

共形阵列幅相误差校正快速算法

张学敬* 杨志伟 廖桂生

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 基于子空间的联合迭代算法可以实现对空间信源方位和阵列幅相误差参数的联合估计。当对共形阵列进行幅相误差校正时,由于其空域导向矢量不具有 Vander monde 结构,导致快速高分辨空间谱估计方法无法直接应用,而利用 2 维谱峰搜索实现空间方位估计的运算量较大,限制了算法在共形阵列上的应用。针对此问题,该文提出一种借助虚拟阵列实现共形阵列幅相误差校正的新方法。该方法利用虚拟阵列的特殊结构快速实现对信源的 DOA 估计,省去了谱峰搜索过程,因而运算复杂度低,便于工程实现。理论分析和仿真结果验证了所提算法的有效性,可为共形阵列的工程应用提供参考。

关键词: DOA 估计; 幅相误差校正; 共形阵列; 虚拟内插

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)05-1100-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.01025

A Fast Method for Gain-phase Error Calibration in Conformal Array

Zhang Xue-jing Yang Zhi-wei Liao Gui-sheng

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: The joint estimation of the Direction of Arrival (DOA) and gain-phase errors can be implemented by the joint iteration method based on the eigen structure subspaces. However, when applying the method to correct the amplitude and phase error of the conformal array, the fast high-resolution spatial spectrum estimation methods can not be applied directly, because of that the space-domain steering vectors of the conformal array does not possess the Vander monde structure. On the other side, the computation of DOA estimation implemented by searching peak of spatial spectrum in 2-dimension is very large, which limits the application of joint iteration method in conformal array. To solve this problem, this paper proposes a new method for gain-phase error calibration in conformal array by virtual interpolation. The DOA estimation can be implemented rapidly by utilizing the special structure of virtual array, and the searching process of the spatial spectrum peak is eliminated, thus the computational complexity of the proposed method is low and the engineering realization of the proposed method is easy. Theoretical analysis and extensive simulations verify the effectiveness of the proposed methods, and provide a reference for the engineering applications of conformal arrays.

Key words: DOA estimation; Gain-phase error calibration; Conformal array; Virtual interpolation

1 引言

在飞行器或其它移动平台载体表面,常常需要安装共形阵列天线^[1-6]。与常规均匀线阵相比,共形阵列对飞行器的气动性能影响很小,可减小空气阻力,同时共形阵列增大了有效发射孔径,可提供较窄的波束和宽角度扫描。共形阵的优势使其在雷达、移动通信、无线电测向等方面有着广泛的应用前景。

在实际工程应用中,阵列不可避免地存在着各种误差,误差的存在导致阵列高分辨技术(如 MUSIC 算法)的性能显著下降,甚至失效,因此需要进行误差校正。阵列误差校正方法通常可以分为有源校正类方法^[7-9]和自校正类方法^[10-13]。有源校正方法运算量小,但在校正源存在误差时有源校正算法性能恶化。自校正方法对空间信源的方向与阵列的扰动参数进行联合估计,文献[10]提出的基于子空间的联合迭代自校正算法最具代表性,该算法(称 WF 算法)不需要校正源,可以在线完成误差参数的估计与校正;但由于该算法需要对信源方位进行估计,对于共形阵列,快速 DOA 估计算法无法直接应用,而 2 维谱峰搜索运算量大,难以快速完成,

2013-07-11 收到, 2013-11-07 改回

长江学者和创新团队发展计划(IRT-0954), 国家自然科学基金(60901066), 中央高校基本科研业务费专项资金(K5051302007)和陕西省教育厅科研计划项目(2013JK1051)资助课题

*通信作者: 张学敬 xjzhang7@163.com

从而限制了该算法在共形阵列上的应用。

本文通过深入分析 WF 算法, 将虚拟内插变换法^[4]引入到共形阵列的幅相误差校正中。算法通过调整虚拟阵列变换矩阵, 对虚拟子空间进行修正, 利用修正后的虚拟子空间之间的正交关系实现对信源方位的 DOA 估计, 并由此得到原共形阵列的幅相误差参数。该算法无需谱峰搜索, 具有较低的运算复杂度, 可以快速高效地完成共形阵列幅相误差和信源方位的联合估计。文中对算法进行了理论分析和仿真验证, 可为共形阵列的应用提供参考。

2 共形阵列信号模型

对于包含 N 个阵元的任意几何结构阵列, 建立正交直角坐标系 $O-XYZ$, 如图 1 所示。假设在阵列远场 (θ_k, φ_k) ($k=1, 2, \dots, M$) 处有 M 个窄带点源以平面波入射(波长为 λ), 其中 θ_k 为空间信源的方位角, φ_k 为空间信源的俯仰角。阵列接收的快拍数据可由式(1)表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta, \varphi)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

式中 $\mathbf{x}(t)$ 为 $N \times 1$ 快拍数据矢量, $\mathbf{s}(t)$ 为 $M \times 1$ 信号复幅度矢量, $\mathbf{n}(t)$ 为 $N \times 1$ 阵列噪声矢量。

考虑到共形阵列载体曲率和单元方向图指向的差异, 以及遮挡效应的影响, 阵列导向矢量矩阵 $\mathbf{A}(\theta, \varphi)$ 可表示为

$$\mathbf{A}(\theta, \varphi) = [\mathbf{a}(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_M, \varphi_M)] \quad (2)$$

其中 $\mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i)$ 为第 i 个信源的导向矢量, 可由式(3)表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i) = & \left[\mathbf{g}_1(\theta_i, \varphi_i) \exp(jk_0 \mathbf{r}_1^T \mathbf{v}_i), \mathbf{g}_2(\theta_i, \varphi_i) \right. \\ & \cdot \exp(jk_0 \mathbf{r}_2^T \mathbf{v}_i), \dots, \mathbf{g}_N(\theta_i, \varphi_i) \\ & \left. \cdot \exp(jk_0 \mathbf{r}_N^T \mathbf{v}_i) \right]^T \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $k_0 = 2\pi/\lambda$ 为波数, 其大小表示单位波长的周期数, $\mathbf{r}_n = [x_n, y_n, z_n]^T$ 为第 n 个阵元的坐标矢量 ($n=1, 2, \dots, N$), $\mathbf{v}_i = [\sin \varphi_i \cos \theta_i, \sin \varphi_i \sin \theta_i, \cos \varphi_i]^T$ 为第 i 个信源的空间方位矢量, $\mathbf{g}_j(\theta_i, \varphi_i)$ ($j=1, 2, \dots, N$) 为第 j 个阵元在阵列全局坐标系 (θ_i, φ_i) 处的单元方向图^[5]。

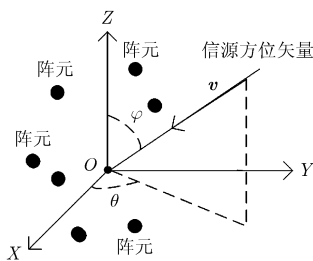


图1 任意几何结构阵列模型

阵列存在幅相误差时, 幅相误差矩阵可表示为 $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}([\rho_1 \exp(j\beta_1) \rho_2 \exp(j\beta_2) \dots \rho_N \exp(j\beta_N)])^T$, 其中 ρ_n 为第 n 个阵元的幅度误差, β_n 为第 n 个阵元的相位误差, 通常以第 1 个阵元的幅相误差为基准 ($\rho_1 = 1, \beta_1 = 0$)。此时方位为 (θ, φ) 的信源所对应的实际阵列导向矢量 $\mathbf{a}_r(\theta, \varphi)$ 变为

$$\mathbf{a}_r(\theta, \varphi) = \mathbf{\Gamma} \mathbf{a}(\theta, \varphi) \quad (4)$$

阵列输出模型式(1)可修正为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Gamma} \mathbf{A}(\theta, \varphi) \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (5)$$

阵列误差的存在使得实际噪声子空间与理想信号子空间不完全正交, 需要进行误差校正。

3 幅相误差对虚拟内插变换的影响

由于共形阵列导向矢量不具有 Vandermonde 结构, 快速子空间类算法不能直接应用于共形阵列, 从而限制了其在工程上的应用。虚拟内插变换^[4]可以将非线性共形阵列转换为虚拟的线性阵列, 利用虚拟线性阵列的特殊结构即可实现快速 DOA 估计。虚拟阵列变换法的核心是寻找在某个角域 Θ_l 内满足 $\mathbf{B}_l^H \mathbf{a}(\theta) = \bar{\mathbf{a}}(\theta)$ ($\theta \in \Theta_l$) 的变换矩阵 \mathbf{B}_l , 其中 $\mathbf{a}(\theta)$ 和 $\bar{\mathbf{a}}(\theta)$ 分别为真实阵列和虚拟阵列的导向矢量, 求解变换矩阵的主要步骤^[4]如下:

步骤 1 将阵列的观测区域划分为许多块, 将第 l 个块对应的区间表示为 $[\theta_l^{(1)}, \theta_l^{(2)}]$;

步骤 2 取第 l 个块内测试角度 $\Theta_l = [\theta_l^{(1)}, \theta_l^{(1)} + \Delta\theta, \theta_l^{(1)} + 2\Delta\theta, \dots, \theta_l^{(2)} - \Delta\theta, \theta_l^{(2)}]$, 用于计算内插矩阵;

步骤 3 计算第 l 个块内测试角度 Θ_l 的真实导向矢量 $\mathbf{A}_l = [\mathbf{a}(\theta_l^{(1)}), \mathbf{a}(\theta_l^{(1)} + \Delta\theta), \mathbf{a}(\theta_l^{(1)} + 2\Delta\theta), \dots, \mathbf{a}(\theta_l^{(2)} - \Delta\theta), \mathbf{a}(\theta_l^{(2)})]$;

步骤 4 确定虚拟阵元的个数和位置, 根据虚拟阵列计算第 l 个块内测试角度 Θ_l 的虚拟导向矢量 $\bar{\mathbf{A}}_l = [\bar{\mathbf{a}}(\theta_l^{(1)}), \bar{\mathbf{a}}(\theta_l^{(1)} + \Delta\theta), \bar{\mathbf{a}}(\theta_l^{(1)} + 2\Delta\theta), \dots, \bar{\mathbf{a}}(\theta_l^{(2)} - \Delta\theta), \bar{\mathbf{a}}(\theta_l^{(2)})]$;

步骤 5 求得矩阵 \mathbf{B}_l , 使得 $\mathbf{B}_l^H \mathbf{A}_l = \bar{\mathbf{A}}_l$, 可以解得 $\mathbf{B}_l = (\mathbf{A}_l \mathbf{A}_l^H)^{-1} \mathbf{A}_l \bar{\mathbf{A}}_l^H$ 。

由上可知, 对于给定的阵列, 变换矩阵序列 $\{\mathbf{B}_l\}$ 仅需计算一次, 且可以离线完成。若记真实阵列数据协方差矩阵为 $\mathbf{R} = \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I}$, 则虚拟阵列数据协方差矩阵为 $\bar{\mathbf{R}}_l = \mathbf{B}_l^H \mathbf{R} \mathbf{B}_l = \bar{\mathbf{A}} \mathbf{R}_s \bar{\mathbf{A}}^H + \sigma^2 \mathbf{B}_l^H \mathbf{B}_l$ 。由于 $\mathbf{B}_l^H \mathbf{B}_l \neq \mathbf{I}$, 需要进行预白化处理, 变换矩阵为

$$\mathbf{T}_l = (\mathbf{B}_l^H \mathbf{B}_l)^{-1/2} \mathbf{B}_l^H \quad (6)$$

此时 $\mathbf{T}_l \mathbf{T}_l^H = \mathbf{I}$ 成立, 虚拟阵列的数据协方差矩阵表示为 $\bar{\mathbf{R}}_l = \mathbf{T}_l \mathbf{R} \mathbf{T}_l^H = \bar{\mathbf{A}} \mathbf{R}_s \bar{\mathbf{A}}^H + \sigma^2 \mathbf{I}$ 。若设原阵

列噪声子空间为 \mathbf{U}_n ，则虚拟阵列噪声子空间 $\bar{\mathbf{U}}_n = \mathbf{T}_l \mathbf{U}_n$ 成立。容易看出， $\bar{\mathbf{A}}^H(\theta)$ 已不具有 Vandermonde 结构，然而，由于 $\mathbf{T}_l \mathbf{U}_n$ 与 $(\mathbf{B}_l^H \mathbf{B}_l)^{-1/2} \cdot \bar{\mathbf{A}}(\theta)$ 相互正交，且 $\bar{\mathbf{A}}(\theta)$ 具有 Vandermonde 结构，由此仍然可以根据 root-MUSIC 算法构造求根多项式，进而实现快速 DOA 估计。

不失一般性，下面将感兴趣的观测空间固定于第 l 个角域，设该角域的理想变换矩阵和理想预白化变换矩阵分别为 \mathbf{B}_l 和 \mathbf{T}_l ，即令 $\mathbf{B}_i = \mathbf{B}_l$ ， $\mathbf{T}_i = \mathbf{T}_l$ ，同时设该角域内仅存在 1 个信源，信源方位为 (θ_0, φ_0) 。设 \mathbf{A}_i ， $\bar{\mathbf{A}}_i$ 分别为理想情况下原阵列和虚拟阵列的导向矢量矩阵，下面分别从原阵列不存在幅相误差和存在幅相误差两个方面对阵列子空间的正交关系进行分析。

当原阵列不存在幅相误差时， \mathbf{T}_l 将理想的接收数据 \mathbf{x}_i 转换为理想的虚拟数据 $\bar{\mathbf{x}}_i$ ：

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}_i &= \mathbf{T}_l [\mathbf{A}_i \mathbf{s} + \mathbf{n}] = (\mathbf{B}_i^H \mathbf{B}_i)^{-1/2} \mathbf{B}_i^H [\mathbf{A}_i \mathbf{s} + \mathbf{n}] \\ &= (\mathbf{B}_i^H \mathbf{B}_i)^{-1/2} \bar{\mathbf{A}}_i \mathbf{s} + \bar{\mathbf{n}} \end{aligned} \quad (7)$$

由 $\bar{\mathbf{x}}_i$ 可得到理想的虚拟信号子空间和理想的虚拟噪声子空间，利用两者之间的正交关系，结合虚拟阵列的特殊结构，即可快速准确地实现对信源的 DOA 估计。

当原阵列存在幅相误差时，原阵列的实际接收数据 \mathbf{x}_r 可表示为

$$\mathbf{x}_r = \mathbf{A}_r \mathbf{s} + \mathbf{n}_r = \mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_i \mathbf{s} + \mathbf{n}_r \quad (8)$$

用理想的变换矩阵 \mathbf{B}_i 和理想的预白化变换矩阵 \mathbf{T}_i 进行变换，会得到带有误差的虚拟阵列数据 $\bar{\mathbf{x}}_e$ ：

$$\bar{\mathbf{x}}_e = \mathbf{T}_i [\mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_i \mathbf{s} + \mathbf{n}_r] = \bar{\mathbf{A}}_e \mathbf{s} + \bar{\mathbf{n}}_e \quad (9)$$

由 $\bar{\mathbf{x}}_e$ 可得到实际的虚拟信号子空间 $\bar{\mathbf{U}}_{sr}$ 和实际的虚拟噪声子空间 $\bar{\mathbf{U}}_{nr}$ ，虽然 $\bar{\mathbf{U}}_{sr}$ 与 $\bar{\mathbf{U}}_{nr}$ 相互正交，但是由于 \mathbf{B}_i ， \mathbf{T}_i 与原阵列结构间存在失配，导致变换后的虚拟阵列数据存在响应误差，且该误差的特性与原阵列相比而言可能发生改变。如果不能够补偿虚拟阵列的响应误差，基于虚拟阵列的信源波达角估计方法将失效。

存在阵列误差时，理想变换矩阵相对真实阵列流形的失配使得虚拟阵列不能反映信号的空域信息。实际变换矩阵 \mathbf{B}_0 需要根据实际原阵列流形来设计，即 \mathbf{B}_0 满足 $\mathbf{B}_0^H (\mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_i) = \bar{\mathbf{A}}_i$ ，得

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_0 &= [(\mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_i)^H]^\# \bar{\mathbf{A}}_i^H \\ &= [(\mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_i)(\mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_i)^H]^{-1} (\mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_i) \bar{\mathbf{A}}_i^H = (\mathbf{\Gamma}^H)^{-1} \mathbf{B}_i \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $(\bullet)^\#$ 表示求矩阵的广义逆操作。

由式(6)得到实际需要的预白化变换矩阵 \mathbf{T}_0 ，利用 \mathbf{T}_0 得到实际需要的虚拟阵列数据 $\bar{\mathbf{x}}_0$ 。

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}_0 &= \mathbf{T}_0 [\mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_i \mathbf{s} + \mathbf{n}_r] = (\mathbf{B}_0^H \mathbf{B}_0)^{-1/2} \bar{\mathbf{A}}_i \mathbf{s} + \bar{\mathbf{n}}_0 \\ &= \bar{\mathbf{A}}_0 \mathbf{s} + \bar{\mathbf{n}}_0 \end{aligned} \quad (11)$$

此时的 $\bar{\mathbf{x}}_0$ 能够真实地反映信号空域信息，可以准确实现 DOA 估计。下面对变换矩阵失配时虚拟阵列的误差特性进行分析，即考察 $\bar{\mathbf{A}}_e$ 与 $\bar{\mathbf{A}}_0$ 之间的相互关系。

由上可知， $\bar{\mathbf{A}}_e = \mathbf{T}_i \mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_i$ ， $\bar{\mathbf{A}}_0 = \mathbf{T}_0 \mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_i$ ，且 $\mathbf{T}_0^H \mathbf{T}_0 = \mathbf{I}$ ，由此得到

$$\bar{\mathbf{A}}_e = \mathbf{T}_i \mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_i = \mathbf{T}_i \mathbf{T}_0^H \mathbf{T}_0 \mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_i = \mathbf{T}_i \mathbf{T}_0^H \bar{\mathbf{A}}_0 \quad (12)$$

若令 $\mathbf{C} = \mathbf{T}_i \mathbf{T}_0^H$ ，则有 $\bar{\mathbf{A}}_e = \mathbf{C} \bar{\mathbf{A}}_0$ ，容易看出，当 $\mathbf{\Gamma} \neq \mathbf{I}$ 时， \mathbf{C} 一般不具有对角矩阵结构，这使得虚拟阵列的误差校正相比于原阵列更加复杂。为此，本文提出利用虚拟阵列进行 DOA 估计，同时结合原共形阵列来校正方向无关的阵列幅相误差的联合迭代自校正算法。

4 联合迭代自校正算法

为了论文的完整性，下面首先简要介绍文献[10]基于子空间的正交原理提出的经典联合迭代自校正算法(WF 算法)，该算法通过对式(13)的优化问题进行迭代求解来实现阵列误差的自校正。

$$\{\hat{\Gamma}, (\hat{\theta}, \hat{\varphi})\} = \arg \min_{\Gamma, (\theta, \varphi)} \mathbf{a}^H(\theta, \varphi) \mathbf{\Gamma}^H \mathbf{U}_{nr} \mathbf{U}_{nr}^H \mathbf{\Gamma} \mathbf{a}(\theta, \varphi) \quad (13)$$

利用矩阵等式 $\mathbf{\Gamma} \mathbf{a}(\theta, \varphi) = \text{diag}[\mathbf{a}(\theta, \varphi)] \text{vec}(\mathbf{\Gamma}) \triangleq \mathbf{D}(\theta, \varphi) \boldsymbol{\delta}$ ，式(13)可以变形为

$$\begin{aligned} &\{\hat{\Gamma}, (\hat{\theta}, \hat{\varphi})\} \\ &= \arg \min_{\Gamma, (\theta, \varphi)} \boldsymbol{\delta}^H \mathbf{D}^H(\theta, \varphi) \mathbf{U}_{nr} \mathbf{U}_{nr}^H \mathbf{D}(\theta, \varphi) \boldsymbol{\delta} \\ &= \arg \min_{\Gamma, (\theta, \varphi)} \boldsymbol{\delta}^H \mathbf{Q}(\theta, \varphi) \boldsymbol{\delta} \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $\mathbf{Q}(\theta, \varphi) = \mathbf{D}^H(\theta, \varphi) \mathbf{U}_{nr} \mathbf{U}_{nr}^H \mathbf{D}(\theta, \varphi)$ 。

WF 算法通常采用谱峰搜索方法来获得信源方位估计，对于共形阵列，进行二维谱峰搜索的运算量大，难以实时快速完成，从而限制了 WF 算法在共形阵列上的应用。为解决 WF 算法在共形阵列上运算量大的问题，同时考虑到误差校正的复杂性，本文利用虚拟阵列进行快速 DOA 估计，同时结合原阵列进行误差估计，具体流程如下：

步骤 1 初始化 $l = 0$ ，离线计算理想的变换矩阵 \mathbf{B}_i ，同时令 $\hat{\Gamma}^l = \mathbf{\Gamma}_0$ ，其中 $\mathbf{\Gamma}_0$ 为共形阵列幅相误差矩阵初始值，其具体取值参见式(16)；

步骤 2 由原阵列实际接收数据 \mathbf{x}_r 得到原阵列的实际噪声子空间 \mathbf{U}_{nr} ；

步骤 3 得到修正的变换矩阵 $\hat{\mathbf{B}}_0 = ((\hat{\Gamma}^l)^H)^{-1} \mathbf{B}_i$ ，

由式(6)和式(7)得到修正的虚拟噪声子空间 $\widehat{\mathbf{U}}_n$, 利用虚拟噪声子空间与虚拟信号子空间的正交性, 结合root-MUSIC算法得到信源方向的估计值 $(\hat{\theta}^l, \hat{\varphi}^l)$, 具体可参考文献[14];

步骤4 令 $\mathbf{w} = [1, 0, \dots, 0]^T$, 由信源方向的估计值 $(\hat{\theta}^l, \hat{\varphi}^l)$ 得到原阵列误差参数的估计值:

$$\hat{\boldsymbol{\delta}}^{l+1} = \frac{\mathbf{Q}^{-1}(\hat{\theta}^l, \hat{\varphi}^l)\mathbf{w}}{\mathbf{w}^T \mathbf{Q}^{-1}(\hat{\theta}^l, \hat{\varphi}^l)\mathbf{w}}, \hat{\mathbf{\Gamma}}^{l+1} = \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\delta}}^{l+1}) \quad (15)$$

步骤5 判断是否收敛, 若收敛则停止, 否则 $l = l + 1$, 并跳转至第(3)步, 继续迭代, 收敛条件为: $J^{(l-1)} - J^{(l)} \leq \varepsilon$, 其中 $J^{(l)} = (\hat{\boldsymbol{\delta}}^{l+1})^H \mathbf{Q}^{-1}(\hat{\theta}^l, \hat{\varphi}^l) \cdot (\hat{\boldsymbol{\delta}}^{l+1})$.

本文所提算法中, 原共形阵列幅度误差在虚拟阵列上会产生额外相位误差, 从而影响信源方位的初始估计精度。为了减小扩散误差, 本文首先得到原共形阵列各阵元幅度误差初估计值

$\alpha_i (i = 1, 2, \dots, N)$, 满足 $\alpha_i = \sqrt{\frac{\mathbf{R}_r(i, i) - \hat{\sigma}^2}{\mathbf{R}_r(1, 1) - \hat{\sigma}^2}}$, 其中 $\hat{\sigma}^2$

为噪声功率估计值, 满足 $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=2}^N \lambda_i$, \mathbf{R}_r 为原

共形阵列的数据协方差矩阵, λ_i 为 \mathbf{R}_r 的第 i 个特征值, 且 $\lambda_i > \lambda_j (i < j)$ 。由此得到原共形阵列幅度误差矩阵初始值 $\mathbf{G}_0 = \text{diag}([\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_N]^T)$, 取原阵列相位误差初始值 $\boldsymbol{\Phi}_0 = \text{diag}([1 \ e^{j\varphi_2} \ \dots \ e^{j\varphi_N}]^T)$, 令幅相误差矩阵初始值为

$$\mathbf{\Gamma}_0 = \mathbf{G}_0 \odot \boldsymbol{\Phi}_0 \quad (16)$$

其中 \odot 表示Hadamard积运算。

在上述的幅相误差校正过程中, 利用虚拟阵列快速高效地实现了对信源方位的DOA估计, 并利用DOA估计值得到原阵列的误差参数, 运算量大大降低, 便于工程实现。同时由于共形阵列幅相误差矩阵初始值 $\mathbf{\Gamma}_0$ 中含有幅度误差信息, 提高了系统的校正性能。

5 运算复杂度分析

下面以图2所示的阵列模型为例进行分析, 原共形阵列采用图2(a)所示的半球阵列结构, 利用图2(b)所示结构的虚拟十字阵列对其进行内插变换。

WF算法中采用MUSIC算法进行2维DOA估计, 设原阵列阵元数为 N , 2维谱峰搜索的点数为 K , WF算法中实现DOA估计的运算复杂度为 $O[15(N-1)^3] + O[K(N^2 + N)]$ 。

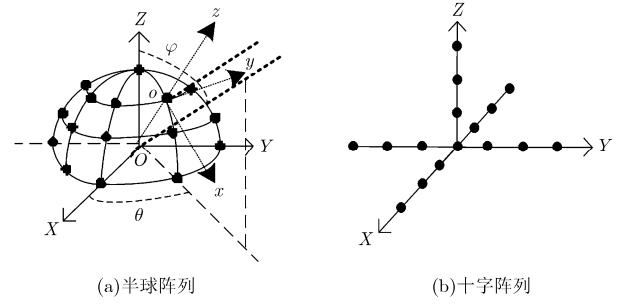


图2 阵列模型

利用虚拟阵列进行DOA估计的运算复杂度为 $O[255L(N_x - 1)^3]$ [15], N_x 为虚拟阵列在 X 轴上的阵元数。由上可知, 当 $N \gg N_x$ 时, 利用虚拟阵列实现DOA估计的运算量大大降低。

6 仿真实验

仿真实验中采用如图2(a)所示的半球共形阵列结构, 虚拟阵列如图2(b)所示。半球阵列由原点处阵元和4个等距圆阵组成, 各圆阵阵元数分别为12, 8, 4, 1, 半球底面半径取 2λ 。虚拟阵列各轴向阵元数为4, 间距为 $\lambda/2$ 。设阵元的局部单元方向图

$\tilde{g}(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi})$, 满足 $\tilde{g}(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}) = \begin{cases} \cos(\tilde{\varphi}), & 0 \leq \tilde{\varphi} \leq \pi/2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 其中 $\tilde{\varphi}$

为局部俯仰角, $\tilde{\theta}$ 为局部方位角, 阵元局部坐标系如图2中 σ -xyz所示, 此时阵列导向矢量建模可参考文献[5]。

阵元幅度误差、相位误差均服从0均值的高斯分布。幅度误差标准差为 σ_A , 幅度误差为 χ dB时, $\chi = 20 \lg(\sigma_A + 1)$ 成立; 相位误差标准差为 σ_ϕ , 以 σ_ϕ 来衡量相位误差的大小。

实验1 半球共形阵列含有0.1 dB的幅度误差和 5° 的相位误差, 信噪比为10 dB, 得到不同快拍数下WF算法和本文算法在线实现幅相误差校正所需的CPU时间, 如表1所示。

表1 在线实现幅相误差校正的CPU时间对比(s)

快拍数	WF算法	本文算法
100	224.4443	0.3702
200	224.2072	0.3584
500	225.9154	0.3723

可以看出, 相比于WF算法, 本文算法在线完成1次幅相误差校正所用时间缩短了两个数量级, 证实了本文算法运算量低、实现快速的优点。

实验2 半球共形阵列含有0.1 dB的幅度误差和 5° 的相位误差, 快拍数为500, 当信噪比由0 dB变化至20 dB时, 经过1000次独立的蒙特卡洛实验,

得到 WF 算法和本文算法进行 DOA 估计以及幅相误差校正的性能对比曲线, 如图 3 所示。

由仿真结果可知, 两种算法的幅相误差校正性能受信噪比影响较大, 信噪比越大两种算法的校正性能越优。在幅度误差校正方面, 两种算法性能接近; 相位误差校正方面, 信噪比较低时, 本文算法性能明显低于原算法, 随着信噪比的增大, 二者校正性能接近。

实验 3 信噪比取 10 dB, 相位误差由 0° 变化至 8°, 其它条件同实验 2, 得到 WF 算法和本文算法进行 DOA 估计和幅相误差校正的性能对比曲线, 如图 4 所示。

由仿真结果可知, 两种算法对幅度误差的校正性能受相位误差影响较小, WF 算法性能略优于本文算法。在 DOA 估计和相位误差校正方面, 两种

算法的校正性能均随相位误差的增大而变差, 相位误差较小时, 文中算法与 WF 算法性能接近, 随着相位误差的增大, 文中算法性能逐渐变差。简言之, 文中算法对幅度误差的校正性能受相位误差影响较小, 而在 DOA 估计和相位误差校正方面对相位误差更敏感。

实验 4 相位误差取 5°, 幅度误差由 0 dB 增至 0.5 dB, 其它条件同实验 3, 得到两种算法进行 DOA 估计和幅相误差校正的性能对比曲线, 如图 5 所示。

由仿真结果可知, 在 DOA 估计和幅相误差校正方面, 文中算法略差于 WF 算法, 其性能不随幅度误差的增大而变化, 即文中算法 DOA 估计和幅相误差校正性能独立于幅度误差。

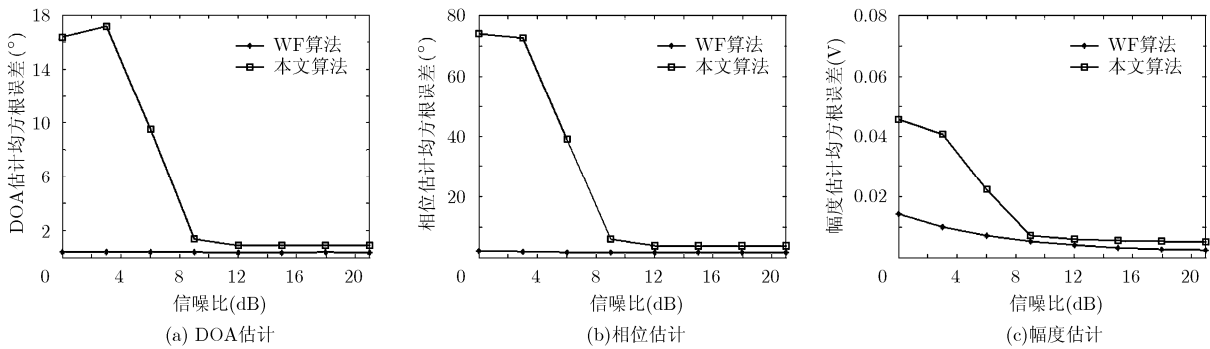


图 3 均方根误差随信噪比变化对比曲线

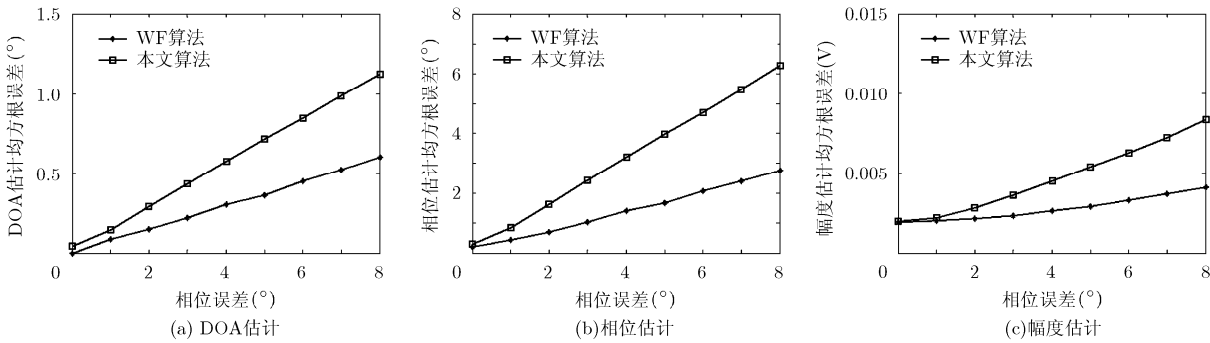


图 4 均方根误差随相位误差变化对比曲线

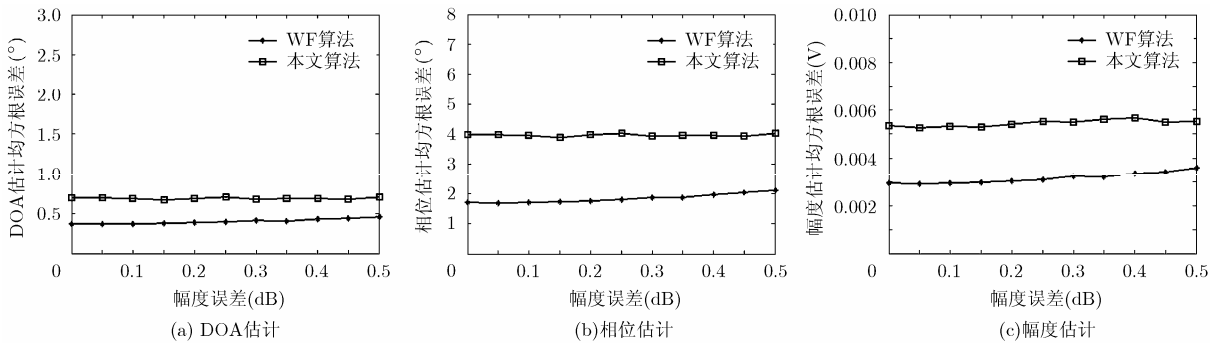


图 5 均方根误差随幅度误差变化对比曲线

7 结束语

本文将虚拟内插变换引入到共形阵列的幅相误差校正中, 利用虚拟阵列快速高效地实现对信源方位的 DOA 估计, 并利用 DOA 估计值得到原阵列的误差参数。所提算法具有运算复杂度低、实现快速的优点, 可为共形阵列工程应用提供参考。本文方法仅适合对幅相误差进行校正, 当阵列存在方位依赖误差时如何进行误差校正, 还需进一步探讨和研究。

参考文献

- [1] Mailloux R J. Conformal array antenna theory and design[J]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2007, 49(5): 126-127.
- [2] Belloni F, Richter A, and Koivunen V. DoA estimation via manifold separation for arbitrary array structures[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(10): 4800-4810.
- [3] Blomberg A E A, Austeng A, and Hansen R E. Adaptive beamforming applied to a cylindrical sonar array using an interpolated array transformation[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2012, 37(1): 25-34.
- [4] Zou L, Lasenby J, and He Z. Direction and polarisation estimation using polarised cylindrical conformal arrays[J]. *IET Signal Processing*, 2012, 6(5): 395-403.
- [5] 王布宏, 郭英, 王永良, 等. 共形天线阵列流形的建模方法[J]. *电子学报*, 2009, 37(3): 481-484.
Wang Bu-hong, Guo Ying, Wang Yong-liang, et al. Array manifold modeling for conformal array antenna[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(3): 481-484.
- [6] Costa M, Richter A, and Koivunen V. DoA and polarization estimation for arbitrary array configurations[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(5): 2330-2343.
- [7] Boon C N and See C S. Sensor-array calibration using a maximum-likelihood approach[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1996, 44(6): 827-835.
- [8] See C M S. Sensor array calibration in the presence of mutual coupling and unknown sensor gains and phases[J]. *Electronics Letters*, 1994, 30(5): 373-374.
- [9] See C M S. Method for array calibration in high-resolution sensor array processing[J]. *IEE Proceedings -Radar, Sonar and Navigation*, 1995, 142(3): 90-96.
- [10] Friedlander B and Weiss A J. Eigenstructure methods for direction finding with sensor gain and phase uncertainties[C]. *Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, New York, 1988: 2681-2684.
- [11] Liu Ai-fei, Liao Gui-sheng, Zeng Cao, et al. An eigenstructure method for estimating DOA and sensor gain-phase errors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(12): 5944-5956.
- [12] Cao Sheng-hong, Ye Zhong-fu, et al. DOA estimation based on fourth-order cumulants in the presence of sensor gain-phase errors[J]. *Signal Processing*, 2013, 93(9): 2581-2585.
- [13] Cao Sheng-hong, Ye Zhong-fu, Xu Dong-yang, et al. A Hadamard product based method for DOA estimation and gain-phase error calibration[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(2): 1224-1233.
- [14] Friedlander B. The root-MUSIC algorithm for direction finding with interpolated arrays[J]. *Signal Processing*, 1993, 30(1): 15-29.
- [15] Weiss A J and Gavish M. Direction finding using ESPRIT with interpolated arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1991, 39(6): 1473-1478.

张学敬: 男, 1988年生, 硕士生, 研究方向为共形阵列信号处理。
 杨志伟: 男, 1980年生, 副教授, 研究方向为阵列信号处理、地面运动目标检测、极化处理。
 廖桂生: 男, 1963年生, 教授, 研究方向为自适应信号处理、信号检测与估计。