

基于三维直方图降维和重建的快速最小误差阈值法

刘金^{*①②} 唐权华^② 余志斌^③ 金炜东^③

^①(西南交通大学信息科学与技术学院 成都 610031)

^②(江西师范大学软件学院 南昌 330022)

^③(西南交通大学电气工程学院 成都 610031)

摘要: 3维最小误差阈值分割法(3D-MET)的抗噪性很强,但计算复杂度非常高。其快速递推方法(3D-RMET)通过构建查找表去除了大量冗余操作,但其速度仍然不能满足实际工程要求。该文采用直方图降维和分级策略提出新的快速实现方法。该方法首先将3D-MET的最优阈值判别式进行分解,并给出新的阈值计算公式,将阈值搜索的空间维度从3维降到1维;然后将3维直方图进行分组和重建,进一步提高了算法处理速度。最后给出了3D-MET,3D-RMET及本文方法的分割结果,并采用量化指标对结果进行对比分析。实验及量化对比结果表明,该方法保持了原3D-MET法的强抗噪性,且将其时间复杂度降为 $O(L^{1/2})$ 。与3D-RMET相比,该方法快了6个数量级,较有效地解决了原方法时间复杂度高的问题。

关键词: 图像处理; 图像分割; 阈值选取; 最小误差; 3维直方图

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)08-1859-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.01468

Fast Minimum Error Thresholding Based on Dimension Reduction and Rebuilding of the 3-Dimensional Histogram

Liu Jin^{①②} Tang Quan-hua^② Yu Zhi-bin^③ Jin Wei-dong^③

^①(School of Information Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

^②(School of Software, Jiangxi Normal University, Nanchang 330022, China)

^③(School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: Three-dimensional Minimum Error Thresholding (3D-MET) is more robust to noise than MET and 2D-MET, but its computational complexity grows exponentially. By constructing look-up tables recursively, its fast algorithm 3D-RMET reduces the complexity from $O(L^6)$ to $O(L^3)$, but its complexity is still too high to be applied to the project. A novel fast method is proposed based on dimension reduction and grading strategy. Firstly, based on the decomposition of 3D-MET, a new threshold discriminant is proposed to reduce the dimensionality from 3D to 1D. And then, the 3D histogram of test image is grouped and rebuilt to further improve its processing speed. Finally, segmentation results of 3D-MET, 3D-RMET and the proposed method are given and evaluated by performance criteria. Experiments and evaluation results indicate that without losing the robustness to noise, the proposed method reduces the time complexity from $O(L^6)$ to $O(L^{1/2})$. Compared with 3D-RMET, the proposed method is 6 magnitudes faster than the former.

Key words: Image processing; Image segmentation; Threshold selection; Minimum error; 3-dimensional histogram

1 引言

阈值分割是图像分割方法研究中的一个重要分支,并在众多领域得到了广泛应用^[1-3]。早期典型的阈值法包括最大类间方差法(Otsu)^[4],最小误差阈值法(MET)^[5]及最大熵阈值法^[6]。其中, MET 是一

种重要的全局自适应阈值分割方法。与其它阈值法相比, MET 受目标和背景的相对大小影响较小,对于小目标图像来讲能得到更好的分割效果。1维 MET 由 Kittler 和文献[5]首次提出。后来文献[7]认为理想的目标和背景的灰度分布更接近于泊松分布。据此多位学者分别提出了多种基于泊松分布的1维 MET^[7-9]。Sezgin 等人^[10]对比分析了40种阈值算法,其分析结果表明:与其它1维阈值法相比,1维 MET 具有更好的分割性能。但其缺点是对噪声

2013-09-26 收到, 2013-12-20 改回

国家自然科学基金(61134002, 61262037)和中央高校基本科研业务费专项基金(SWJTU11BR026)资助课题

*通信作者: 刘金 liujin_man@163.com

极为敏感,对于低信噪比图像,1维MET很难取得好的分割效果。为了提高其抗噪性,范九伦等人^[11]将图像灰度直方图的维度提升到2维,对原方法进行了2维推广(2D-MET),其本质在于利用灰度值及其邻域的相关性降低噪声对分割的影响。在此基础上,文献[12-15]从不同角度对2D-MET进行了改进,这些改进方法在一定程度上提高了其分割效果或降低了算法复杂度。对含有高斯噪声的图像,2D-MET能取得较好的分割效果,但其无法对包含其它噪声或混合多种噪声的图像进行有效分割^[16]。针对这一问题,作者在此前提出了3维最小误差阈值法(3D-MET)^[17],并给出了其递推快速方法(3D-RMET)。3D-MET具有很强的抗噪性,能对混合多种噪声的图像进行有效分割,但缺点是需要3维空间中搜索最佳阈值,其时间复杂度达到 $O(L^6)$ 。虽然3D-RMET通过构建查找表,减少了原3D-MET中的大量冗余计算,但其计算复杂度仍然高达 $O(L^3)$ 。而且随着图像灰度等级 L 的增大,两者的计算复杂度均会急剧增大,使得该方法不能应用于实际的工程应用。

因此,为了更有效地降低原3D-MET的算法复杂度,本文基于降维和分级策略提出一种新的快速实现方法。新方法首先将3维最佳阈值的求解问题分解成3个1维阈值的求解,然后对3维直方图进行分组和重建,分两步计算最佳分割阈值。本文方法保留了原算法的强抗噪性,两者分割效果相当,但将后者的时间复杂度从 $O(L^6)$ 降为 $O(L^{1/2})$,大大降低了原方法的计算复杂度。

2 3维最小误差阈值法

为了便于新方法的符号描述,本节只简要介绍原3D-MET法。3D-MET的详细阐述参见文献[17]。

对于一个大小为 $M \times N$ 的数字图像,设图像的灰度等级为 L ,记图像中某一像素点的灰度值为 i ,该像素点的 $K \times K$ 邻域的灰度均值及 $K \times K$ 邻域灰度中值分别记为 j 和 k , $0 \leq i, j, k \leq L-1$ 。在此基础上定义图像的3维直方图 $h(i, j, k)$,直方图中任意一点的取值记为 $p_{i, j, k}$ 。假设一幅图像的理想灰度分布服从高斯分布,且存在最佳阈值 (s, t, q) 将图像分割成背景 C_0 和目标 C_1 两类。将背景 C_0 和目标 C_1 发生的概率分别记为 $P_0(s, t, q)$ 和 $P_1(s, t, q)$,其均值和方差分别记为 $\bar{\mu}_0, \bar{\mu}_1, \sigma_0^2, \sigma_1^2$ 。由最小分类误差思想和相对熵理论,可得到以下最小误差判别函数 $\xi(s, t, q)$:

$$\begin{aligned} \xi(s, t, q) = & P_0(s, t, q) \ln \sigma_{i_0} \sigma_{j_0} \sigma_{k_0} \\ & + P_1(s, t, q) \ln \sigma_{i_1} \sigma_{j_1} \sigma_{k_1} - P_0(s, t, q) \\ & \cdot \ln P_0(s, t, q) - P_1(s, t, q) \ln P_1(s, t, q) \quad (1) \end{aligned}$$

使 $\xi(s, t, q)$ 取最小值的 s, t, q 为最佳阈值 (s^*, t^*, q^*) ,即

$$(s^*, t^*, q^*) = \arg \min_{0 \leq s, t, q \leq L-1} \{\xi(s, t, q)\} \quad (2)$$

3 基于降维和重建的快速算法

原3D-MET在求解式(2)需要在3维空间中遍历搜索最佳阈值,其时间复杂度为 $O(L^6)$ 。3D-RMET采用查找表的方式,时间复杂度为 $O(L^3)$ 。为了进一步提高其算法性能,下面分两步提出新的快速实现算法。

3.1 降维

岳峰等人^[18]针对2维Otsu法,提出了基于分解的2维Otsu快速实现方法。下面基于同样的思路,对3D-MET进行降维。应用3维离散随机变量的边缘概率分布,可将3维阈值 (s^*, t^*, q^*) 的求解问题分解成3个1维阈值 s^*, t^* 和 q^* 的求解,避免在3维空间里穷举搜索阈值。根据3维直方图中的三元组 (i, j, k) 的联合概率 $p_{i, j, k}$,可以得到关于像素灰度 i ,邻域灰度均值 j 和邻域灰度中值 k 的边缘概率,分别记为 W_i, W_j 和 W_k 。

$$W_i = \sum_{j=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} p_{i, j, k}, \quad 0 \leq i \leq L-1$$

$$W_j = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} p_{i, j, k}, \quad 0 \leq j \leq L-1$$

$$W_k = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} p_{i, j, k}, \quad 0 \leq k \leq L-1$$

针对原始像素灰度图像 W_i 的1维直方图,假设阈值 s 将其分割为背景 C_0 和目标 C_1 。由1维MET法的定义可知,对于 C_0 和 C_1 各自的概率、均值及方差,有如下参数估计:

$$P_{i_0}(s) = \sum_{i=0}^s W_i, \quad P_{i_1}(s) = \sum_{i=s+1}^{L-1} W_i \quad (3)$$

$$\mu_{i_0}(s) = \frac{1}{P_{i_0}(s)} \sum_{i=0}^s i W_i, \quad \mu_{i_1}(s) = \frac{1}{P_{i_1}(s)} \sum_{i=s+1}^{L-1} i W_i \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{i_0}^2(s) &= \frac{1}{P_{i_0}(s)} \sum_{i=0}^s (i - \mu_{i_0}(s))^2 W_i \\ \sigma_{i_1}^2(s) &= \frac{1}{P_{i_1}(s)} \sum_{i=s+1}^{L-1} (i - \mu_{i_1}(s))^2 W_i \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中最佳阈值 s^* 满足式(6)^[5]:

$$\begin{aligned} s^* = & \arg \min_{0 \leq s \leq L-1} \{P_{i_0}(s) \ln \sigma_{i_0}(s) + P_{i_1}(s) \ln \sigma_{i_1}(s) \\ & - P_{i_0}(s) \ln P_{i_0}(s) - P_{i_1}(s) \ln P_{i_1}(s)\} \quad (6) \end{aligned}$$

根据3D-MET中关于3维直方图中区域2~7的 $p_{i, j, k}$ 均为零的假定条件^[17],可推出:

$$\begin{aligned} P_0(s, t, q) &= \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t \sum_{k=0}^q p_{i, j, k} + \sum_{i=0}^s \sum_{j=t+1}^{L-1} \sum_{k=q+1}^{L-1} p_{i, j, k} \\ &= \sum_{i=0}^s W_i = P_{i_0}(s) \quad (7) \end{aligned}$$

$$P_1(s, t, q) = \sum_{i=s+1}^{L-1} \sum_{j=t+1}^{L-1} \sum_{k=q+1}^{L-1} p_{i,j,k} + \sum_{i=s+1}^{L-1} \sum_{j=0}^t \sum_{k=0}^q p_{i,j,k}$$

$$= \sum_{i=s+1}^{L-1} W_i = P_{i1}(s) \quad (8)$$

$$\mu_{i0}(s, t, q) = \frac{\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t \sum_{k=0}^q ip_{i,j,k}}{P_0} = \frac{1}{P_{i0}(s)} \sum_{i=0}^s iW_i = \mu_{i0}(s) \quad (9)$$

$$\mu_{i1}(s, t, q) = \frac{\sum_{i=s+1}^{L-1} \sum_{j=t+1}^{L-1} \sum_{k=q+1}^{L-1} ip_{i,j,k}}{P_1}$$

$$= \frac{1}{P_{i1}(s)} \sum_{i=s+1}^{L-1} iW_i = \mu_{i1}(s) \quad (10)$$

$$\sigma_{i0}^2(s, t, q) = \frac{\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t \sum_{k=0}^q (i - \mu_{i0}(s, t, q))^2 p_{i,j,k}}{P_0(s, t, q)}$$

$$= \frac{1}{P_{i0}(s)} \sum_{i=0}^s (i - \mu_{i0}(s))^2 W_i = \sigma_{i0}^2(s) \quad (11)$$

$$\sigma_{i1}^2(s, t, q) = \frac{\sum_{i=s+1}^{L-1} \sum_{j=t+1}^{L-1} \sum_{k=q+1}^{L-1} (i - \mu_{i1}(s, t, q))^2 p_{i,j,k}}{P_1(s, t, q)}$$

$$= \frac{1}{P_{i1}(s)} \sum_{i=s+1}^{L-1} (i - \mu_{i1}(s))^2 W_i = \sigma_{i1}^2(s) \quad (12)$$

同理, 对于邻域灰度均值图像 W_j 和邻域灰度中值图像 W_k 的 1 维直方图, 在假定条件下, 也可推出:

$$\left. \begin{aligned} P_0(s, t, q) &= P_{j0}(t) = P_{k0}(q), \quad P_1(s, t, q) = P_{j1}(t) = P_{k1}(q) \\ \sigma_{j0}^2(s, t, q) &= \sigma_{j0}^2(t), \quad \sigma_{j1}^2(s, t, q) = \sigma_{j1}^2(t) \\ \sigma_{k0}^2(s, t, q) &= \sigma_{k0}^2(q), \quad \sigma_{k1}^2(s, t, q) = \sigma_{k1}^2(q) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

将式(7)~(13)代入式(1)并化简后, 有

$$\xi(s, t, q) = [P_{i0}(s) \ln \sigma_{i0}(s) + P_{i1}(s) \ln \sigma_{i1}(s) - P_{i0}(s) \ln P_{i0}(s) - P_{i1}(s) \ln P_{i1}(s)]$$

$$+ [P_{j0}(t) \ln \sigma_{j0}(t) + P_{j1}(t) \ln \sigma_{j1}(t)]$$

$$+ [P_{k0}(q) \ln \sigma_{k0}(q) + P_{k1}(q) \ln \sigma_{k1}(q)] \quad (14)$$

记

$$J(s) = P_{i0}(s) \ln \sigma_{i0}(s) + P_{i1}(s) \ln \sigma_{i1}(s) - P_{i0}(s) \ln P_{i0}(s) - P_{i1}(s) \ln P_{i1}(s) \quad (15)$$

$$W(t) = P_{j0}(t) \ln \sigma_{j0}(t) + P_{j1}(t) \ln \sigma_{j1}(t) \quad (16)$$

$$R(q) = P_{k0}(q) \ln \sigma_{k0}(q) + P_{k1}(q) \ln \sigma_{k1}(q) \quad (17)$$

则式(2)可改写成:

$$(s^*, t^*, q^*) = \arg \min_{\substack{0 \leq s, t, q \leq L-1}} \{ \xi(s, t, q) \} = \arg \min_{\substack{0 \leq s \leq L-1}} J(s)$$

$$+ \arg \min_{\substack{0 \leq t \leq L-1}} W(t) + \arg \min_{\substack{0 \leq q \leq L-1}} R(q) \quad (18)$$

式(18)实现了变量 s , t 和 q 的完全分离。因此, 假定条件下, 3 维阈值 (s^*, t^*, q^*) 的求解问题可分解成 3 个 1 维阈值 s^* , t^* 和 q^* 的求解。

3.2 3 维直方图的分组和重建

在对 3D-MET 进行降维的基础上, 通过将 3 维

直方图进行分级和重建, 可进一步将算法的时间复杂度降到 $O(L^{1/2})$ 。算法的具体步骤如下:

(1) 3 维直方图分组。将 3 维直方图 Ω 分别按 X 轴, Y 轴和 Z 轴等分成 $M \times M \times M$ 个小立方体, 每个小立方体内包含 $N \times N \times N$ 个点, $N=L/M$ 。用 α, β 和 γ 分别代表该小立方体在 X 轴, Y 轴和 Z 轴方向上的起始位置, 每个小块记为 $\Omega_{\alpha, \beta, \gamma}$, $0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq M-1$ 。则每一个 $\Omega_{\alpha, \beta, \gamma}$ 的概率 $P_{\Omega_{\alpha, \beta, \gamma}}$ 为

$$P_{\Omega_{\alpha, \beta, \gamma}} = \sum_{i=\alpha \times N}^{(\alpha+1) \times N-1} \sum_{j=\beta \times N}^{(\beta+1) \times N-1} \sum_{k=\gamma \times N}^{(\gamma+1) \times N-1} p_{i,j,k} \quad (19)$$

(2) 3 维直方图重建。将分组后的每个小块 $\Omega_{\alpha, \beta, \gamma}$ 合并看成是一个点, 该点灰度值取这一小块内部所有灰度的中值, 并建立新的 3 维直方图 $\bar{\Omega}$ 。 $\bar{\Omega}$ 定义在一个 $M \times M \times M$ 大小的正方体内, 其中每个点的概率为 $P_{\bar{\Omega}_{\alpha, \beta, \gamma}}$ 。

(3) 在 $\bar{\Omega}$ 上使用本文提出的式(18)计算得到 (s', t', q') 。由 (s', t', q') 即可确定最优分割阈值所在的小立方体的位置, 记为 $\Omega_{s', t', q'}$ 。

$$(s', t', q') = \arg \min_{0 \leq s, t, q \leq M-1} [J(s) + R(t) + R(q)]$$

$$= \arg \min_{0 \leq s \leq M-1} [J(s)] + \arg \min_{0 \leq t \leq M-1} [W(t)]$$

$$+ \arg \min_{0 \leq q \leq M-1} [R(q)] \quad (20)$$

(4) 在 $\Omega_{s', t', q'}$ 上再次使用式(18), 将计算得到原图像的最终分割阈值 (s^*, t^*, q^*) 。

$$(s^*, t^*, q^*) = \arg \min_{\substack{s' \times N \leq s \leq (s'+1) \times N-1 \\ t' \times N \leq t \leq (t'+1) \times N-1 \\ q' \times N \leq q \leq (q'+1) \times N-1}} [J(s) + W(t) + R(q)]$$

$$= \arg \min_{s' \times N \leq s \leq (s'+1) \times N-1} [J(s)]$$

$$+ \arg \min_{t' \times N \leq t \leq (t'+1) \times N-1} [W(t)]$$

$$+ \arg \min_{q' \times N \leq q \leq (q'+1) \times N-1} [R(q)] \quad (21)$$

(5) 用 (s^*, t^*, q^*) 对原图像进行分割。经 3 维阈值分割后的图像记为 $R(x, y)$,

$$R(x, y) = \begin{cases} 0, & f(x, y) < s^*, g(x, y) < t^*, h(x, y) < q^* \\ 255, & \text{其它} \end{cases}$$

在满足 3 维直方图中区域 2~7 的概率 $p_{i,j,k}$ 均为零的假定条件时, 本文方法求得的阈值与原 3D-MET 法得到的阈值相同; 在不满足上述假定条件的情况下, 两者求得的阈值不同。产生这种影响的原因在于: 实际中的图像都或多或少地包含一些噪声, 而原 3D-MET 法并未真正忽略 3 维直方图中的区域 2~7 的 $p_{i,j,k}$, 属于这些区域的像素在分割时都被作为背景处理。

4 算法复杂度分析

假定图像的灰度等级为 L ，下面对比分析 3D-MET, 3D-RMET 及本文算法的复杂度。

(1)时间复杂度。3D-MET 在求解最佳阈值时需要在 3 维空间穷举遍历整幅图像，其时间复杂度为 $O(L^6)$ 。其快速递推算法 3D-RMET 通过构建查找表，去除了大量冗余计算，将 3D-MET 的时间复杂度降为 $O(L^3)$ 。本文新算法的时间复杂度主要在于计算式(20)和式(21)，其中求解式(20)耗时 $O(M+M+M)$ ，求解式(21)耗时 $O(N+N+N)$ ，总的时间开销为 $O(3M+3L/M)$ 。当 M 取 $L^{1/2}$ 时，本文算法的总时间复杂度达到最小，为 $O(6L^{1/2}) \approx O(L^{1/2})$ 。

(2)空间复杂度。原始 3 维 Otsu 法需要存储 1 个 3 维直方图，其空间复杂度为 $S(L^3)$ 。而 3D-RMET 由于构建了 3 个查询表，需要额外消耗 $3L^3$ 个存储空间，故其总的空间复杂度为 $S(4L^3)$ 。本文方法的直方图重建部分需消耗额外的 M^3 个存储空间，降维需消耗额外的 $3M$ 个存储空间，总的空间开销为 (L^3+M^3+3M) 。当取 $M=L^{1/2}$ 时，本文算法的空间复杂度为 $S(L^3+L^{3/2}+3L^{1/2}) \approx S(L^3)$ 。

图 1 和图 2 为 3 种方法的复杂度与图像灰度等级 L 的关系对比。图 1 显示，原 3D-MET 及其递推方法 3D-RMET 的计算复杂度会随着 L 的增长而急剧上升，而本文方法变化缓慢。因此图像灰度级 L 越大，本文方法在速度上的优势会更加明显。图 2 的结果表明，本文方法在空间上的开销比 3D-RMET 低的多。虽然比原 3D-MET 略高一点，但总体变化趋势与 3D-MET 是一致的，其增加的空间开销。相对当前计算机的内存大小而言只是很小的开销，不会影响其在实际工程中的适用性，这点将在实验部分进行验证。

5 实验结果及分析

本文实验的硬件环境为：Intel Core 2 Duo Cpu 1.83 GHz, 1 G 内存，软件环境为 Windows XP Sp3 + VS2008。由于本文的目的是在保持 3D-MET 分

割效果的同时，降低其计算复杂度。因此，实验部分只对 3D-MET, 3D-RMET 及本文方法的分割效果和实际复杂度进行对比分析，以验证本文方法的有效性。关于本文与其它类型的阈值法(如 Otsu, 最大熵等)的对比，此前在文献[17]已详细分析。实验中，各图像灰度级为 $L=256$ ，邻域宽度为 $K=3$ 。实验得到的所有实测数据均采用四舍五入，精度为保留小数点后 3 位数字。

为了准确评估各算法的分割效果，本文选用两个最为常用的量化指标：区域不一致性(region NonUniformity, NU)。NU 由于不需要依赖于 Ground Truth 作参考，因此被广泛用于没有标准参考模板的图像分割的效果评估^[19]。NU 的公式如下：

$$NU = \frac{|F_t|}{|F_t + B_t|} \frac{\sigma_f^2}{\sigma^2} \quad (22)$$

式中， σ^2 为实验图像的总方差， σ_f^2 为实验图中目标类的方差。 $0 \leq NU \leq 1$ ，NU 越接近 0，表示背景和目标的二阶矩越易于区分，分割效果越好，反之效果越差。

另外，由于 3D-RMET 法只是构建查找表以避免大量的冗余计算，其并没有改变原 3D-MET 法的阈值判别公式，因此这两种方法得到的最优分割阈值是完全相同的。而本文方法基于降维和重建提出了与原方法截然不同的新的阈值求取式(18)，因此其计算得到的最优阈值与前两种方法求得的阈值相差较大。表 1 为实验中各算法针对各测试图像所求得的最优分割阈值。

图 3 为不同场景图像在不同噪声情况下的分割结果对比。其中，图 3(a1)为海陆分割(SeaLand)，

表 1 各算法的阈值比较

测试图像	3D-MET	3D-RMET	本文方法
海陆	(167, 120, 107)	(167, 120, 107)	(117, 113, 104)
城区	(89, 126, 103)	(89, 126, 103)	(75, 77, 78)
农田	(138, 117, 105)	(138, 117, 105)	(124, 121, 122)

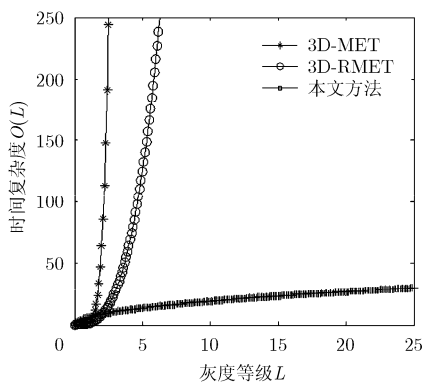


图 1 各算法的时间复杂度对比

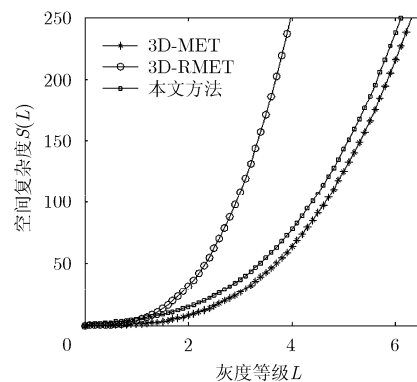


图 2 各算法的空间复杂度对比

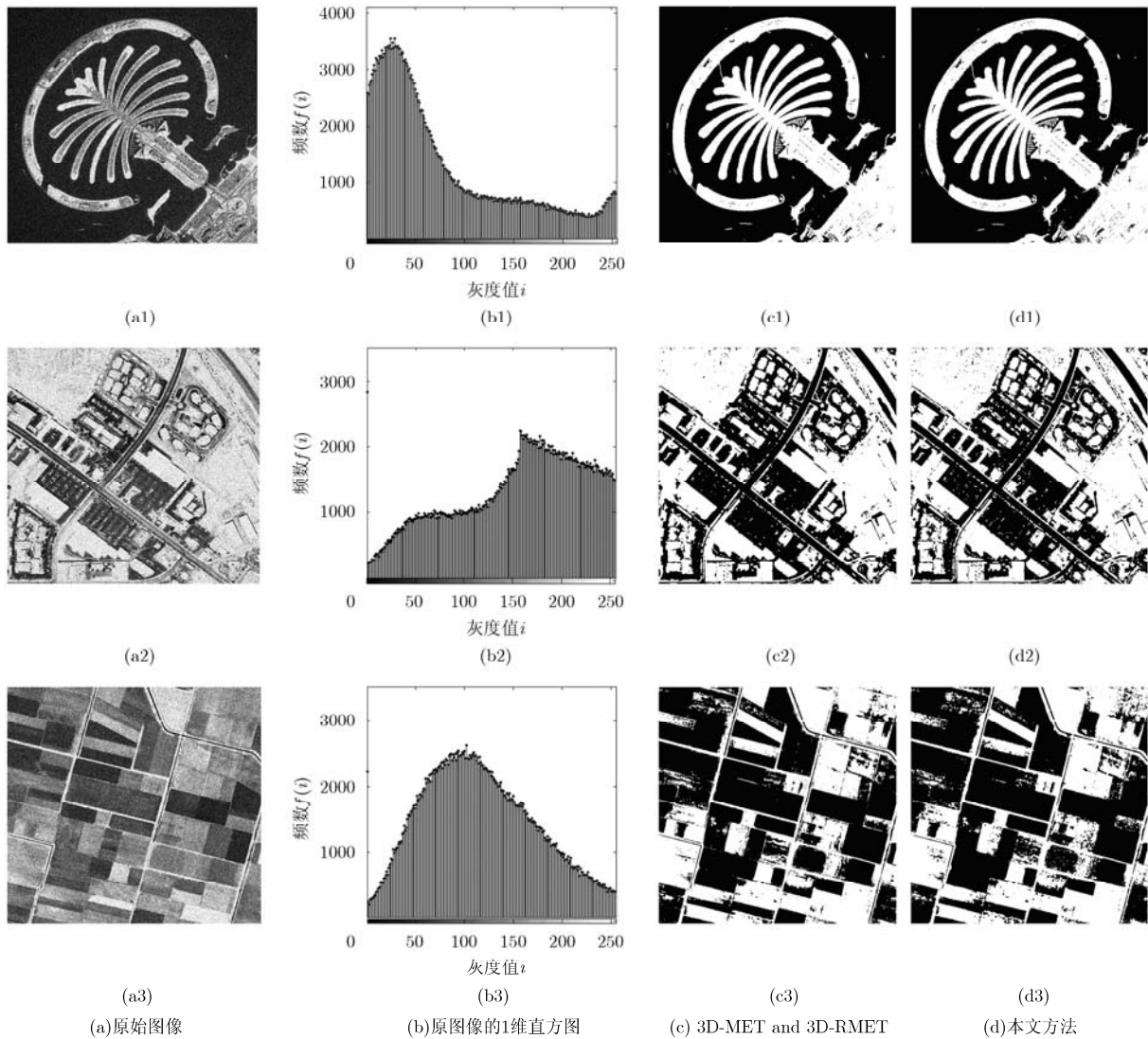


图 3 不同噪声情况下的分割结果对比

添加了 2% 的高斯噪声。图 3(a2)为城区分割(Urban Area), 添加了 5% 的乘性噪声和 5% 的高斯噪声。图 3(a3)为农田分割(FarmLand), 添加了 10% 的乘性噪声和 10% 的高斯噪声。这 3 幅源图像的大小依次为 600×600 , 658×658 和 625×625 。图 3(b)为这 3 幅图各自对应的 1 维直方图, 可以看出, 噪声越多, 其 1 维直方图越趋于单峰形状, 有效分割的难度也越大。图 3(c)为原 3D-MET 及其递推方法的分割结果。图 3(d)为本文方法的分割结果。考虑到这 3 幅测试图没有标准的分割结果作参考, 因此选用量化指标 NU 作为评估标准, 具体量化结果见表 2。从纵向比较表 2 各行数据可以看出, 随着噪声的增强, 3 种算法的 NU 值都是变大的, 这说明噪声对区域一致性的影响变大, 导致 3 种方法的分割精度都相应降低。横向比较表 2 的各列 NU 值可以看出, 对于海陆, 本文方法的 NU 值为 0.109, 小于另外两种方法

表 2 海陆、城区及农田的 NU 值

测试图像	3D-MET	3D-RMET	本文方法
海陆	0.113	0.113	0.109
城区	0.137	0.137	0.138
农田	0.213	0.213	0.215

的 0.113; 而对于城区和农田, 本文的 NU 值均大于前两种方法, 这说明同一算法的分割效果跟测试图像的灰度分布有关。

表 3 给出在计算机性能和图像大小均相同但灰度分辨率 L 不同的条件下, 各算法所需的存储空间大小。表 3 中加粗的数字表示与原 3D-MET 相比, 本文方法额外消耗的存储空间。本文的所有实验图像的灰度级均为 256。从表 3 可以看出, 在该灰度级下, 与原 3D-MET 相比, 本文方法需要额外增加 4144 Byte 的空间开销。相对现今计算机硬件条件,

表 3 不同灰度等级下的空间代价对比(Byte)

方法	图像灰度级				
	64	128	256	512	1024
3D-MET	64 ³	128 ³	256 ³	512 ³	1024 ³
3D-RMET	4×64 ³	4×128 ³	4×256 ³	4×512 ³	4×1024 ³
本文方法	64 ³ +536	128 ³ +1483	256 ³ +4144	512 ³ +11654	1024 ³ +32864

4144 Byte 字节的额外空间开销,对算法整体空间复杂度的影响是很小的。表 4 是在相同实验软硬件环境下,各算法的实际运行时间对比。需要指出的是,这些时间值只是各算法求解最优阈值所花费的时间,不包括图像读写等其它操作的时间。除去程序执行过程中存在的系统误差及随机误差等因素影响,表 4 的结果与图 1 的理论分析结果基本一致。比较表 4 的实验结果可以看出,由于本文方法采用了 3 维直方图降维和分级,因此其处理时间远远小于原 3D-MET 法及 3D-RMET 的运算时间。

表 4 各算法的实际运算时间对比(ms)

测试图表	3D-MET	3D-RMET	本文方法
海陆	2.416×10 ⁸	1.317×10 ⁴	51.381
城区	2.418×10 ⁸	1.341×10 ⁴	57.406
农田	2.413×10 ⁹	1.293×10 ⁵	50.189

6 结束语

针对原始 3D-MET 的高计算复杂度问题,本文在详细分析原算法特点的基础上,从原方法的假定条件及边缘概率分布的角度出发,提出了新的阈值计算公式。同时结合 3 维直方图的分组和重建,大大降低了原方法的时间复杂度。文中实际测试中,新方法的时间复杂度为 $O(L^{1/2})$,空间复杂度为 $S(L^3)$ 。新方法的计算速度比原 3D-MET 快 12 个数量级,比其递推方法 3D-RMET 快了 6 个数量级,且新方法能达到原方法的分割精度。此外,本文方法的思路也可应用于其它基于直方图的高维阈值分割法的改进。

参考文献

- [1] Dirami A, Hammouche K, Diaf M, et al. Fast multilevel thresholding for image segmentation through a multiphase level set method[J]. *Signal Processing*, 2013, 93(1): 139-153.
- [2] 颜学颖, 焦李成. 基于各向异性自适应高斯加权方向窗的非局部三维 Otsu 图像门限分割[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(11): 2672-2679.
Yan Xue-ying and Jiao Li-cheng. Non-local three-dimensional Otsu image thresholding segmentation based on anisotropic

- adaptive gaussian weighted window[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(11): 2672-2679.
- [3] 赵菲, 卢焕章, 张志勇. 自适应双极性红外舰船目标分割算法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(10): 2432-2438.
Zhao Fei, Lu Huan-zhang, and Zhang Zhi-yong. Adaptive bilateral polarity ship segmentation in infrared images[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(10): 2432-2438.
- [4] Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1979, 9(1): 62-66.
- [5] Kittler J and Illingworth J. Minimum error thresholding[J]. *Pattern Recognition*, 1986, 19(1): 41-47.
- [6] Kapur J N and Sahoo P K. A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram[J]. *Computer Vision Graphics Image Processing*, 1985, 29(3): 273-285.
- [7] Pal N R and Pal S K. Image model, Poisson distribution and object extraction[J]. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 1991, 5(3): 459-483.
- [8] Pal N R and Bhandari D. On object background classification [J]. *International Journal of Systems Science*, 1992, 23(11): 1903-1920.
- [9] Pal N R. On minimum cross-entropy thresholding[J]. *Pattern Recognition*, 1996, 29(4): 575-580.
- [10] Sezgin M and Sankur B. Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation[J]. *Journal of Electronic Imaging*, 2004, 13(1): 146-168.
- [11] 范九伦, 雷博. 灰度图像最小误差阈值分割法的二维推广[J]. 自动化学报, 2009, 35(4): 386-393.
Fan Jiu-lun and Lei Bo. Two-dimensional extension of minimum error threshold segmentation method for gray-level images[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2009, 35(4): 386-393.
- [12] Xue Jing-hao and Titterington D M. Median-based image thresholding[J]. *Image and Vision Computing*, 2011, 29(9): 631-637.
- [13] 张新明, 李振云, 孙印杰. 快速二维直方图斜分最小误差的图像阈值分割[J]. 电光与控制, 2012, 19(6): 8-12.
Zhang Xin-ming, Li Zhen-yun, and Sun Yin-jie. Fast image thresholding with minimum error based on 2-D oblique segmentation[J]. *Electronics Optics & Control*, 2012, 19(6): 8-12.

- [14] 吴一全, 张晓杰, 吴诗嫻, 等. 基于混沌 PSO 或分解的二维最小误差阈值分割[J]. 浙江大学学报(工学版), 2011, 45(7): 1198-1205.
Wu Yi-quan, Zhang Xiao-jie, Wu Shi-hua, *et al.* Two-dimensional minimum error thresholding based on chaotic particle swarm optimization or decomposition[J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2011, 45(7): 1198-1205.
- [15] 朱齐丹, 荆丽秋, 毕荣生, 等. 最小误差阈值分割法的改进算法[J]. 光电工程, 2010, 37(7): 107-113.
Zhu Qi-dan, Jing Li-qiu, Bi Rong-sheng, *et al.* Improvement algorithm of minimum-error thresholding segmentation method[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2010, 37(7): 107-113.
- [16] Yimit A, Hagihara Y, Miyoshi T, *et al.* 2-D direction histogram based entropic thresholding[J]. *Neurocomputing*, 2013, 120(22): 287-297.
- [17] 刘金, 余志斌, 金炜东. 三维最小误差阈值法及其快速递推算算法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(9): 2073-2080.
Liu Jin, Yu Zhi-bin, and Jin Wei-dong. Three dimensional minimum error threshold algorithm and its fast recursive method[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(9): 2073-2080.
- [18] 岳峰, 左旺孟, 王宽全. 基于分解的灰度图像二维阈值选取算法[J]. 自动化学报, 2009, 35(7): 1022-1027.
Yue Feng, Zuo Wang-meng, and Wang Kuan-quan. Decomposition based two-dimensional threshold algorithm for gray images[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2009, 35(7): 1022-1027.
- [19] Zhang Y J. A survey on evaluation methods for image segmentation[J]. *Pattern Recognition*, 1996, 29(8): 1335-1346.
- 刘 金: 男, 1981 年生, 博士生, 研究方向为智能信息处理、计算机视觉.
唐权华: 男, 1976 年生, 副教授, 研究方向为视频信号处理.
余志斌: 男, 1976 年生, 副教授, 研究方向为信号与智能信息处理、模式识别.
金炜东: 男, 1959 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为智能信息处理、系统仿真和优化理论与控制.