(m)	0.24
$\gamma$	下视角( $^\circ$ )	-4.8
$T_a$	合成孔径时间(s)	1000
$B_r$	信号带宽(MHz)	50
$F_s$	采样率(MHz)	65

仿真过程中采用“走-停”模型下推导出的偏航导引控制公式<sup>[12]</sup>，来保证“走-停”模型下多普勒中心为 0。

#### 3.2 斜距误差分析

在偏航导引的前提下，先选取全轨道周期内场景中心处点目标作为考察对象。

为了得到点目标的精确距离历程，本文在足够的精度下，对一个合成孔径时间内每个脉冲发射时刻的回波延时进行精确的数值求解。

为了得到点目标在“走-停”模型下的距离历程，基于卫星与点目标的坐标，通过精确数值计算，得到一个合成孔径时间内每个发射脉冲时刻卫星与点目标的瞬时双程斜距。

本文提出一种“等效中点”模型，即以卫星发/收脉冲的位置中点  $S_m$ ，与点目标在卫星收/发脉冲期间运动轨迹的中点  $P_m$  作为计算瞬时斜距的等效位置。

“走-停”模型和“等效中点”模型距离历程在整个卫星轨道周期对于精确距离历程的逼近误差，如图 2 所示。

由图 2(a)可知，在合成孔径时间为 1000 s 时，整个轨道周期内场景中心处点目标的精确距离历程与传统“走-停”模型下距离历程的最大斜距误差可接近 4 m，此时不但会影响方位向聚焦效果，还会限制距离向高分辨率的实现。但此时还不能确定误差的具体形式。由图 2(b)可以看出，“等效中点”模型在全轨道周期 1000 s 的合成时间内的双程斜距误差仅为  $10^{-4}$  m 级。

### 4 斜距历程的高阶多普勒参数拟合模型

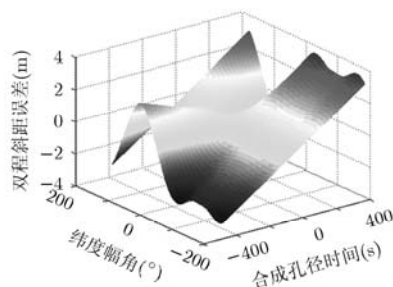
本节将对精确距离历程与“走-停”模型距离历程分别进行高精度函数拟合，从而利用各自拟合函数中参数的区别来分析误差的具体形式。中高轨道 SAR 的距离历程可以利用高阶多普勒参数进行多项式拟合<sup>[13]</sup>。

考虑到 Geo-SAR 的超长合成孔径时间，本文采用六阶多普勒参数拟合斜距历程，即

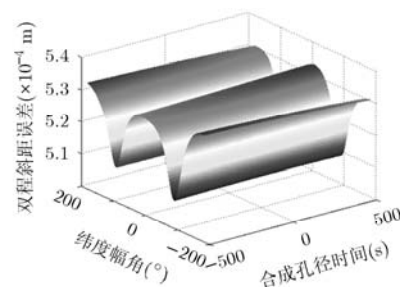
$$R(\eta) = R_c + V_c(\eta - \eta_c) + \frac{1}{2}A_c(\eta - \eta_c)^2 + \frac{1}{6}B_c(\eta - \eta_c)^3 + \frac{1}{24}C_c(\eta - \eta_c)^4 + \frac{1}{100}D_c(\eta - \eta_c)^5 + \frac{1}{120}E_c(\eta - \eta_c)^6 \quad (11)$$

式中  $R(\eta)$  为单程斜距， $\eta$  为方位向时间， $\eta_c$  为参考波束中心穿越时刻， $R_c$  为波束中心穿越时刻单程斜距， $V_c, A_c, B_c, C_c, D_c, E_c$  分别为波束中心穿越时刻卫星与点目标的径向相对速度与一至五阶加速度。

设定波束中心穿越时刻为方位向 0 时刻。回顾本文图 1，取  $\eta_0=0$ ，则“走-停”模型各阶多普勒参数均由位置  $S_0$  与  $P_0$  处的运动状态向量计算得出。精确距离历程的各阶多普勒参数均由图 1 中等效中点位置  $S_m$  与  $P_m$  处的运动状态向量计算得出。利用等效中点位置的多普勒参数对精确距离历程进



(a) “走-停”模型与精确回波模型双程斜距



(b) 等效中点斜距拟合精确斜距的误差

图 2 两种模型误差对比

行多项式拟合，可以避免对两个传输延时方程进行展开的复杂性。

### 5 误差分析

基于 Taylor 级数的各阶次误差定义为

$$\left. \begin{aligned} T_{e0} &= (R_{cm} - R_{csg}), T_{e1} = (V_{cm} - V_{csg})\eta \\ T_{e2} &= \frac{1}{2}(A_{cm} - A_{csg})\eta^2, T_{e3} = \frac{1}{6}(B_{cm} - B_{csg})\eta^3 \\ T_{e4} &= \frac{1}{24}(C_{cm} - C_{csg})\eta^4, T_{e5} = \frac{1}{120}(D_{cm} - D_{csg})\eta^5 \\ T_{e6} &= \frac{1}{720}(E_{cm} - E_{csg})\eta^6 \end{aligned} \right\} (12)$$

式中下标 csg 表示“走-停”模型下的拟合参数，下标 cm 表示精确距离模型下的拟合参数。

常数项误差与 4 次以上误差将会非常小，因此主要分析 1 至 3 次 Taylor 级数误差在全轨道周期内的情况如图 3 所示。

由图 3 分析结果可知，在全轨道周期内，当合成孔径时间到达 1000 s 的时候，会使很多轨道位置对应的点目标的 Taylor 级数 2 次距误差达到 0.10 m, Taylor 级数 3 次误差也达到  $10^{-3}$  m 级, 3 次以上误差随阶次升高而减小, 5 次误差已经为  $10^{-6}$  m 级, 因此可以忽略 5 次以上误差。

但是，基于 Taylor 级数展开的斜距误差分析并不能真实地反映斜距误差对聚焦效果的影响，这是因为当 2 次以上的 Taylor 级数误差不可忽略时，用 Taylor 级数展开的方法就产生了严重的弊端<sup>[14]</sup>，最好的办法就是将误差展开为相互正交的函数。此时可借助于勒让德(Legendre)正交级数展开进行分析。由于 Taylor 级数 5 次、6 次斜距误差很小，可以忽略其影响，因此采用 4 次 Legendre 级数。

分析 Legendre 级数展开后 1~4 次的双程斜距误差如图 4 所示。

由图 4 可知，原 Taylor 级数中确实存在耦合，4 次误差中包含 2 次误差成分，正交分解后 2 次误差范围增大，3 次误差减小，1 次误差增大。

但各个幂次间耦合得不是很严重，3 次相位误差会导致多普勒中心频率的误差，而由于 4 次误差较小，导致其对 2 次误差的影响也比较小。经过 Legendre 正交级数分解，排除了幂次间耦合可能带来的影响，可以独立地分析各幂次误差对点目标聚焦效果的影响。

### 6 点目标仿真实验

取卫星处于纬度幅角  $5^\circ$  时平均分布于 200 km 距离向测绘带的 3 个点目标进行仿真实验。取合成孔径时间 1000 s, 设 PT0 为场景中心处点目标，由 PT0 向场景远端间隔 100 km 放置 1 个点目标，设为 PT1, 再由 PT0 向场景近端间隔 100 km 放置 1 个点目标，设为 PT2。

以精确回波延时公式生成回波，分别用“走-停”模型下的多普勒参数与“等效中点”模型下的多普勒参数生成频域匹配滤波器<sup>[15]</sup>，在 2 维频域进行匹配。实验结果如图 5~图 8 所示。

由图 5~图 8 可知，对于 1000 s 的合成孔径时间，由于斜距的 2 次误差较大，“走-停”模型下参数的成像已经完全散焦，方位向与距离向主瓣均吞并了第 1 旁瓣，而等效中点模型参数则聚焦效果良好，证明了此模型的准确性。具体点目标分析参数如表 2 所示。其中 IRW(Impulse Response Width)为冲激响应的 3 dB 主瓣宽度; PSLR(Peak Side Lobe Ration)为峰值旁瓣比; ISLR(Integrated Side Lobe Ratio)为积分旁瓣比。

表 2 点目标参数分析

目标	距离向			方位向		
	IRW (m)	PSLR (dB)	ISLR (dB)	IRW (m)	PSLR (dB)	ISLR (dB)
PT2	2.661	-13.35	-10.12	2.002	-13.27	-10.17
PT0	2.661	-13.33	-10.16	2.031	-13.26	-10.18
PT1	2.661	-13.30	-10.14	2.056	-13.23	-10.20

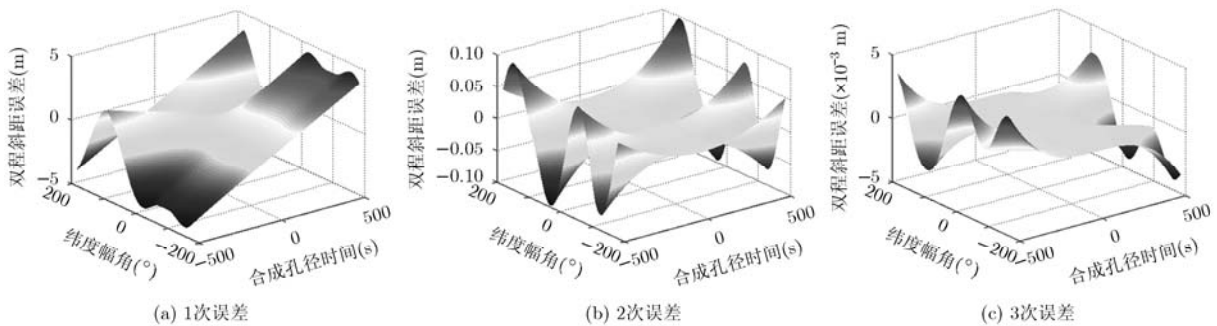


图 3 各阶 Taylor 展开误差

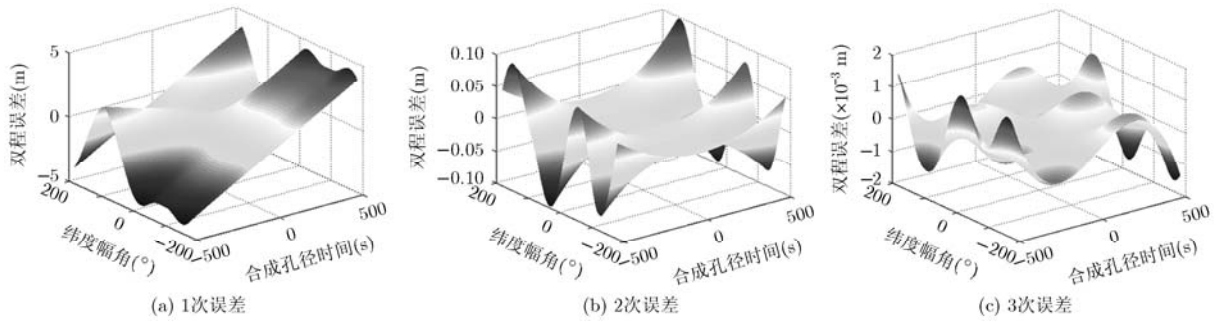


图 4 Legendre 级数误差及 Taylor 级数误差耦合情况

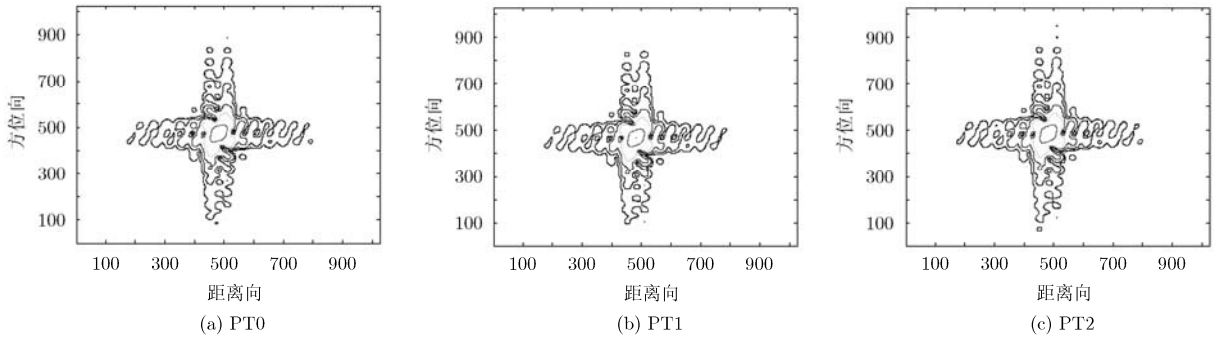


图 5 “走-停”模型参数聚焦效果

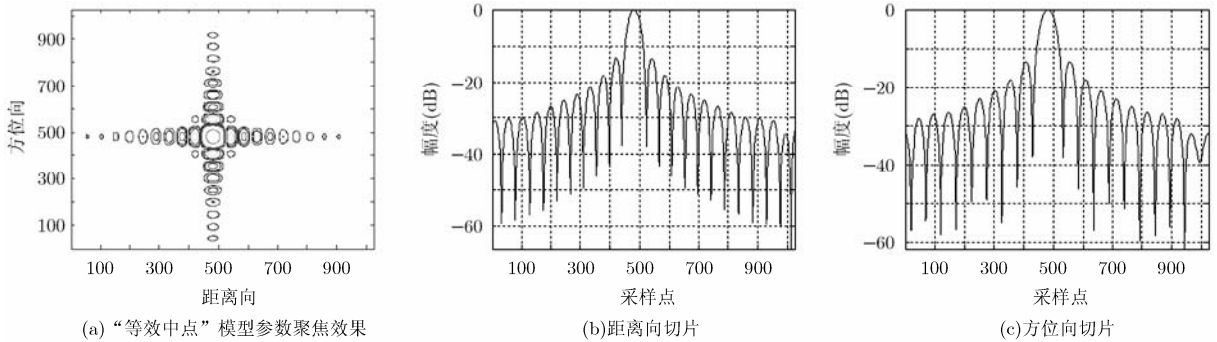


图 6 PT0 聚焦效果对比

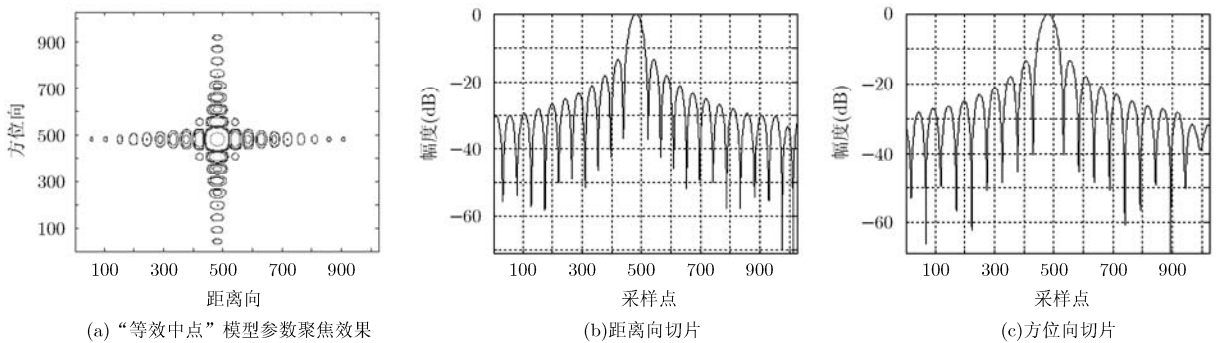


图 7 PT2 聚焦效果对比

### 7 结束语

本文推导了圆轨道下考虑脉冲发/收间隔卫星与目标相对运动的精确回波延时方程，此模型不仅仅适用于 Geo-SAR 的精确回波模拟，也适用于高分辨率低轨道 SAR 的回波模拟。提出了一种可以

拟合精确回波模型的“等效中点”模型，基于高阶多普勒参数多项式拟合并借助 Legendre 正交级数展开分析了“走-停”模型用于 Geo-SAR 时所造成的各幂次误差，并通过点目标仿真验证了误差分析的正确性。

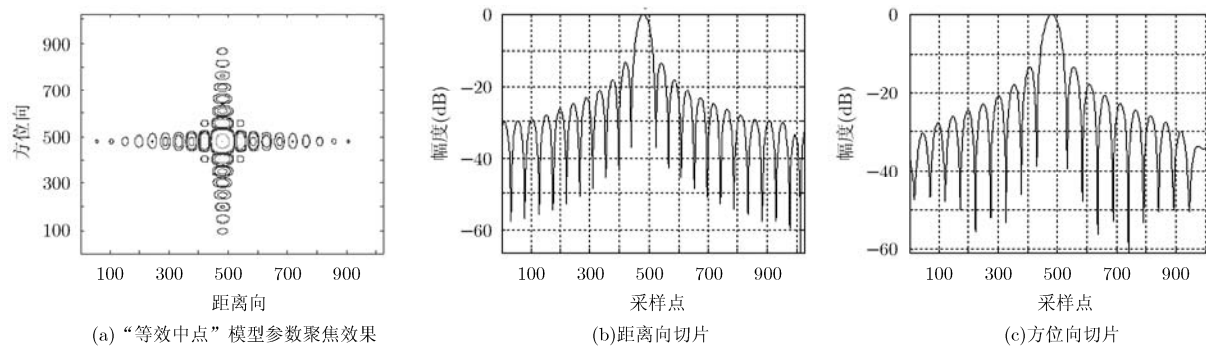


图8 PT1 聚焦效果对比

## 参考文献

- [1] 邓云凯, 赵凤军, 王宇. 星载 SAR 技术的发展趋势及应用浅析[J]. 雷达学报, 2012, 1(1): 1-10.  
Deng Yun-kai, Zhao Feng-jun, and Wang Yu. Brief analysis on the development of spaceborne SAR[J]. *Journal of Radars*, 2012, 1(1): 1-10.
  - [2] Tomiyasu K and Pacelli J L. Synthetic aperture radar imaging from an inclined geosynchronous orbit[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1983, 21(3): 324-329.
  - [3] Madsen S N, Edelstein W, and DiDomenico L D. A geosynchronous synthetic aperture radar for tectonic mapping, disaster management and measurements of vegetation and soil moisture[C]. Proceedings of IGARSS, NSW, Sydney, 2001: 447-449.
  - [4] Madsen S N, Chen C, and Edelstein W. Radar options for global earthquake monitoring[C]. Proceedings of IGARSS, Toronto, Canada, 2002: 1483-1485.
  - [5] Barber B C. Theory of digital imaging from synthetic radar[J]. *International Journal of Remote Sensing*, 1985, 6(7): 1009-1067.
  - [6] Prats-Iraola P and Scheiber R. High precision SAR focusing of TerraSAR-X experimental staring spotlight data[C]. Proceedings of IGARSS, Munich, Germany, 2012: 3576-3579.
  - [7] Liu Yan, Xing Meng-dao, and Sun Guang-cai. Echo model analysis and imaging algorithm for high-resolution SAR on high-speed platform[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2012, 50(3): 933-950.
  - [8] Huang Li-jia, Hu Dong-hui, Ding Chi-biao, et al. A general two-dimensional spectrum based on polynomial range model for medium-earth-orbit synthetic aperture radar signal processing[C]. Proceedings of 2nd International Conference on Signal Processing Systems (ICSPS), Dalian, China, 2010, 3: 662-665.
  - [9] Wu Xiu, Zhang Shun-sheng, and Xiao Bo. An advanced range equation for geosynchronous SAR[C]. Proceedings of IET International Conference, Shenzhen, China, 2012: 1-4.
  - [10] 汪丙南, 向茂生. 地球同步轨道圆迹 SAR 三维分辨特性分析[J]. 雷达学报, 2012, 1(3): 314-322.  
Wang Bing-nan, and Xiang Mao-sheng. Three-dimensional resolution analysis for geosynchronous circular SAR[J]. *Journal of Radars*, 2012, 1(3): 314-322.
  - [11] Hu Cheng, Long Teng, Zeng Tao, et al. The accurate focusing and resolution analysis method in geosynchronous SAR[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(10): 3548-3563.
  - [12] Raney R K. Doppler properties of radars in circular orbit[J]. *International Journal of Remote Sensing*, 1986, 7(9): 1153-1162.
  - [13] 黄丽佳. 中高轨道 SAR 成像算法研究[D]. [博士学位论文], 中国科学院大学, 2011.  
Huang Li-jia. The study of medium-earth-orbit SAR imaging algorithm[D]. [Ph.D. dissertation], University of Chinese Academy of Science, 2011.
  - [14] 张澄波. 综合孔径雷达原理. 系统分析与应用[M]. 第1版, 北京: 科学出版社, 1989: 163-177.  
Zhang Cheng-bo. Synthetic Aerture Radar Theory System Analysis and Application[M]. 1st Edition, Beijing: Science Press, 1989: 163-177.
  - [15] 赵秉吉. 地球同步 SAR 关键技术研究[D]. [博士学位论文], 中国科学院大学, 2013.  
Zhao Bing-ji. Study on key technology of geosynchronous earth orbital SAR[D]. [Ph.D. dissertation]. University of Chinese Academy of Science, 2013.
- 田雨润: 男, 1988年生, 硕士生, 研究方向为地球同步轨道 SAR.  
禹卫东: 男, 1969年生, 研究员, 博士生导师, 研究方向为星载 SAR 系统设计、高分辨率 SAR 新体制、多极化 SAR、干涉 SAR 等。