# 基于交替投影的 MIMO 雷达最优波形设计

赵宜楠\* 张 涛 李风从 周志权 (哈尔滨工业大学电子与信息工程学院 哈尔滨 150001)

摘 要:该文研究用于多输入多输出(MIMO)雷达的具有低相关旁瓣的恒模波形设计方法,这类波形可以抑制距离 旁瓣遮蔽和不同信号回波之间的相互干扰。首先,根据非周期相关函数与功率谱(PSD)之间的傅里叶变换对关系, 将波形的相关特性优化问题转换为功率谱优化问题;然后,基于功率谱拟合的思想,将设计波形的功率谱向理想波 形功率谱逼近;最后,在时、频域交替投影的算法框架下,利用快速傅里叶变换(FFT)实现波形的优化设计。计算 机仿真表明,该算法能够设计具有良好相关特性的 MIMO 雷达波形且运算效率较高。 关键词: MIMO 雷达;波形设计;旁瓣抑制;功率谱逼近;交替投影 中图分类号: TN957.51 文献标识码: A 文章编号:1009-5896(2014)06-1368-06 DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.01198

## **Optimal Waveform Design for MIMO Radar via Alternating Projection**

Zhao Yi-nan Zhang Tao Li Feng-cong Zhou Zhi-quan

(School of Electrics and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: This paper discusses the design of unimodular waveforms with low correlation sidelobes that is useful for MIMO radar. These waveforms can suppress range sidelobes masking and mutual interferences among different echo signals. First, according to the relationship between the aperiodic correlation sequences and the waveforms Power Spectral Density (PSD), the correlation porperty optimization is transformed into the PSD optimization. Then, based on the PSD approximation, the designed waveforms PSDs are approximated to ideal ones. Finally, under the algorithm framework of alternating projection, Fast Fourier Transform (FFT) are used to optimize the waveforms. The numerical simulations demonstrate that the proposed method can design waveforms with good correlations for MIMO radar and it is computationally efficient.

**Key words**: MIMO radar; Waveform design; Range sidelobe suppressing; Power Spectral Density (PSD) approximation; Alternating projection

## 1 引言

随着 MIMO 雷达技术的发展,设计具有特定功能的 MIMO 雷达波形成为相关领域的研究热点<sup>[1-5]</sup>。文献[6,7]研究设计具有低相关旁瓣的组网雷达波形,以此保证雷达系统的波形分集特性<sup>[8]</sup>,进而实现更好的探测性能<sup>[0]</sup>,更强的目标识别能力<sup>[10]</sup>以及自适应阵列技术的直接运用<sup>[11]</sup>等。

为了最大化利用发射机功率,同时避免发射机 放大器非线性特性导致的波形畸变,MIMO 雷达波 形需要满足恒模约束<sup>[12]</sup>;而为了抑制不同发射波形 之间的交叉干扰,保证接收端匹配滤波器更好地提 取感兴趣距离单元内的回波信号,波形需要具有尽 可能低的自相关峰值旁瓣和互相关峰值<sup>[13-15]</sup>。文献 [16]提出的 Multi-CAN 算法虽然可以设计这类波

2013-08-06 收到, 2013-11-18 改回 国家自然科学基金(61371181)资助课题 \*通信作者:赵宜楠 hrbzyn@163.com

形,但由于约束项过多,算法输出的波形集合的自 相关峰值旁瓣较高,相关特性不够理想。实际上, 设计在全部时间间隔都具有极低旁瓣的波形是一项 十分困难的工作。

本文根据非周期相关函数与功率谱的傅里叶变换对关系,提出了一种具有良好相关特性的波形设计方法。该方法基于交替投影框架<sup>[17]</sup>,分别定义具有恒模特性的波形集合和具有理想频谱的波形集合,使用交替投影算子进行求解,与具有类似思想的 Multi-CAN 算法相比,具有更低的自相关峰值旁瓣和更快的计算速度。本文将该算法命名为 MDISAA(Multi-Dimensinal Iterative Spectral Approximation Algorithm)。

### 2 问题建模

假定 MIMO 雷达系统由 M 个发射阵元组成,每个阵元使用一个包含 N 个码元的波形,所有的波形构成一个波形矩阵  $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 。

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{s}_1 \ \boldsymbol{s}_2 \cdots \boldsymbol{s}_M \end{bmatrix} \tag{1}$$

其中  $s_m \in \mathbb{C}^N, m = 1, 2, \dots, M$ ,  $\mathbb{C}^N$  和  $\mathbb{C}^{N \times M}$  分别代 表 N 维复向量集合与  $N \times M$  复矩阵集合。定义序列 间的非周期相关函数如下:

$$c_k\left(\boldsymbol{s}_{m1}, \boldsymbol{s}_{m2}\right) = \boldsymbol{s}_{m1}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{U}_k \boldsymbol{s}_{m2} \qquad (2)$$

其中 $(\cdot)^{H}$ 代表共轭转置,  $\mathbb{R}^{N \times N}$ 代表 $N \times N$ 实矩阵集合,  $U_k \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 为移位矩阵,定义如下:

$$\boldsymbol{U}_{k} = \begin{cases} \boldsymbol{I}_{N}, & k = 0 \\ \begin{pmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}_{N-k} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{pmatrix}, & k > 0 \\ \boldsymbol{U}_{-k}^{\mathrm{T}}, & k < 0 \end{cases}$$
(3)

其中  $I_N$  为  $N \times N$  的单位阵, 0 为具有合适尺寸的全 0 矩阵。当 m1 = m2 时,  $c_k$  代表波形的自相关函数, 为了简化描述,本文使用  $a_k(s_m)$  代表  $c_k(s_m, s_m)$ 。

波形设计的目的是减少设计波形矩阵与理想波 形矩阵之间的误差,由此可以得到波形设计的目标 函数为

$$I(\boldsymbol{S}) = \sum_{k=-N+1}^{N-1} \left\| \boldsymbol{S}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{U}_{k} \boldsymbol{S} - \tilde{\boldsymbol{S}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{U}_{k} \tilde{\boldsymbol{S}} \right\|_{F}^{2}$$
(4)

其中 $\tilde{\mathbf{S}} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 为具有理想相关特性的波形矩阵,  $\mathbb{H}_F$ 代表 Frobinus 范数。令理想波形矩阵中的所有 波形之间的互相关为 0,目标函数式(4)可以写成

$$J(\boldsymbol{S}) = \sum_{k=-N+1}^{N-1} \left\| \boldsymbol{S}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{U}_{k} \boldsymbol{S} - \operatorname{diag}\left( \boldsymbol{a}_{k} \left( \widetilde{\boldsymbol{S}} \right) \right) \right\|^{2}$$
(5)

其中 diag 算子表示由一个列向量构造的对角阵,  $a_k: \mathbb{C}^{N \times M} \to \mathbb{C}^M$  为一个向量值函数(vector-valued function),代表了波形矩阵的所有波形在延迟为 k 处的自相关采样值,定义 $a_k$  为

$$\boldsymbol{a}_{k}\left(\boldsymbol{X}\right) = \left(\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{U}_{k}\boldsymbol{X}\right) \odot \boldsymbol{I}_{M}\boldsymbol{1}_{M\times 1} \tag{6}$$

其中 $\odot$ 为 Hadamard 积,  $\mathbf{1}_{M \times 1}$ 表示 $M \times 1$ 的全 1 列 向量。

考虑到波形的相关与功率谱之间的傅里叶变换 对关系,可以将式(5)所示的目标函数转化为谱的逼 近问题,如式(7)所示。

$$J(\boldsymbol{S}) = \sum_{p=0}^{2N-1} \left\| \boldsymbol{\Phi}_{p} - \operatorname{diag} \left( \tilde{\boldsymbol{f}}_{p} \odot \tilde{\boldsymbol{f}}_{p}^{*} \right) \right\|_{F}^{2}$$
(7)

其中 $(\cdot)^*$ 代表复共轭,  $\Phi_p \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 为谱矩阵, 定义如 式(8):

$$\boldsymbol{\Phi}_{p} = \frac{1}{\sqrt{2N}} \sum_{k=-N+1}^{N-1} \exp\left(-j2\pi \frac{p}{2N}k\right) \boldsymbol{S}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{U}_{k} \boldsymbol{S} \qquad (8)$$

 $ilde{f}_{p} \in \mathbb{C}^{M imes 1}$ 为理想波形矩阵的频谱向量,满足

$$\widetilde{\boldsymbol{f}}_{p} \odot \widetilde{\boldsymbol{f}}_{p}^{*} = \frac{1}{\sqrt{2N}} \sum_{k=-N+1}^{N-1} \exp\left(-j2\pi \frac{p}{2N}k\right) \boldsymbol{a}_{k}\left(\widetilde{\boldsymbol{S}}\right) \quad (9)$$

目标函数由式(5)到式(7)的转化可以视为将原本的

时域中相关的优化问题转化为了基于变换域中谱的 优化问题。由于矩阵序列 **Φ**<sub>p</sub> 是由**S**中各个波形的功 率谱和互谱构成的,使得以式(7)为目标函数的优化 问题是四次的,求解十分困难;为了进行简化,采 用降次的方法,将功率谱的拟合转化为频谱的拟合。 该方法降低了问题的阶数,代价是增加了一个需要 求解的变量。

为了实现降次的目的,需要对谱矩阵 $\Phi_p$ 进行分解; 文献[16]指出,谱矩阵等价于设计波形矩阵频谱向量与自身的外积(Outer product)。

$$\boldsymbol{\Phi}_{p} = \boldsymbol{y}_{p} \otimes \boldsymbol{y}_{p} = \boldsymbol{y}_{p} \boldsymbol{y}_{p}^{\mathrm{H}}$$
 (10)

其中 $\boldsymbol{y}_p \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 为所设计的M个波形在归一化频率为p/(2N)处的频谱采样。

$$\boldsymbol{y}_{p} = \frac{1}{\sqrt{2N}} \sum_{n=0}^{N-1} \exp\left(-j2\pi \frac{p}{2N}n\right) (\boldsymbol{S})_{n+1}^{\mathrm{T}} \qquad (11)$$

其中(**S**)<sub>n</sub>表示矩阵**S**的第 n 行元素。将式(10)和式 (11)代入式(7),得到

$$J(\boldsymbol{S}) = \sum_{p=0}^{2N-1} \left\| \boldsymbol{y}_{p} \boldsymbol{y}_{p}^{\mathrm{H}} - \operatorname{diag} \left( \tilde{\boldsymbol{f}}_{p} \odot \tilde{\boldsymbol{f}}_{p}^{*} \right) \right\|_{F}^{2}$$
$$= \sum_{p=0}^{2N-1} \boldsymbol{\Psi}_{p} + \sum_{p=0}^{2N-1} \operatorname{tr} \left( \operatorname{diag}^{2} \left( \tilde{\boldsymbol{f}}_{p} \odot \tilde{\boldsymbol{f}}_{p}^{*} \right) \right)$$
(12)

其中 tr 表示矩阵的迹, diag<sup>2</sup>(x) 算子表示由列向量 x 中每个元素模的平方构造的对角阵,  $\Psi_n$  定义为

$$\Psi_{p} = \sum_{l=1}^{M} \sum_{t=1}^{M} \left| \boldsymbol{y}_{p,l} \right|^{2} \left| \boldsymbol{y}_{p,t} \right|^{2} - 2 \sum_{t=1}^{M} \left| \boldsymbol{y}_{p,t} \right|^{2} \left| \tilde{\boldsymbol{f}}_{p,t} \right|^{2}$$
(13)

其中 $\mathbf{y}_{p,t}$ 和 $\mathbf{f}_{p,t}$ 分别表示向量 $\mathbf{y}_p$ 和 $\mathbf{f}_p$ 的第t个元素, |•|表示取模值。由式(11)可知, { $\mathbf{y}_p: p = 0, 1, ..., 2N - 1$ }与 $\mathbf{S}$ 具有一一对应的关系,为了便于推导, 此处将目标函数J视为 $\mathbf{y}_p$ 的函数。首先分析 $\mathbf{y}_p$ 的极 值问题,计算其相对于 $|\mathbf{y}_{p,m}|^2$ 的梯度 $\nabla \mathbf{y}_{p,m}$ ,令该梯 度为 0,可得到 $\|\mathbf{y}_p\|^2 = |\mathbf{f}_{p,m}|^2$ 。对于相同的 p、不同 的 m,  $\mathbf{f}_{p,m}$ 可能是变化的,而 $\mathbf{y}_p$ 是不变的,此处的 梯度并不一定为 0。因此,考虑梯度的二范数,如 式(14)所示。

$$\left\|\nabla\Psi_{p}\right\|^{2} = \sum_{m=1}^{M} \left(\nabla\Psi_{p,m}\right)^{2} = 4\sum_{m=1}^{M} \left(\left\|\boldsymbol{y}_{p}\right\|^{2} - \left|\tilde{\boldsymbol{f}}_{p,m}\right|^{2}\right)^{2} \quad (14)$$

易知若  $\|\nabla \Psi_p\|^2 \to 0$ ,则  $\nabla \Psi_{p,m} \to 0$ ,此时  $\Psi_p$  可以取得极值。

$$\overrightarrow{\mathcal{M}} \overrightarrow{\mathcal{F}} p = 0, 1, \cdots, 2N - 1 \sum_{p=0}^{2N-1} \left\| \nabla \Psi_p \right\|^2 = 4M \sum_{p=0}^{2N-1} \left\{ \left\| \boldsymbol{y}_p \right\|^2 - \frac{1}{M} \left\| \widetilde{\boldsymbol{f}}_p \right\|^2 \right\}^2 - \frac{1}{M^2} \left\| \widetilde{\boldsymbol{f}}_p \right\|^4 + \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left| \widetilde{\boldsymbol{f}}_{p,m} \right|^4 \right\}$$
(15)

仍然仅将 $y_p$ 看作变量,则式(15)的极小值问题 等价于式(16)的极小值问题:

$$\sum_{p=0}^{2N-1} \left[ \left\| \boldsymbol{y}_{p} \right\|^{2} - \frac{1}{M} \left\| \widetilde{\boldsymbol{f}}_{p} \right\|^{2} \right]^{2}$$
(16)

由上述分析知,式(7)中的优化问题可以转化为 求式(16)的极小值问题,而式(16)与式(17)"几乎等 价"<sup>[16]</sup>。

$$\min_{\boldsymbol{S}} \sum_{p=0}^{2N-1} \left\| \boldsymbol{y}_{p} - \sqrt{1/M} \, \tilde{\boldsymbol{f}}_{p} \right\|^{2}$$
s.t.  $\left| (\boldsymbol{S})_{n,m} \right| = 1; \quad m=1,2,\cdots,M, \quad n=1,2,\cdots,N$ 

$$(17)$$

其中(·)<sub>n,m</sub>代表矩阵第 n 行第 m 列的元素。若从频域 分析,任意形式相位谱均能满足频域要求,但从时 域考虑,任意选择相位谱会导致恒模约束无法满足。

#### 3 波形设计

为解决式(17)所示的优化问题,这里提出一种 多维迭代谱逼近算法,本文称为 MDISAA,该算法 利用了交替投影和相位提取的思想,以及相关与谱 之间的关系进行求解;通过迭代的方式,减少设计 波形与理想波形谱之间的误差,来达到优化波形的 目的。与1 维波形优化相比,设计波形矩阵更加复 杂。对于前者,每一个时间采样或频率采样对应一 个代表相关或者谱的标量;而对于后者,每个采样 对应的则是一个矩阵。即1 维波形设计是1 维向量 之间的逼近问题,而波形矩阵设计是3 维数组之间 的逼近问题。为了推导该算法,需要定义:(1)波形 的距离;(2)约束波形时域包络和优化相关特性的集 合;(3)每个集合的投影算子。考虑到波形集合使用 波形矩阵来表示,这里采用 Frobinus 范数来定义波 形距离,如式(18)所示。

$$\operatorname{dist}(\boldsymbol{S}_1, \boldsymbol{S}_2) = \|\boldsymbol{S}_1 - \boldsymbol{S}_2\|_F \tag{18}$$

为了约束波形矩阵的包络,定义如下的集值函数(set-valued function) $M(\mathbf{V})$ ,代表所有幅度受矩阵 $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{N \times M}$ 调制的波形集合:

$$M(\mathbf{V}) = \left\{ \mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N \times M} : \left\| \mathbf{X} \odot \mathbf{X}^* - \mathbf{V} \odot \mathbf{V} \right\|_F = 0 \right\}$$
(19)

对于本文考虑的恒模波形设计,直接使用集合 *M*(1)即可,其中1为*N*×*M*的全1矩阵。式(20)定 义的集值函数用于优化波形矩阵的相关特性:

$$D(\widetilde{\boldsymbol{S}}) = \left\{ \boldsymbol{X} \in \mathbb{C}^{N \times M} : \left| \left( \boldsymbol{F} \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X} \right)_{p,m} \right|$$
$$= \sqrt{1/M} \left| \widetilde{\boldsymbol{f}}_{p,m} \right|,$$
$$m = 1, 2, \cdots, M, p = 0, 1, \cdots, 2N - 1 \right\}$$
(20)

为集值函数 M 和 D 定义如式(21)和式(22)的相应的 投影算子:

$$\operatorname{proj}_{M(1)}(\boldsymbol{G}) = \operatorname*{arg\,min}_{\boldsymbol{X} \in M(1)} \operatorname{dist}(\boldsymbol{G}, \boldsymbol{X}) = \exp\left(j \angle \boldsymbol{G}\right) \quad (21)$$

$$\operatorname{proj}_{D(\tilde{\boldsymbol{S}})}(\boldsymbol{G}) = \operatorname*{arg \,min}_{\boldsymbol{X} \in D(\tilde{\boldsymbol{S}})} \operatorname{dist}(\boldsymbol{G}, \boldsymbol{X})$$
$$= \boldsymbol{C}\boldsymbol{F}^{\mathrm{H}} \left( \boldsymbol{Z} \odot \exp\left(j \angle \boldsymbol{F}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}\right) \right) \qquad (22)$$

其中 exp 和  $\angle$  分别代表按元素求 *e* 指数和幅角主 值,  $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{2N \times M}$  满足  $(\mathbf{Z})_{p,m} = \sqrt{1/M} |\tilde{\mathbf{f}}_{p,m}|$ ,  $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{2N \times 2N}$  为单位离散傅里叶变换矩阵,满足  $(\mathbf{F})_{k,l} = \frac{1}{\sqrt{2N}} \exp\left(-j\frac{\pi}{N}kl\right)$ ,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{N \times 2N}$  为截断/补零矩阵, 定义为 $\mathbf{C} = [\mathbf{I}_{N \times N} \ \mathbf{0}_{N \times N}]$ 。

本文提出的 MDISAA 算法主要步骤如下:

步骤1 k = 0,选择初始波形 $S_0$ , $S_0 \in N \times M$ 的波形矩阵;

步骤 2 
$$\boldsymbol{Y}_k = \operatorname{proj}_{D(\tilde{\boldsymbol{S}})}(\boldsymbol{S}_k);$$

步骤 3 
$$\boldsymbol{S}_{k+1} = \operatorname{proj}_{M(1)}(\boldsymbol{Y}_k);$$

步骤 4 k = k + 1,回到步骤 1 直到  $\|S_k - S_{k+1}\| < \varepsilon$ 。

上述 MDISAA 是一种算法框架,并没有指定理 想波形矩阵 $\tilde{s}$  的构造方法;不同的构造方法可以导 出不同的波形设计方法。由式(17)可知,为了得到 具体算法,不需要构造完整的 $\tilde{s}$ ,只需要构造理想 波形矩阵的功率谱 { $\tilde{f}_p, p = 0, 1, \dots, 2N - 1$ }即可。理 论上,具有白色功率谱的波形,其自相关幅度将具 有 delta 函数的形状。因此,可令

 $|\tilde{\boldsymbol{f}}_{p,m}| \models C; p = 0, 1, \dots, 2N - 1, m = 1, 2, \dots, M$  (23) 其中  $C \in \mathbb{R}$  为常数。将式(23)代入( $\boldsymbol{Z}$ )<sub>p,m</sub> =  $\sqrt{1/M}$ . $|\tilde{\boldsymbol{f}}_{p,m}|$ ,即可得到能用于实际计算的 MDISAA 算法。

然而,根据式(17),从表面上看,MDISAA 仅 对波形的自相关进行了显式的优化,而未考虑互相 关的优化。这里就 MDISAA 对设计波形矩阵互相关 的优化进行研究。将式(23)代入式(12)所定义的目标 函数,得到

$$J(\mathbf{S}) = \sum_{p=0}^{2N-1} \left\{ \left( \left\| \mathbf{y}_{p} \right\|^{2} - C^{2} \right) + C^{4} (M-1) \right\}$$
(24)

即当 $\|y_p\| = C$ 时,目标函数取得最小值。由于式(24) 包含了自相关和互相关,使其最小化即可使波形集 合的自相关和互相关同时得到优化。

将式(23)代入集值函数式(20),可发现由投影算 子式(22)得到的矩阵满足使式(24)最小化的条件。

$$\left(\boldsymbol{F}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{proj}_{D(\tilde{\boldsymbol{S}})}\left(\boldsymbol{S}_{k}\right)\right)_{p}$$
 = C (25)

该式表明互相关得到了隐式的优化。这一点与文献 [16]的结论是一致的。但是与该文献提出的 Multi-CAN 相比, MDISAA 对于逼近的理想波形矩阵使 用了不同形式,投影算子式(22)直接对自相关进行

为

显式优化,带来的好处是自相关的性能得到改善, 相应地,由于互相关的优化是利用式(23),式(24) 和式(25)隐式实现的,这方面的性能受到一定损失。 这一特性将在下一节的数值仿真中继续分析。

#### 4 数值仿真

**仿真 1** 为验证算法的性能,定义如式(26)的 归一化相关(normalized correlation)幅值<sup>[16]</sup>:

 $A_{m1m2}(k) = \left| c_k \left( s_{m1}, s_{m2} \right) / N \right|;$ m1, m2 = 1, 2, ..., M,  $k = -(N-1), -(N-2), ..., (N-1) \quad (26)$ 

假定发射阵元的个数M = 3,每个波形序列的 长度N = 40。将 MDISAA 产生的波形与 Multi-CAN 产生的波形相比较。初始序列随机生成,做 100 次蒙特卡洛实验,取其中具有最低相关峰值旁 瓣的波形序列,归一化相关幅值对比如图 1 所示。

由图 1 中子图(a), (b)和(c)可以看出, MDISAA 产生波形的自相关峰值旁瓣比 Multi-CAN 低很多; 同时通过子图(d), (e)和(f)可以看出,在互相关峰值 方面, MDISAA 比 Multi-CAN 稍差。这一结果符 合上一节对算法的分析:由于 MDISAA 对互相关使 用隐式优化,因此互相关性能与 Multi-CAN 相比存 在一定的损失,以此为代价, MDISAA 的自相关性 能比 Multi-CAN 得到了提升。

**仿真 2** 为了进行定量的分析,在不同的波形 序列长度下,将 MDISAA 算法与 Multi-CAN 以及 随机产生波形序列共 3 种方法进行比较。根据文献 [16], 定义如式(27)的自相关峰值旁瓣(Autocorrelation Sidelobe Peak, ASP):

$$ASP=20 \lg \max \left| a_{k} \left( s_{m} \right) / N \right| (dB);$$
  
$$m = 1, 2, \cdots, M, \quad k = 1, 2, \cdots, N-1 \qquad (27)$$

互相关峰值(Cross-correlation Peak, CP)定义

CP=20lg max 
$$|c_k(s_{m1}, s_{m2})/N|$$
 (dB);  
 $m1, m2 = 1, 2, \cdots, M \boxplus m1 \neq m2,$   
 $k = -(N-1), -(N-2)\cdots, (N-1)$  (28)

归一化拟合误差(Normalized Fitting Error, NFE)定义为

$$NFE = J/(MN)^2$$
(29)

假定 M = 3,  $N = 2^7, 2^8, \dots, 2^{13}$ , 对每个 N 都进 行 100 次蒙特卡洛实验,取相关峰值(包括自相关峰 值旁瓣和互相关峰值)最低的一组波形作为这 100 次 实验得到的结果。这 3 种方法产生波形序列的自相 关峰值旁瓣、互相关峰值、归一化拟合误差比较如 图 2 所示,MDISAA 与 Multi-CAN 的运行时间对 比如表 1 所示。

从图 2(a)可以看出,MDISAA 自相关峰值旁瓣 比 Multi-CAN 低 7~11 dB,性能上有较大改善;由 图 2(b)可知 MDISAA 互相关峰值比 Multi-CAN 高 1.5 dB 左右,互相关方面性能损失不大;图 2(c)则 显示这两种算法的归一化拟合误差相当。另外,通 过表 1 不难发现在运行时间方面,MDISAA 也要优 于 Multi-CAN。



图 1 Multi-CAN 与 MDISAA 波形的相关特性比较



图 2 自相关峰值旁瓣,互相关峰值,归一化拟合误差比较

表1 Multi-CAN 与 MDISAA 的运行时间比较(s)

算法	序列长度 N						
	128	256	512	1024	2048	4096	8192
Multi-CAN	109.67	293.46	753.88	1959.70	5303.66	14580.37	40537.72
MDISAA	61.60	179.76	550.89	1315.52	3636.75	10456.30	34218.00

### 5 结束语

本文提出了一种波形设计算法 MDISAA,该 算法可以设计具有低相关旁瓣的波形,这类波形可 以用于 MIMO 雷达以及通信领域中的 CDMA(Code Division Multiple Access)系统。MDISAA 基于功 率谱拟合思想,利用交替投影的算法框架,通过 FFT 实现主要的运算,计算效率高,且可以进行极 长波形序列的设计。计算机仿真表明,虽然 MDISAA 的互相关峰值比文献[16]提出的 Multi-CAN 算法高 1.5 dB 左右,归一化拟合误差相当, 但是自相关峰值旁瓣比 Multi-CAN 低 7~11 dB, 计算速度也要优于 Multi-CAN。

#### 参考文献

- Tang Bo, Tang Jun, and Peng Ying-ning. Waveform optimization for MIMO radar in colored noise: further results for estimation-oriented criteria[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(3): 1517–1522.
- [2] 王旭, 纠博, 周生华, 等. 基于脉冲编码的 MIMO 雷达距离旁 瓣抑制方法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(12): 2948-2953.
  Wang Xu, Jiu Bo, Zhou Sheng-hua, et al.. Range sidelobes suppression for MIMO radar with pulse train coding[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(12): 2948-2953.
- [3] Wang Yong-chao, Wang Xu, Liu Hong-wei, et al.. On the design of constant modulus probing signals for MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(8): 4432–4438.
- [4] 汤永浩,马晓峰,盛卫星,等.集中式 MIMO 雷达部分相关波 形设计与处理[J].电子与信息学报,2013,35(6):1471-1476.

Tang Yong-hao, Ma Xiao-feng, Sheng Wei-xing, *et al.*. Partially correlation waveform design and processing for co-located MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(6): 1471–1476.

- [5] Xu Lei and Liang Qi-lian. Zero correlation zone sequence pair sets for MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(3): 2100–2113.
- [6] Deng Hai. Polyphase code design for orthogonal netted radar systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(11): 3126–3135.
- [7] Hammad A Khan, Zhang Yang-yang, Ji Chun-lin, et al.. Optimizing polyphase sequences for orthogonal netted radar[J]. *IEEE Signal Processing Letter*, 2006, 13(10): 589–592.
- [8] 洪升,万显荣,易建新,等.基于单次快拍的双基地 MIMO 雷达多目标角度估计方法[J].电子与信息学报,2013,35(5):1149-1155.

Hong Sheng, Wan Xian-rong, Yi Jian-xin, *et al.* An angle estimation method for multi-targets in bistatic MIMO radar with single snapshot[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(5): 1149–1155.

- [9] Fishler E, Haimovich A, Blum R S, et al. Spatial diversity in radars-models and detection performance[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(3): 823–838.
- [10] Li Jian, Stoica P, Xu Lu-zhou, et al. On parameter identifiability of MIMO radar[J]. IEEE Signal Processing Letter, 2007, 14(12): 968–971.
- [11] Xu Lu-zhou, Li Jian, and Stoica P. Target detection and parameter estimation for MIMO radar systems[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(3): 927–939.

- [12] Stoica P, He Hao, and Li Jian. New algorithms for designing unimodular sequences with good correlation properties[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(4): 1415–1425.
- [13] Li Jian, Stoica P, and Zheng Xia-yu. Signal synthesis and receiver design for MIMO radar imaging[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3959–3968.
- [14] Li Jian, Xu Lu-zhou, Stoica P, et al. Range compression and waveform optimization for MIMO radar: a Cramer-Rao bound based study[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(1): 218–232.
- [15] 杨晓超,刘宏伟,王勇,等.最小化旁瓣的 MIMO 雷达发射方 向图优化算法[J].电子与信息学报,2012,34(12):2954-2958.
  Yang Xiao-chao, Liu Hong-wei, Wang Yong, et al. Minimum sidelobe transimit pattern optimization algorithm for MIMO radar[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(12): 2954-2958.

- [16] He Hao, Stoica P, and Li Jian. Designing unimodular sequences sets with good correlations-including an application to MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(11): 4391–4405.
- [17] 李风从,赵宜楠,乔晓林.抑制特定区间距离旁瓣的恒模波形设计方法[J].电子与信息学报,2013,35(3):532-536.
  Li Feng-cong, Zhao Yi-nan, and Qiao Xiao-lin. Constant modular waveform design method for suppressing range sidelobe in specified intervals[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(3): 532-536.
- 赵宜楠: 男,1977年生,副教授,博士生导师,研究方向为雷达 统计信号处理、自适应波形设计.
- 张 涛: 男,1988年生,硕士生,研究方向为自适应信号处理、 雷达统计信号处理.
- 李风从: 男,1985年生,博士生,研究方向为自适应信号处理、 雷达统计信号处理.