

## 三正交分离式极化敏感阵列的波达方向估计

郑桂妹\* 陈伯孝 吴渤

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

**摘要:** 该文研究了分离式极化敏感阵列(SS-PSA)的多目标波达方向(DOA)估计问题。首先建立三正交分离式极化敏感均匀稀疏阵列的信号模型;接着利用阵列的旋转不变性采用 ESPRIT 算法计算出多值模糊 DOA 估计;利用该模糊 DOA 估计值对分离式极化天线进行空间相移的补偿,然后利用共点式极化天线之间的多维角度结构求出对应的虚拟 DOA 估计;最后通过提取多值模糊估计值和对应虚拟估计值之差的最小范数得到多目标的 DOA 估计。该文所提阵列采用分离式极化天线代替传统共点式极化天线,降低了阵列的互耦影响;采用稀疏阵列结构有效地扩展了阵列的物理孔径,大大提高了 DOA 估计精度。计算机仿真结果证明了该算法对分离式极化天线 DOA 估计的有效性和高精度性。

**关键词:** DOA 估计;极化敏感阵列;分离式极化天线;阵列互耦; ESPRIT

**中图分类号:** TN911.7

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2014)05-1088-06

**DOI:** 10.3724/SP.J.1146.2013.00967

## DOA Estimation with Three Orthogonally Oriented and Spatially Spread Polarization Sensitive Array

Zheng Gui-mei Chen Bai-xiao Wu Bo

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** This paper discusses the issue of multiple targets' Direction Of Arrival (DOA) estimation for Spatially Spread Polarization Sensitive Array (SS-PSA). First, the signal model of sparsely uniform SS-PSA with three orthogonally oriented polarized-antenna is presented. Then the rotational invariance of the proposed uniform array is utilized to calculate the ambiguous DOA estimation by means of ESPRIT method. The spatial phase shift raised by spatially spread polarized-antenna is compensated by the ambiguous DOA estimation to obtain virtual collocated polarized-antenna. The corresponding virtual DOA estimation is calculated by the multi-dimensional angle structure among the virtual collocated polarized-antenna. Finally, the multiple targets' DOA estimation is obtained by extracting the minimum norm of the difference between the ambiguous DOA estimation and the corresponding virtual DOA estimation. The proposed array can reduce the array mutual coupling by using the spatially spread polarized-antenna instead of conventional collocated polarized-antenna. Moreover, the DOA estimation accuracy can be improved greatly because of the extended aperture offered by the sparse array. Computer simulation results verify the effectiveness and high-accuracy of the proposed SS-PSA DOA estimation algorithm.

**Key words:** DOA estimation; Polarization Sensitive Array (PSA); Spatially spread polarized-antenna; Array mutual coupling; ESPRIT

### 1 引言

极化敏感阵列是阵列信号处理的一个前沿领域,在雷达、通信、声呐和生物医学等众多领域有着广阔的应用前景<sup>[1,2]</sup>。波达方向(DOA)估计是极化敏感阵列信号处理的主要任务之一。众多针对常规量阵列的 DOA 估计方法已被推广至极化敏感阵

列,如子空间旋转不变技术(ESPRIT)<sup>[3]</sup>,多重信号分类(MUSIC)<sup>[4]</sup>,最大似然(ML)<sup>[5]</sup>等。除此常规算法之外,另有一些极化敏感阵列特有的 DOA 估计技术:如针对全电磁矢量极化敏感阵列的矢量叉乘 DOA 估计算法<sup>[6]</sup>,相较于超分辨算法该算法实现简单,计算量小;针对相干源的 DOA 估计解相干预处理方法——极化平滑<sup>[5]</sup>,该方法适用于任意阵列结构,且相较于空间平滑不损失阵列的有效孔径;利用多元代数理论对输出信号进行刻画的多元代数超分辨算法<sup>[7,8]</sup>相较于常规的复数处理对信号模型误差和相干噪声具有更强的稳健性。上述研究还表明与

2013-07-04 收到,2013-12-11 改回

国家自然科学基金(61001209, 61101244, 61071175),中央高校基本科研业务费专项资金(K5051202038)及长江学者和创新团队计划(IRT0954)资助课题

\*通信作者: 郑桂妹 gmzheng@stu.xidian.edu.cn

标量阵列相比, 利用极化敏感阵列进行 DOA 估计的优势主要在于: 极化-角度域相干结构信息与空间信息相结合使得信号 DOA 估计性能得到改善; 信源电场、磁场和传播方向的相互垂直关系, 使得 2 维 DOA 估计即方位角和俯仰角之间的估计能够自动配对; 在空间受限的应用场合, 如在飞行器上, 应用多分量极化敏感天线能够获取更充分的信源信息, 从而提高 DOA 估计性能; 极化平滑解相干源 DOA 估计算法无阵列的孔径损失。

但是上述研究<sup>[1,3-8]</sup>均是建立在极化敏感天线共点配置, 其阵元互耦效应明显导致算法性能严重下降, 且制作成本高<sup>[9]</sup>。空间分离式极化敏感天线阵元之间互耦相对较低, 也易于由标量天线升级而成, 如改变天线指向。鉴于此, 文献[10-14]提出了分离式全电磁矢量极化敏感天线, 并研究了线性分离式和圆形分离式全电磁矢量极化天线的硬件设计, 指出其在 DOA 估计应用中的性能优势。遗憾的是, 这些研究<sup>[10-14]</sup>并没有涉及具体的 DOA 估计算法。因此, 文献[15]提出一种双平行线分离式全电磁矢量极化天线, 经过巧妙的阵元位置布局, 提出修正矢量叉乘 DOA 估计算法, 首次实现分离式极化天线的 DOA 估计。但该算法对阵元位置要求较为严格, 若对阵元位置限制条件进行松弛, 则修正矢量叉乘 DOA 估计算法失效。故文献[16]提出一种枚举非线性规划算法, 可实现对一般分离式全电磁矢量极化天线的 DOA 估计。但是, 这两种算法<sup>[15,16]</sup>均是建立在应用时域 ESPRIT 算法得到空域-极化域联合流形矢量的前提下, 对入射信号的形式要求较为严格, 当入射信号不具备时域旋转不变性时, 算法失效; 其次, 这两种算法<sup>[15,16]</sup>均采用单个极化天线, 在实际应用中, 采用阵列形式显然更为实际; 最后, 该分离式极化敏感天线均采用全电磁矢量极化天线, 但在实际应用中, 电磁响应和磁场响应往往不一

致<sup>[17]</sup>, 会导致矢量叉乘算法性能下降, 故采用全电偶极子组成极化敏感阵列或者全磁环组成极化敏感阵列更为合理。故本文提出三正交电偶极子组成的均匀稀疏分离式极化敏感阵列, 并针对该阵列提出一种基于空域 ESPRIT 新的 DOA 估计算法, 首先利用阵列的空域旋转不变性采用 ESPRIT 算法计算出多值模糊 DOA 估计; 接着利用该模糊估计值对三正交分离式极化天线进行空间相移的补偿, 然后利用三正交共点式极化天线之间的多维角度关系求出对应的虚拟 DOA 估计。最后通过提取多值模糊估计值和对应虚拟估计值之差的最小范数得到目标的 DOA 估计闭式解。本文方法采用阵列固有的空域旋转不变性, 且阵列为全电偶极子构成, 并可得到 DOA 估计的闭式解, 故可同时弥补文献[15]和文献[16]方法的 3 个不足点。

## 2 阵列及其信号模型

本文所提阵列结构如图 1 所示, 其中图 1(a)为单个极化敏感天线的组成形式, 由分别平行于  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴的 3 个电偶极子组成, 分别记为:  $E_x$ ,  $E_y$  和  $E_z$ , 3 个电偶极子的位置可任意, 假设其坐标为:  $E_x = (x_a, y_a, z_a)$ ,  $E_y = (x_b, y_b, z_b)$ ,  $E_z = (x_c, y_c, z_c)$ , 故称为三正交分离式极化天线。可以看出当其坐标值相等的时候, 则退化为传统的三正交共点式极化天线。图 1(b)为均匀稀疏的极化敏感天线平面阵列, 其中“圆黑点”代表图 1(a)所示的三正交分离式电偶极子极化天线。其中沿  $x$  轴方向的阵元数为  $M$ , 相邻阵元间距均为  $D_x$ , 且大于半波长; 沿  $y$  轴方向的阵元数为  $N$ , 相邻阵元间距均为  $D_y$ , 且大于半波长。方位角  $\phi$  定义为顺时针与  $x$  轴的正向夹角, 范围为  $\phi \in [0, 2\pi)$ ; 俯仰角  $\theta$  定义为与  $z$  轴正向夹角, 范围为  $\theta \in [0, \pi]$ 。

其中, 图 1(a)所示三正交分离式极化天线的流

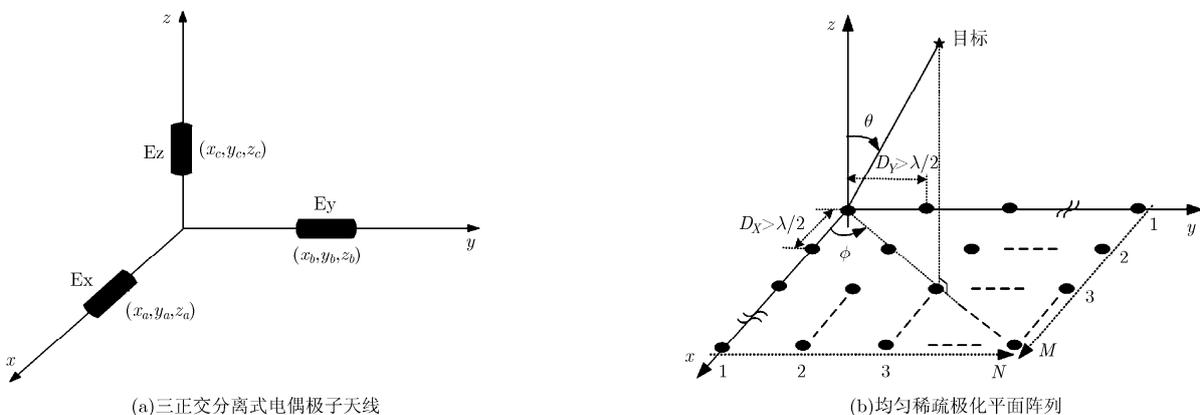


图 1 本文所提三正交分离式极化敏感稀疏阵列结构

形矢量  $\mathbf{b}(\theta, \phi, \gamma, \eta)$  等于各个极化分量的空间相移乘以三正交共点式极化天线的流形矢量  $\mathbf{a}(\theta, \phi, \gamma, \eta)$ , 可表示为

$$\mathbf{b}(\theta, \phi, \gamma, \eta) = \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(x_a u + y_a v + z_a w)} \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(x_b u + y_b v + z_b w)} \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(x_c u + y_c v + z_c w)} \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi \sin \gamma e^{j\eta} - \sin \phi \cos \gamma \\ \cos \theta \sin \phi \sin \gamma e^{j\eta} + \cos \phi \cos \gamma \\ -\sin \theta \sin \gamma e^{j\eta} \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}(\theta, \phi, \gamma, \eta)} \quad (1)$$

其中,  $\odot$  为 Hadamard 积即对应元素相乘,  $\gamma \in [0, \pi/2]$  和  $\eta \in [-\pi, \pi]$  分别表示极化辅角和极化相位差。  $\lambda$  为波长。  $u = \sin \theta \cos \phi$ ,  $v = \sin \theta \sin \phi$  和  $w = \cos \theta$  分别为入射信号沿  $x$  轴,  $y$  轴和  $z$  轴的方向余弦。

图1(b)所示均匀稀疏平面列中沿  $x$  轴方向的单列阵元流形矢量可表示为

$$\mathbf{q}_x(u) = [1, e^{-j2\pi D_X u/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi(M-1)D_X u/\lambda}]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1} \quad (2)$$

其中, 上标  $T$  表示转置。图1(b)所示均匀稀疏平面列中沿  $y$  轴方向的单行阵元流形矢量可表示为

$$\mathbf{q}_y(v) = [1, e^{-j2\pi D_Y v/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi(N-1)D_Y v/\lambda}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1} \quad (3)$$

则整个阵列的流形矢量等于

$$\mathbf{c}(\theta, \phi, \gamma, \eta) = \mathbf{q}_x(u) \otimes \mathbf{q}_y(v) \otimes \mathbf{b}(\theta, \phi, \gamma, \eta) \in \mathbb{C}^{3MN \times 1} \quad (4)$$

其中,  $\otimes$  为 Kronecker 积。假设有  $K$  个完全极化窄带平面波入射到该阵列, 则整个阵列的接收数据可表示为

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{c}(\theta_k, \phi_k, \gamma_k, \eta_k) s_k(t) + \mathbf{n}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (5)$$

其中, 流形矩阵  $\mathbf{A} = [\mathbf{c}(\theta_1, \phi_1, \gamma_1, \eta_1), \mathbf{c}(\theta_2, \phi_2, \gamma_2, \eta_2), \dots, \mathbf{c}(\theta_K, \phi_K, \gamma_K, \eta_K)] \in \mathbb{C}^{3MN \times K}$ , 信号矢量  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ , 第  $k$  个目标  $s_k(t)$  设为零均值复高斯随机过程,  $\mathbf{n}(t) \in \mathbb{C}^{3MN \times 1}$  为复高斯白噪声。波达方向估计问题即为根据式(5)所描述的信号模型估计  $K$  个目标的俯仰角和方位角  $\{\theta_k, \phi_k | k = 1, 2, \dots, K\}$ 。

### 3 本文算法描述

#### 3.1 基于 ESPRIT 的高精度模糊 DOA 估计

利用式(5)的接收数据得到信号子空间  $\mathbf{E}_S \in \mathbb{C}^{3MN \times K}$ , 信号子空间  $\mathbf{E}_S$  与流形矩阵  $\mathbf{A}$  构成相同空间, 即  $\mathbf{E}_S = \mathbf{A} \mathbf{T}$ , 其中  $\mathbf{T}$  为唯一非奇异矩阵。

在图1(b)中选取最上面  $(M-1)$  行极化天线构成

子阵1, 选取最下面  $(M-1)$  行极化天线构成子阵2。可看出子阵2可由子阵1沿  $x$  轴平行移动  $D_X$  的距离得到, 阵列流形矢量的等同关系可以表示为

$$\mathbf{J}_2^u \mathbf{c}(\theta, \phi, \gamma, \eta) = e^{-j2\pi D_X u/\lambda} \mathbf{J}_1^u \mathbf{c}(\theta, \phi, \gamma, \eta) \quad (6)$$

其中, 选择矩阵  $\mathbf{J}_2^u = [\mathbf{O}_{3(M-1)N, 3N} \quad \mathbf{I}_{3(M-1)N}]$  和  $\mathbf{J}_1^u = [\mathbf{I}_{3(M-1)N} \quad \mathbf{O}_{3(M-1)N, 3N}]$ , 其中  $\mathbf{O}_{M,N}$  表示大小为  $M \times N$  的零元素矩阵,  $\mathbf{I}_M$  表示大小为  $M \times M$  的单位阵。对于所有  $K$  个目标, 式(6)则转化为阵列流形矩阵的等同关系:

$$\mathbf{J}_2^u \mathbf{A} = \mathbf{J}_1^u \mathbf{A} \Phi^u \quad (7)$$

其中,  $\Phi^u = \text{diag}[e^{-j2\pi D_X u_1/\lambda}, e^{-j2\pi D_X u_2/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi D_X u_K/\lambda}]$ ,  $\text{diag}[\cdot]$  表示对角化操作。无噪条件下, 把  $\mathbf{E}_S = \mathbf{A} \mathbf{T}$  代入式(7)可得

$$\mathbf{J}_2^u \mathbf{E}_S = \mathbf{J}_1^u \mathbf{E}_S \Psi^u \quad (8)$$

其中  $\Psi^u = (\mathbf{T}^u)^{-1} \Phi^u \mathbf{T}^u$ 。

在图1(b)中选取最左边  $(N-1)$  列极化天线构成子阵3, 选取最右边  $(N-1)$  列极化天线构成子阵4。可看出子阵4可由子阵3沿  $y$  轴平行移动  $D_Y$  的距离得到, 阵列流形矢量的等同关系可以表示为

$$\mathbf{J}_2^v \mathbf{c}(\theta, \phi, \gamma, \eta) = e^{-j2\pi D_Y v/\lambda} \mathbf{J}_1^v \mathbf{c}(\theta, \phi, \gamma, \eta) \quad (9)$$

其中, 选择矩阵  $\mathbf{J}_2^v = \mathbf{I}_M \otimes [\mathbf{O}_{3,3} \quad \mathbf{I}_{3(N-1)}]$  和  $\mathbf{J}_1^v = \mathbf{I}_M \otimes [\mathbf{I}_{3(N-1)} \quad \mathbf{O}_{3,3}]$ 。对于所有  $K$  个目标, 式(9)则转化为阵列流形矩阵的等同关系:

$$\mathbf{A}_2^v = \mathbf{A}_1^v \Phi^v \quad (10)$$

其中,  $\Phi^v = \text{diag}[e^{-j2\pi D_Y v_1/\lambda}, e^{-j2\pi D_Y v_2/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi D_Y v_K/\lambda}]$ 。无噪条件下, 把  $\mathbf{E}_S = \mathbf{A} \mathbf{T}$  代入式(10)可得

$$\mathbf{J}_2^v \mathbf{E}_S = \mathbf{J}_1^v \mathbf{E}_S \Psi^v \quad (11)$$

其中  $\Psi^v = (\mathbf{T}^v)^{-1} \Phi^v \mathbf{T}^v$ 。

噪声条件下, 式(8)和式(11)可用总体最小二乘等方法求解得到  $\Psi^u$  和  $\Psi^v$ 。由于阵元间距  $D_X, D_Y$  大于半波长, 故一组高精度但周期性模糊的方向余弦  $u_k^f$  和  $v_k^f$  可由式(12)和式(13)得到

$$u_k^f = \frac{\angle([\Phi^u]_{kk})}{2\pi D_X/\lambda}, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (12)$$

$$v_k^f = \frac{\angle([\Phi^v]_{kk})}{2\pi D_Y/\lambda}, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (13)$$

其中矩阵  $\Phi^u$  和  $\Phi^v$  的对角元素  $\{[\Phi^u]_{kk}, k = 1, \dots, K\}$  和  $\{[\Phi^v]_{kk}, k = 1, \dots, K\}$  分别为  $\Psi^u$  和  $\Psi^v$  特征分解之后的特征值,  $\angle\{\cdot\} \in [-\pi, \pi]$  表示取复数值角度。方向余弦  $u_k$  和  $v_k$  的周期模糊值为<sup>[15]</sup>

$$u_k^{f(m)} = u_k^f + m\lambda/D_X,$$

$$|(-1 - u_k^f)D_X/\lambda| \leq m \leq |(1 - u_k^f)D_X/\lambda| \quad (14)$$

$$v_k^{f(n)} = v_k^f + n\lambda/D_Y,$$

$$|(-1 - v_k^f)D_Y/\lambda| \leq n \leq |(1 - v_k^f)D_Y/\lambda| \quad (15)$$

其中  $\lceil \cdot \rceil$  和  $\lfloor \cdot \rfloor$  分别表示向正无穷大取整和向负无穷大取整。注意到特征分解后,  $\mathbf{T}^u$  和  $\Phi^u$  之间为一一对应关系, 同样  $\mathbf{T}^v$  和  $\Phi^v$  之间亦为一一对应关系。但是  $\Phi^u$  和  $\Phi^v$  的顺序是任意的, 这里利用一种简单的行之有效的方法来完成其配对<sup>[2]</sup>, 即利用特征值、特征向量和矩阵之间的相互关系来完成配对: 因为  $\mathbf{T}^u$  和  $\mathbf{T}^v$  拥有相同行向量, 找到相同行向量对应的序号即实现了估计值之间的配对。令  $k$  表示矩阵  $\mathbf{T}^u(\mathbf{T}^v)^{-1}$  的行序号, 寻找第  $k$  行最大值元素对应的列序号  $l$ , 则  $\mathbf{T}^u$  的第  $k$  行与  $\mathbf{T}^v$  的第  $l$  行对应于同一个目标, 则实现了  $\{\mathbf{T}^u, \Phi^u\}$  和  $\{\mathbf{T}^v, \Phi^v\}$  之间的配对。

然后根据式(14)和式(15)得到的对应于同一个目标的模糊方向余弦估计值  $u_k^{f(m)}$  和  $v_k^{f(n)}$ , 可得式(16)的  $\{P \cdot Q\}$  组俯仰角和方位角估计值。其中,  $P$  表示式(14)中  $m$  的取值个数,  $Q$  表示式(15)中  $n$  的取值个数。

$$\hat{\theta}_k^{f(m,n)} = \begin{cases} \arcsin \left[ \sqrt{[\hat{u}_k^{f(m)}]^2 + [\hat{v}_k^{f(n)}]^2} \right], & \theta \in [0, \pi/2] \\ -\arcsin \left[ \sqrt{[\hat{u}_k^{f(m)}]^2 + [\hat{v}_k^{f(n)}]^2} \right] + \pi, & \theta \in (\pi/2, \pi] \end{cases} \quad (16)$$

$$\hat{\phi}_k^{f(m,n)} = \begin{cases} \angle \left\{ \hat{u}_k^{f(m)} + j\hat{v}_k^{f(n)} \right\}, & \hat{v}_k^{f(n)} \geq 0 \\ \angle \left\{ \hat{u}_k^{f(m)} + j\hat{v}_k^{f(n)} \right\} + 2\pi, & \hat{v}_k^{f(n)} < 0 \end{cases}$$

在式(16)中, 只有一组估计值为正确的闭式解, 其余  $\{P \cdot Q - 1\}$  组为模糊值。下面提出一种虚拟精-粗估计拟合解模糊算法得到其正解。

### 3.2 虚拟精-粗估计拟合解模糊

首先利用信号子空间  $\mathbf{E}_S$  与流形矩阵  $\mathbf{A}$  构成相同空间的关系可得流形矩阵的估计值:  $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{E}_S [1/2(\mathbf{T}^v + \mathbf{T}^u)]^{-1}$ 。则位于原点处的三正交分离式极化天线的第  $k(k = 1, 2, \dots, K)$  个目标的流形矢量估计值可表示为

$$\left. \begin{aligned} \phi_k^{c(m,n)} &= \left\{ \begin{aligned} &\angle \left\{ j \operatorname{Im} \{ [\mathbf{q}_k^{(m,n)}]_1 \} - \operatorname{Im} \{ [\mathbf{q}_k^{(m,n)}]_2 \} \right\} \\ &\angle \left\{ j \operatorname{Im} \{ [\mathbf{q}_k^{(m,n)}]_1 \} - \operatorname{Im} \{ [\mathbf{q}_k^{(m,n)}]_2 \} \right\} + 2\pi \end{aligned} \right\} \\ \theta_k^{c(m,n)} &= \left\{ \begin{aligned} &\tan^{-1} \left\{ \left\| \frac{-[\mathbf{q}_k^{(m,n)}]_3}{\operatorname{Re} [\mathbf{q}_k^{(m,n)}]_1 \cos \phi_k^{c(m,n)} + \operatorname{Re} [\mathbf{q}_k^{(m,n)}]_2 \sin \phi_k^{c(m,n)}} \right\| \right\} \\ &\tan^{-1} \left\{ \left\| \frac{-[\mathbf{q}_k^{(m,n)}]_3}{\operatorname{Re} [\mathbf{q}_k^{(m,n)}]_1 \cos \phi_k^{c(m,n)} + \operatorname{Re} [\mathbf{q}_k^{(m,n)}]_2 \sin \phi_k^{c(m,n)}} \right\| \right\} + \pi \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

其中

$$\mathbf{q}_k^{(m,n)} = \hat{\mathbf{a}}(\theta_k^{(m,n)}, \phi_k^{(m,n)}, \gamma_k^{(m,n)}, \eta_k^{(m,n)}) \cdot e^{-j\angle[\hat{\mathbf{a}}(\theta_k^{(m,n)}, \phi_k^{(m,n)}, \gamma_k^{(m,n)}, \eta_k^{(m,n)})]_3}$$

$[\mathbf{q}]_p$  表示求向量  $\mathbf{q}$  的第  $p$  个元素。  $\operatorname{Im}(\cdot)$  和  $\operatorname{Re}(\cdot)$  分别

$$\hat{\mathbf{b}}(\theta_k, \phi_k, \gamma_k, \eta_k) = c \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \hat{\mathbf{A}} \{ [3(m-1)N + 3(n-1) + 1] : [3(m-1)N + 3n] \} [(\Phi^u)^*]^{m-1} [(\Phi^v)^*]^{n-1} \mathbf{e}_k \quad (17)$$

其中  $c$  为复常数。选择向量  $\mathbf{e}_k = \underbrace{[0, \dots, 0]_{k-1}}_{k-1}, \underbrace{[1, 0, \dots, 0]_{K-k}}_{K-k}$ 。

$\hat{\mathbf{A}}\{i : j\}$  表示矩阵  $\hat{\mathbf{A}}$  的第  $i$  行至第  $j$  行构成的矩阵。由式(1)可看出, 由于空间相移因子的影响, 从分离式极化天线的流形矢量估计值  $\hat{\mathbf{b}}(\theta_k, \phi_k, \gamma_k, \eta_k)$  中无法得到其 DOA  $(\theta_k, \phi_k)$  的粗估计<sup>[18]</sup>, 故无法利用常规的粗估计作为参考其精估计的模糊值的方法。这里提出反推法, 利用模糊精估计推导得到虚拟粗估计, 然后对模糊精估计和虚拟粗估计进行拟合, 拟合的最小范数对应的精估计即为无模糊精估计的闭式解, 这里称之为虚拟精-粗估计拟合解模糊算法。首先利用式(16)中的  $\{P \cdot Q\}$  组 DOA 估计值对三正交分离式极化天线的流形矢量估计值的空间相移进行补偿得到三正交共点式极化天线的流形矢量估计值, 其中第  $(m, n)$  组精估计对应的三正交共点式极化天线的流形矢量估计值可表示为

$$\hat{\mathbf{a}}(\theta_k^{(m,n)}, \phi_k^{(m,n)}, \gamma_k^{(m,n)}, \eta_k^{(m,n)}) = \hat{\mathbf{b}}(\theta_k, \phi_k, \gamma_k, \eta_k) \odot \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(x_a \hat{u}_k^{(m,n)} + y_a \hat{v}_k^{(m,n)} + z_a \hat{w}_k^{(m,n)})} \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(x_b \hat{u}_k^{(m,n)} + y_b \hat{v}_k^{(m,n)} + z_b \hat{w}_k^{(m,n)})} \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(x_c \hat{u}_k^{(m,n)} + y_c \hat{v}_k^{(m,n)} + z_c \hat{w}_k^{(m,n)})} \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中  $\hat{u}_k^{(m,n)} = \sin \theta_k^{f(m,n)} \cos \phi_k^{f(m,n)}$ ,  $\hat{v}_k^{(m,n)} = \sin \theta_k^{f(m,n)} \sin \phi_k^{f(m,n)}$  和  $\hat{w}_k^{(m,n)} = \cos \theta_k^{f(m,n)}$ 。从上述的相移补偿方式可以看出, 该分离式极化天线各分量的位置是任意的, 这样使得分离式极化天线的设计更加灵活。根据式(18)的估计值, 利用文献[18]的结果可得到其对应的虚拟 DOA 粗估计:

表示取虚部和实部。注意在式(19)中, 并不需要知道  $\pi$  模糊的条件, 通过式(20)的模糊值筛选即可去掉  $\pi$  模糊。同样地, 在式(16)中  $\hat{\theta}_k^{f(m,n)}$  的取值分两种情形, 即  $\theta \in [0, \pi/2]$  或者  $\theta \in (\pi/2, \pi]$ 。本文的处理方

法是将两个估计值同时取出,其中必然有一个估计值正确,另外一个估计值错误。然后两个估计值均通过式(20)来计算其范数,错误估计值的范数必然大于正确估计值的范数,取出较小的范数即可去掉错误的估计值。文献[18]的三正交共点式极化天线的DOA闭式解需要极化参数 $\eta$ 的先验知识,因此本文的三正交极化天线的的应用范围比文献[18]要广。

在无噪条件下,当且仅当式(18)的相位补偿正确时,即精估计 $\{\theta_k^{f(m,n)}, \phi_k^{f(m,n)}\}$ 为正确的闭式解时,式(19)的估计值 $\{\theta_k^{c(m,n)}, \phi_k^{c(m,n)}\}$ 才为目标的俯仰角和方位角真值。则在 $\{P \cdot Q\}$ 组模糊精估计值中,模糊精估计值和其对应的虚拟粗估计值相等时的估计值即为目标真值。噪声条件下,可用 $\{\theta_k^{f(m,n)}, \phi_k^{f(m,n)}\}$ 和 $\{\theta_k^{c(m,n)}, \phi_k^{c(m,n)}\}$ 之间拟合的最小范数取出真值的闭式解:

$$(m^o, n^o) = \arg \min_{m,n} \left\{ [\theta_k^{c(m,n)} - \theta_k^{f(m,n)}]^2 + [\phi_k^{c(m,n)} - \phi_k^{f(m,n)}]^2 \right\} \quad (20)$$

则无模糊的目标俯仰角和方位角的精估计值为

$$\begin{cases} \hat{\theta}_k = \theta_k^{f(m^o, n^o)} \\ \hat{\phi}_k = \phi_k^{f(m^o, n^o)} \end{cases}, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (21)$$

注意上述 $m$ 和 $n$ 的取值范围已在式(14)和式(15)中给出。

在某些应用场合,如极化波束形成和极化目标识别等技术,需要对极化参数进行估计。可把 $(m^o, n^o)$ 代入式(18)得到共点式极化天线的流形矢量 $\hat{\mathbf{a}}(\theta_k^{(m^o, n^o)}, \phi_k^{(m^o, n^o)}, \gamma_k^{(m^o, n^o)}, \eta_k^{(m^o, n^o)})$ ,则极化参数可表示为<sup>[18]</sup>

$$\begin{cases} \hat{\gamma}_k = \arcsin \left\{ \frac{\|[\mathbf{q}_k^{(m^o, n^o)}]_3\|}{\sin \hat{\theta}_k} \right\} \\ \hat{\eta}_k = -\angle \left\{ [\mathbf{q}_k^{(m^o, n^o)}]_1 \sin \hat{\phi}_k + [\mathbf{q}_k^{(m^o, n^o)}]_2 \cos \hat{\phi}_k \right\} \end{cases} \quad (22)$$

其中,  $\mathbf{q}_k^{(m^o, n^o)} = \hat{\mathbf{a}}(\theta_k^{(m^o, n^o)}, \phi_k^{(m^o, n^o)}, \gamma_k^{(m^o, n^o)}, \eta_k^{(m^o, n^o)}) \cdot e^{-j\angle[\hat{\mathbf{a}}(\theta_k^{(m^o, n^o)}, \phi_k^{(m^o, n^o)}, \gamma_k^{(m^o, n^o)}, \eta_k^{(m^o, n^o)})]_3}$ 。

#### 4 计算机仿真结果

本节用计算机仿真来证明本文所提阵列结构和DOA估计算法的有效性。在下面的仿真中,三正交分离式极化天线的位置配置为:  $E_x = (0.5\lambda, 0, 0)$ ,  $E_y = (0, 0.5\lambda, 0)$ ,  $E_z = (0, 0, 0.5\lambda)$ 。

**仿真1** 目标二维DOA估计及其配对

考虑该稀疏均匀矩形极化平面阵列的大小为 $4 \times 4$ ,即 $M = 4, N = 4$ , $x$ 轴方向相邻极化天线的间距为 $D_x = 5(\lambda/2)$ , $y$ 轴方向相邻极化天线的间距为

$D_y = 5(\lambda/2)$ 。 $K = 3$ 个独立目标,目标俯仰角为: $\theta = [10^\circ, 20^\circ, 30^\circ]$ ,目标方位角为: $\phi = [15^\circ, 35^\circ, 25^\circ]$ ,极化辅角为: $\gamma = [70^\circ, 30^\circ, 10^\circ]$ 。极化相位差为: $\eta = [30^\circ, 110^\circ, 70^\circ]$ 。快拍数 $L = 200$ ,信噪比 $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$ 。入射信号假设为零均值高斯随机过程。图2给出了100次Monte-Carlo实验目标方位角和俯仰角估计星座图。从该星座图中可以看出本文算法能够正确估计出目标方位角与俯仰角2维参数。证明了本文方法并不局限于具有时域旋转不变性的入射信号,原因在于本文方法用固有的空域旋转不变性代替了时域旋转不变性。

**仿真2** 估计性能与信噪比关系比较

考虑稀疏均匀矩形极化平面阵列的阵元数为 $M = 8, N = 8$ ,极化天线之间间距为 $D_x = 10(\lambda/2)$ , $D_y = 10(\lambda/2)$ 。目标数 $K = 2$ ,快拍数 $L = 200$ ,DOA和极化参数为: $(\theta_1, \phi_1, \gamma_1, \eta_1) = (70^\circ, 45^\circ, 45^\circ, -90^\circ)$ , $(\theta_2, \phi_2, \gamma_2, \eta_2) = (55^\circ, 20^\circ, 45^\circ, 90^\circ)$ ,可看出两个信号分别为右旋圆极化信号和左旋圆极化信号,完成1000次Monte-Carlo实验。定义衡量估计性能的均方根误差(RMSE)为:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \text{E}[(\hat{\alpha}_k - \alpha_k)^2]}, \quad \text{其中}$$

$\hat{\alpha} = \{\hat{\theta}, \hat{\phi}\}$ 为俯仰角和方位角估计值, $\alpha = \{\theta, \phi\}$ 为俯仰角和方位角真实值。考察本文方法与半波长非极化矩形平面阵列即常规的标量平面阵列以及文献[19]的DOA估计性能对比。鉴于比较的公平性,3种阵列的通道数需一致,这里假设非极化阵列的大小为 $14 \times 14$ ,其接收通道196略大于本文阵列的通道数192,而文献[19]算法则需要用三正交共点式矢量天线来代替6分量共点式电磁矢量传感器,以保证通道数量的一致性,并用文献[18]的结果来代替矢量叉积的粗估计值(绕开了电偶极子和磁偶极子响应不一致的问题)。从图3中可看到,本文方法的DOA估计性能较非极化半波长平面阵显著提高,且接近于CRB,原因在于本文对阵列的稀疏配置使其物理孔径大大增加,另一方面的原因在于极化天线的应用获取了信号的极化分集。本文方法的DOA估计性能与文献[19]算法一致,但是本文采用分离式电磁矢量传感器大大降低了阵元间的互耦,降低了阵列实现的硬件复杂度。

#### 5 结论

本文研究了三正交分离式极化天线构成的阵列对2维DOA的估计问题。提出了一种稀疏均匀矩形极化平面阵列,阵列的稀疏配置使得在不增加阵元数和硬件复杂度情况下有效扩展了阵列物理孔径,但同时也造成了2维DOA估计的模糊问题,提出了一种虚拟精-粗估计解模糊算法去掉其模糊

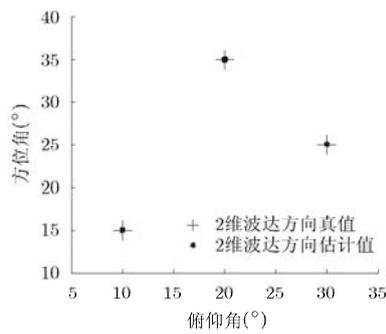


图2 本文算法目标2维DOA估计星座图

值。该方法同时利用了极化天线提供的极化分集和稀疏阵列带来的空间分集使得该阵列的2维DOA的估计性能大大优于常规的标量阵列；此外三正交分离式的极化天线设计灵活，解决了共点式极化天线互耦严重的问题，使得极化阵列硬件设计的难度大大降低；且绕开了电偶极子和磁偶极子响应不一致的问题。

### 参考文献

- [1] Yuan X. Diversely polarized antenna-array signal processing [D]. [Ph.D. dissertation], The Hong Kong Polytechnic University, 2012.
- [2] 徐友根, 刘志文, 龚晓峰. 极化敏感阵列信号处理[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2013: 1-7.
- [3] Gu C, He J, Li H, *et al.* Target localization using MIMO electromagnetic vector array systems[J]. *Signal Processing*, 2013, 93(7): 2103-2107.
- [4] 邵华, 苏卫民, 顾红, 等. 基于稀疏互质电磁矢量阵列的MUSIC算法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(9): 2033-2038.
- [5] Rahamim D, Tabrikian J, and Shavit R. Source localization using vector sensor array in a multipath environment[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(11): 3096-3103.
- [6] Luo F and Yuan X. Enhanced "vector-cross-product" direction-finding using a constrained sparse triangular-array [J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2012, DOI:10.1186/1687-6180-2012-115.
- [7] Gong X F, Liu Z W, and Xu Y G. Coherent source localization: bicomplex polarimetric smoothing with electromagnetic vector-sensors[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(3): 2268-2285.
- [8] Jiang J and Zhang J. A weighted inner product estimator in the geometric algebra of euclidean 3-space for source localization using an EM vector-sensor [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2012, 25(1): 83-93.
- [9] Chiu C Y, Yan J B, Murch R D, *et al.* Design and implementation of a compact 6-port antenna[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2009, 8: 767-770.
- [10] See C-M S and Nehorai A. Source localization with distributed electromagnetic component sensor array processing[C]. *IEEE Seventh International Symposium on Signal Processing and Its Applications*, Pairs, France, 2003, 1:

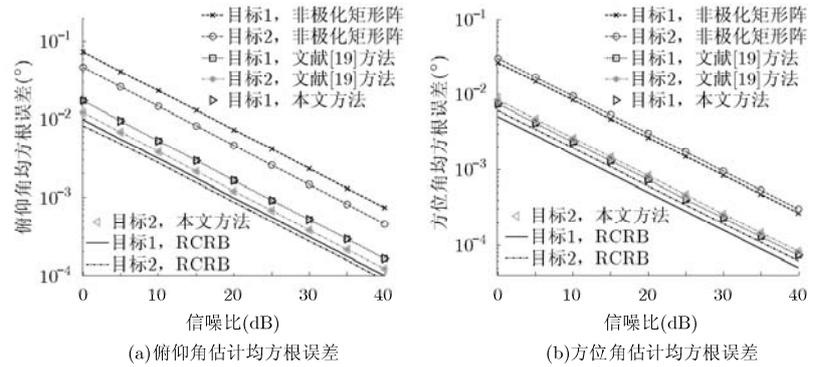


图3 2维DOA估计均方根误差随信噪比变化曲线

177-180.

- [11] Monte L L, Elnour B, Erricolo D, *et al.* Design and realization of a distributed vector sensor for polarization diversity applications[C]. *IEEE International Waveform Diversity and Design Conference*, Pisa, Italy, 2007: 358-361.
- [12] Monte L L, Elnour B, and Erricolo D. Distributed 6D vector antennas design for direction of arrival application[C]. *IEEE International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications*, Torino, Italy, 2007: 431-434.
- [13] Monte L L, Elnour B, Rajagopalan A, *et al.* Circularly and linearly distributed narrowband vector antennas for direction of arrival applications[C]. *North American Radio Science Conference*, Ottawa, Ontario, Canada, 2007: 22-26.
- [14] Hurtado M and Nehorai A. Performance analysis of passive low-grazing-angle source localization in maritime environments using vector sensors[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(2): 780-789.
- [15] Wong K T and Yuan X. 'Vector cross-product direction-finding' with an electromagnetic vector-sensor of six orthogonally oriented but spatially non-collocating dipoles/loops[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(1): 160-171.
- [16] Li Y and Zhang J. An Enumerative NonLinear Programming approach to direction finding with a general spatially spread electromagnetic vector sensor array[J]. *Signal Processing*, 2013, 93(4): 856-865.
- [17] Li J. Direction and polarization estimation using arrays with small loops and short dipoles[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1993, 41(3): 379-387.
- [18] Yuan X, Wong K T, Xu Z, *et al.* Various triads of collocated dipoles/loops, for direction finding & polarization estimation [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2012, 12(6): 1763-1771.
- [19] Zoltowski M D and Wong K T. ESPRIT-based 2-D direction finding with a sparse uniform array of electromagnetic vector sensors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(8): 2195-2204.

- 郑桂妹: 男, 1987年生, 博士生, 研究方向为矢量传感器阵列、MIMO雷达信号处理。
- 陈伯孝: 男, 1966年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向包括新体制雷达系统与雷达信号处理、阵列信号处理、精确制导与目标跟踪等。
- 吴渤: 男, 1989年生, 博士生, 研究方向为极化敏感阵列信号处理。