

## 基于二次虚拟孔径扩展的双基地 MIMO 雷达 相干分布式目标中心角度估计

徐旭宇\* 李小波 梁浩 牛朝阳 董杰

(合肥电子工程学院 合肥 230037)

**摘要:** 该文提出了基于二次虚拟孔径扩展的双基地 MIMO 雷达相干分布式目标中心角度估计算法。首先构造了基于非均匀阵列的具有相同确定性角信号分布函数和分布参数的相干分布式目标的双基地 MIMO 雷达信号模型,再利用基于最小冗余的差分共置阵列思想,实现了阵元二次虚拟扩展;然后通过构造置换、去冗余和换维矩阵,得到了新的协方差矩阵;最后利用 ESPRIT 算法思想,估计出相干分布式目标的发射、接收中心角,并且实现了角度参数的自动配对。由于该文算法实现了阵元二次虚拟扩展,因此相比于传统 MIMO 雷达能识别更多的目标,具有更高的估计精度。实验仿真结果证明了该文算法的有效性。

**关键词:** 双基地 MIMO 雷达; 最小冗余阵列; 差分共置阵列; 相干分布式目标; 二次虚拟扩展

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)04-0953-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.00955

## Central Angle Estimation of Coherently Distributed Sources for Bistatic MIMO Radar Based on Second Virtual Array Aperture Extension

Xu Xu-yu Li Xiao-bo Liang Hao Niu Chao-yang Dong Jie

(Hefei Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China)

**Abstract:** A new central angle estimation method of the coherently distributed sources for bistatic MIMO radar is proposed based on second virtual array aperture extension. Firstly, the bistatic MIMO radar data model for the coherently distributed sources with the identical deterministic angular distribution function and distribution parameter is built based on nonuniform array. The second virtual array aperture extension is also realized by the colocated difference arrays of the minimum redundancy arrays. Furthermore, the new correlation matrix is obtained via transformal, eliminating redundant and changeable dimensional matrix. Finally, the central angles of DODs and DOAs are estimated without pairing algorithm by the idea of ESPRIT. Because of the second virtual array aperture extension, the proposed method provides much more parameter identifiability and better parameter estimation performance than the conventional bistatic MIMO radar. The effectiveness of the proposed method is verified with the computer simulation.

**Key words:** Bistatic MIMO radar; Minimum redundancy arrays; Colocated difference arrays; Coherently distributed sources; Second virtual array aperture extension

### 1 引言

近年来,多输入多输出(MIMO)雷达作为一种新的雷达体制受到广泛关注<sup>[1-7]</sup>。然而上述文献都是基于点目标的参数估计,在雷达实际工作环境中,由于目标总会由于多径散射等因素在空间发生一定的角度扩展,具有分布式特性。对于分布式目标,用传统的点目标参数估计方法进行处理将导致性能的严重恶化,甚至会得到错误的估计结果。因此本文研究分布式目标的参数估计问题。分布式目标可分

为相干分布式目标和非相干分布式目标,本文考虑相干分布式目标。对于相干分布式目标国内外许多学者进行了大量的研究。文献[8]将多重信号分类(MULTiple SIgnal Classification, MUSIC)算法推广到分布式目标参数估计(Distributed Signal Parameter Estimator, DSPE)算法,但是该方法需要进行2维谱峰搜索,计算量大。文献[9]利用两组间距很小的平行线阵先提取出俯仰角方向的旋转不变因子,再利用方位角的二次旋转不变特性通过广义特征值分解求解出方位角,最后利用极小特征值方法进行参数配对,但是两组间距很小的平行线阵之间有着强烈的互耦效应,因此在实际情形中该方法并不适用。文献[10]利用泰勒级数展开方法推导出

2013-07-03 收到, 2013-10-22 改回

国家自然科学基金(60702015)资助课题

\*通信作者: 徐旭宇 xuxuyu8437727@163.com

了旋转不变因子, 再利用 ESPRIT 方法求解目标的角度参数, 但是由于该算法只适用于小角度扩展, 角度扩展较大时, 该算法误差较大。

文献[8-10]考虑的均是均匀线阵中相干分布式目标的参数估计, 而 MIMO 雷达相干分布式目标的参数估计问题研究较少。文献[11]将积分形式的相干分布式目标的导向矢量简化为点目标的导向矢量与实向量的 Hadamard 积, 并推导证明了相干分布式目标的导向矢量具有 Hadamard 积旋转不变性, 再利用这种特性通过广义特征值分解求出发射、接收中心角, 但是需要额外的配对算法对参数进行配对。而且在低仰角雷达海面反射的回波信号源的情形下, 各个相干分布式目标具有相同的确定性角信号分布函数和分布参数, 文献[11]中的方法将出现相位模糊<sup>[12]</sup>而失效。这是由于: 考虑文献[11]的情形, 当各个相干分布式目标的分布函数与分布参数不相同, 其信号子空间能用广义发射、接收阵列流型唯一线性表示。然而, 当空域中各个相干分布式目标的分布函数与分布参数相同时, 虽然信号子空间也能用广义发射、接收阵列流型线性表示, 但是广义发射、接收阵列流型的列矢量的线性组合也满足与信号子空间线性相关。此时, 利用信号子空间构成的矩阵会出现“秩亏”的现象, 再进行广义特征值分解时, 就不能正确地估计出目标的角度。并且文献[11]中的方法只适用于均匀线阵。

本文基于文献[11]不能估计具有相同的确定性角信号分布函数和分布参数的相干分布式目标, 建立了基于非均匀阵列的具有相同确定性角信号分布函数和分布参数的相干分布式目标的双基地 MIMO 雷达信号模型, 再利用基于最小冗余的差分共置阵列思想, 实现了相对于传统 MIMO 雷达阵元虚拟扩展的阵元二次虚拟扩展。继而对数据重构, 采用 ESPRIT 算法思想, 估计出相干分布式目标的分布参数和旋转不变因子的乘积构成的矩阵, 再充分利用分布参数为实数这一特性, 估计出相干分布式目标的发射、接收中心角, 并且实现了角度参数的自动配对。本文算法较传统双基地 MIMO 雷达能识别更多的目标, 具有更高的估计精度, 还有无需谱峰搜索, 计算量小等优点。

## 2 信号模型

如图 1 所示, 双基地 MIMO 雷达的发射、接收阵元均为非均匀线性阵列配置, 发射阵元位于  $y$  轴, 共有  $M$  个, 其坐标分别为  $(0, y_1), (0, y_2), \dots, (0, y_M)$ , 并且以 1 号发射阵元作为参考发射阵元; 接收阵元位于  $x$  轴, 共有  $N$  个, 其坐标分别为  $(x_1, 0), (x_2, 0), \dots, (x_N, 0)$ , 并且以 1 号接收阵元作为参考接收阵元。假设第  $m$  个发射阵元与第  $m-1$  个发射阵元之间的

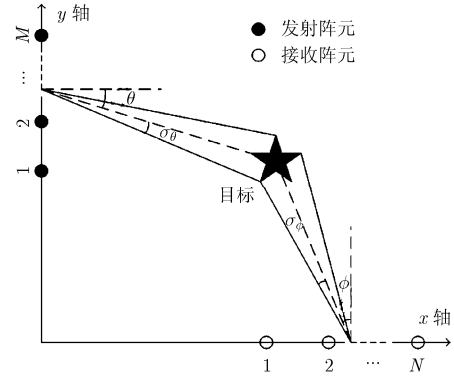


图 1 双基地 MIMO 雷达示意图

间距  $d_m^M$  为  $0.5\lambda \cdot (y_m - y_{m-1})$ , ( $m = 2, 3, \dots, M$ ), 第  $n$  个接收阵元与第  $n-1$  个接收阵元之间的间距  $d_n^N$  为  $0.5\lambda \cdot (x_n - x_{n-1})$ , ( $n = 2, 3, \dots, N$ )。其中  $\lambda$  为波长。考虑在同一距离分辨单元上有  $K$  个相干分布式目标, 那么当第  $t$  时刻的发射信号经过  $K$  个目标散射, 接收信号可以表示为

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{k=1}^K \alpha_k \sum_{i=1}^{L_i} \mathbf{a}_r(\phi_{k0} + \tilde{\phi}_{ki}) \cdot \sum_{j=1}^{L_j} \mathbf{a}_t^T(\theta_{k0} + \tilde{\theta}_{kj}) \mathbf{s}(t) + \mathbf{W}(t) \quad (1)$$

其中  $\alpha_k$  为第  $k$  个相干分布式目标的散射系数;  $\mathbf{W}(t)$  为噪声矢量, 假设其服从零均值, 方差为  $\sigma^2$  的复高斯白噪声随机过程, 即  $\mathbf{W} \sim N^c(0, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$ ;  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)]^T$  为  $t$  时刻的发射信号矢量,  $(\cdot)^T$  为矢量转置运算;  $L_i, L_j$  ( $i, j = 1, 2, \dots, K$ ) 为第  $k$  个相干分布式目标相对于接收、发射阵列包含的多径数;  $\theta_{k0}$  为第  $k$  个相干分布式目标的发射中心角,  $\tilde{\theta}_{kj}$  为第  $k$  个相干分布式目标中第  $j$  条多径相对于  $\theta_{k0}$  的偏差; 同理  $\phi_{k0}$  为第  $k$  个相干分布式目标的接收中心角,  $\tilde{\phi}_{ki}$  为第  $k$  个相干分布式目标中第  $i$  条多径相对于  $\phi_{k0}$  的偏差。当  $L_i$  和  $L_j$  较大时, 根据大数定理, 同一个相干分布式目标的多径分量和满足渐近高斯分布。因此, 式(1)可用式(2)的积分形式代替

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{k=1}^K \alpha_k \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathbf{a}_r(\phi_k) \mathbf{a}_t^T(\theta_k) \cdot \mathbf{s}_k(\phi_k, \theta_k, t; \eta_k) d\phi_k d\theta_k + \mathbf{W}(t) \quad (2)$$

其中  $\mathbf{a}_r(\phi_k) = [1, \exp(j2\pi d_2^N / \lambda \sin \phi_k), \dots, \exp(j2\pi d_N^N / \lambda \sin \phi_k)]^T \in \mathcal{C}^{N \times 1}$ ,  $\mathbf{a}_t(\theta_k) = [1, \exp(j2\pi d_2^M / \lambda \sin \theta_k), \dots, \exp(j2\pi d_M^M / \lambda \sin \theta_k)]^T \in \mathcal{C}^{M \times 1}$ ;  $\mathbf{s}_k(\phi_k, \theta_k, t; \eta_k)$  为第  $k$  个相干分布式目标的角信号密度函数,  $\eta_k$  为第  $k$  个相干分布式目标的角度参数, 其中  $\eta_k = (\eta_{\theta k}, \eta_{\phi k})$ ,  $\eta_{\theta k} = (\theta_{k0}, \sigma_{\theta k})$ ,  $\eta_{\phi k} = (\phi_{k0}, \sigma_{\phi k})$ ,  $\sigma_{\theta k}$  和  $\sigma_{\phi k}$  为第  $k$  个相干分布式目标相对于发射、接收中心角的角度扩展。根据文献[8]可知, 相干分布式目标满足

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_k(\phi_k, \theta_k, t; \eta_k) &= \mathbf{s}(t)p_k(\phi_k, \theta_k; \eta_k) \\ &= \mathbf{s}(t)p_{\phi_k}(\phi_k; \eta_{\phi_k})p_{\theta_k}(\theta_k; \eta_{\theta_k}) \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $p_{\theta_k}(\theta_k; \eta_{\theta_k})$  和  $p_{\phi_k}(\phi_k; \eta_{\phi_k})$  为确定性角信号分布函数。将式(3)代入式(2)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t) &= \sum_{k=1}^K \alpha_k \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathbf{a}_r(\phi_k) p_{\phi_k}(\phi_k; \eta_{\phi_k}) d\phi_k \\ &\quad \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathbf{a}_t^T(\theta_k) p_{\theta_k}(\theta_k; \eta_{\theta_k}) d\theta_k \mathbf{s}(t) + \mathbf{W}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

又因为

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathbf{a}_r(\phi_k) p_{\phi_k}(\phi_k; \eta_{\phi_k}) d\phi_k &= \mathbf{\Gamma}_{rk} \mathbf{a}_r(\phi_{k0}) \\ \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathbf{a}_t^T(\theta_k) p_{\theta_k}(\theta_k; \eta_{\theta_k}) d\theta_k &= [\mathbf{\Gamma}_{tk} \mathbf{a}_t(\theta_{k0})]^T \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中矩阵  $\mathbf{\Gamma}_{rk} = \text{diag}(\gamma_{rk})$  和  $\mathbf{\Gamma}_{tk} = \text{diag}(\gamma_{tk})$  只与相干分布式目标的分布程度有关，与相干分布式目标的中心角无关。其中  $\text{diag}(\bullet)$  为对角化运算；

$\gamma_{rk} = [\gamma_{rk1}, \gamma_{rk2}, \dots, \gamma_{rkN}]^T$ ， $\gamma_{tk} = [\gamma_{tk1}, \gamma_{tk2}, \dots, \gamma_{tkM}]^T$ 。假设  $p_{\theta_k}(\theta_k; \eta_{\theta_k})$  和  $p_{\phi_k}(\phi_k; \eta_{\phi_k})$  为共轭对称函数，容易证明<sup>[9]</sup>， $\gamma_{rk}$  和  $\gamma_{tk}$  均为正实数向量。又因为本文考虑的是各个相干分布式目标具有相同的确定性角信号分布函数和分布参数，即

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{rk_1i} &= \gamma_{rk_2i} \\ \gamma_{tk_1j} &= \gamma_{tk_2j} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &k_1, k_2 = 1, 2, \dots, K, \\ &i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \quad (6)$$

将式(5)和式(6)代入式(4)可得

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{k=1}^K \alpha_k \mathbf{\Gamma}_r \mathbf{a}_r(\phi_{k0}) [\mathbf{\Gamma}_t \mathbf{a}_t(\theta_{k0})]^T \mathbf{s}(t) + \mathbf{W}(t) \quad (7)$$

其中  $\mathbf{\Gamma}_r = \text{diag}(\gamma_r)$ ， $\gamma_r = [\gamma_{r1}, \gamma_{r2}, \dots, \gamma_{rN}]^T \in \mathcal{R}^{N \times 1}$ ； $\mathbf{\Gamma}_t = \text{diag}(\gamma_t)$ ， $\gamma_t = [\gamma_{t1}, \gamma_{t2}, \dots, \gamma_{tM}]^T \in \mathcal{R}^{M \times 1}$ 。

根据 MIMO 雷达的特性，在接收端进行匹配滤波并对接收数据进行矢量化操作可得

$$\mathbf{y} = (\mathbf{B}_t \odot \mathbf{B}_r) \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{n} \quad (8)$$

其中  $\mathbf{B}_t = [\mathbf{b}_{t1}, \mathbf{b}_{t2}, \dots, \mathbf{b}_{tK}] \in \mathcal{C}^{M \times K}$  为广义发射方向阵列流型， $\mathbf{b}_{tk} = \mathbf{\Gamma}_t \mathbf{a}_t(\theta_{k0}) = [\gamma_{t1} \exp(j2\pi d_1^M / \lambda \sin \theta_{k0}), \dots, \gamma_{tM} \exp(j2\pi d_M^M / \lambda \sin \theta_{k0})]^T \in \mathcal{C}^{M \times 1}$ ； $\mathbf{B}_r = [\mathbf{b}_{r1}, \mathbf{b}_{r2}, \dots, \mathbf{b}_{rK}] \in \mathcal{C}^{N \times K}$  为广义接收方向阵列流型， $\mathbf{b}_{rk} = \mathbf{\Gamma}_r \mathbf{a}_r(\phi_{r0}) = [\gamma_{r1} \exp(j2\pi d_1^N / \lambda \sin \phi_{k0}), \dots, \gamma_{rN} \exp(j2\pi d_N^N / \lambda \sin \phi_{k0})]^T \in \mathcal{C}^{N \times 1}$ ； $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K]^T \in \mathcal{C}^{K \times 1}$  为散射系数向量； $\mathbf{n}$  为经过匹配滤波后的噪声矢量，满足  $\mathbf{n} \sim N^c(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{MN})$ ； $\odot$  为 Khatri-Rao 积。其中式(8)就是本文的信号模型。

### 3 算法描述

考虑发射  $Q$  个脉冲，可得数据协方差矩阵

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{y}\mathbf{y}^H\} = (\mathbf{B}_t \odot \mathbf{B}_r) \boldsymbol{\Lambda} (\mathbf{B}_t \odot \mathbf{B}_r)^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{MN} \quad (9)$$

其中  $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}(\mathbf{h})$ ， $\mathbf{h} = [\alpha_1^2, \alpha_2^2, \dots, \alpha_K^2]^T \in \mathcal{R}^{K \times 1}$ ， $(\bullet)^H$  为共轭转置运算。

### 3.1 阵元二次虚拟扩展

对式(9)中的协方差矩阵  $\mathbf{R}$  进行矢量化运算可得

$$\mathbf{r} = \text{vec}(\mathbf{R}) = [(\mathbf{B}_t \odot \mathbf{B}_r)^* \odot (\mathbf{B}_t \odot \mathbf{B}_r)] \mathbf{h} + \sigma^2 \mathbf{e} \quad (10)$$

其中  $\text{vec}(\bullet)$  为矢量化运算， $(\bullet)^*$  为共轭运算。 $\mathbf{e} = [\mathbf{e}_1^T, \mathbf{e}_2^T, \dots, \mathbf{e}_{MN}^T]^T \in \mathcal{R}^{M^2 N^2 \times 1}$ ， $\mathbf{e}_i$  为一个维数为  $MN \times 1$  的列向量，其元素除了坐标  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, MN$ ) 为 1 之外，其余元素全为 0。

根据文献[13]，Khatri-Rao 积存在如下性质：

**性质 1** 对于矩阵  $\mathbf{D}_1 \in \mathcal{C}^{M \times P}$  和  $\mathbf{D}_2 \in \mathcal{C}^{N \times P}$ ，存在置换矩阵  $\boldsymbol{\Xi} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \boldsymbol{\Xi}_{i,j}^{M \times N} \otimes \boldsymbol{\Xi}_{j,i}^{N \times M} \in \mathcal{R}^{MN \times MN}$ ，使  $\boldsymbol{\Xi}(\mathbf{D}_1 \odot \mathbf{D}_2) = \mathbf{D}_2 \odot \mathbf{D}_1$ ，其中  $\boldsymbol{\Xi}_{i,j}^{M \times N}$  表示第  $(i, j)$  元素为 1，其它元素为 0 的矩阵。

进一步，构造维数为  $M^2 N^2 \times M^2 N^2$  置换矩阵

$$\boldsymbol{\Pi}_1 = \mathbf{I}_M \otimes \boldsymbol{\Xi}_1 \otimes \mathbf{I}_N \quad (11)$$

其中  $\otimes$  为 Kronecker 积。将式(11)左乘式(10)可得

$$\bar{\mathbf{r}} = \boldsymbol{\Pi}_1 \mathbf{r} = [(\mathbf{B}_t^* \odot \mathbf{B}_t) \odot (\mathbf{B}_r^* \odot \mathbf{B}_r)] \mathbf{h} + \sigma^2 \boldsymbol{\Pi}_1 \mathbf{e} \quad (12)$$

观察式(12)可知，导向矢量  $\mathbf{B}_t^* \odot \mathbf{B}_t$  和  $\mathbf{B}_r^* \odot \mathbf{B}_r$  具有孔径二次虚拟扩展的能力，本文称之为阵列的二次虚拟扩展。以发射导向矢量  $\mathbf{B}_t^* \odot \mathbf{B}_t$  为例，对于实体均匀阵列，且阵元位置为  $\lambda m/2$  ( $m = 0, 1, \dots, M-1$ ) 的发射阵列，将产生虚拟阵元位置为  $\lambda m/2$  ( $m = -M+1, -M+2, \dots, -1, 0, 1, \dots, M-1$ ) 的虚拟阵列，称之为实体阵列的差分共置阵列<sup>[14]</sup>。但是对于这种均匀配置的实体阵列，会产生  $M^2$  个差分共置阵元，其中仅仅只有  $2M-1$  个位置不同的阵元，此时阵列的冗余度最大。因此，可采用最小冗余阵列的配置方式使其冗余度降到最小，孔径扩展达到最大的目的。表 1 给出了不同实体阵元数情况下的最小冗余阵列的阵元位置<sup>[15]</sup>(某一特定阵元数目的最小冗余阵的阵元位置不唯一，这里只列出其中一种；表中，阵元位置中的数字代表半波长的倍数)。

表 1 最小冗余阵列的阵元配置

阵元数	阵元位置	阵元数	阵元位置
3	0 1 3	7	0 1 2 6 10 14 17
4	0 1 4 6	8	0 1 2 11 15 18 21 23
5	0 1 4 7 9	9	0 1 2 14 18 21 24 27 29
6	0 1 2 6 10 13	10	0 1 3 6 13 20 27 31 35 36

以表 1 中阵元数为 3 的最小冗余阵列为例，阵元位置与参考阵元的距离为  $0.5\lambda \cdot [0, 1, 3]$ ，那么广义发射阵列导向矢量  $\mathbf{b}_t = \mathbf{\Gamma}_t \mathbf{a}_t(\theta) = \text{diag}(\gamma_t) \cdot [1, \exp(j\pi \sin \theta), \exp(j3\pi \sin \theta)]^T$ ，利用差分共置阵列可

得

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_t^* \otimes \mathbf{b}_t &= (\mathbf{\Gamma}_t^* \otimes \mathbf{\Gamma}_t) \cdot [\mathbf{a}_t^*(\theta) \otimes \mathbf{a}_t(\theta)] \\ &= (\mathbf{\Gamma}_t^* \otimes \mathbf{\Gamma}_t) \cdot \exp\left(j\pi \sin \theta [0, 1, 3, \right. \\ &\quad \left. -1, 0, 2, -3, -2, 0]^T\right) \end{aligned} \quad (13)$$

由式(13)可知, 基于最小冗余阵列的差分共置阵列将产生-3~3的虚拟阵元, 仅在阵元位置为0处有2个冗余阵元。这样就实现了3个实体阵元虚拟扩展成最大孔径7个阵元的二次虚拟扩展, 且仅在0处有着最小冗余度为2的阵列配置。

为了减小计算量, 应对式(13)进行去冗余操作。而且为了运用子空间类算法, 还需对式(13)中的数据进行重排。由于不同的阵列配置导致不同的去冗余矩阵和重排矩阵, 而且去冗余矩阵和数据重排矩阵能通过一个矩阵 $\mathbf{\Pi}_2$ 实现。因此, 本文仍然以表1中阵元数为3的最小冗余阵列为例, 给出矩阵 $\mathbf{\Pi}_2$ 的具体表达式

$$\mathbf{\Pi}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 6} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 2} \\ \mathbf{0}_{1 \times 7} & 1 & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 5} \\ 1 & \mathbf{0}_{1 \times 8} \\ 0 & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 7} \\ \mathbf{0}_{1 \times 5} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 6} \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{7 \times 9} \quad (14)$$

将式(14)左乘式(13)可得到实现二次虚拟扩展的广义发射导向矢量

$$\mathbf{\Pi}_2 (\mathbf{b}_t^* \otimes \mathbf{b}_t) = (\mathbf{\Gamma}_t^* \otimes \mathbf{\Gamma}_t) \cdot \exp(j\pi \sin \theta [-3:1:3]^T) \quad (15)$$

不失一般性, 对给定阵列配置的发射、接收阵列, 都可以通过矩阵 $\mathbf{\Pi}_2$ 实现数据的去冗余和重排操作。因此对式(12)左乘 $\mathbf{\Pi}_2$ 后可得

$$\bar{\mathbf{r}} = (\bar{\mathbf{B}}_t \odot \bar{\mathbf{B}}_r) \mathbf{h} + \sigma^2 \bar{\mathbf{e}} \quad (16)$$

其中 $\bar{\mathbf{B}}_t = \mathbf{B}_t^* \odot \mathbf{B}_t$ 和 $\bar{\mathbf{B}}_r = \mathbf{B}_r^* \odot \mathbf{B}_r$ 分别定义为广义虚拟发射和接收导向矢量;  $\bar{\mathbf{B}}_t = [\bar{\mathbf{b}}_{t1}, \bar{\mathbf{b}}_{t2}, \dots, \bar{\mathbf{b}}_{tK}] \in \mathcal{C}^{(2\bar{M}+1) \times K}$ ,  $\bar{\mathbf{b}}_{tk} = \bar{\Gamma}_t \{\exp[-j\pi \bar{M} \sin \theta_{k0}], \exp[-j\pi \cdot (\bar{M}-1) \sin \theta_{k0}], \dots, 1, \dots, \exp[j\pi (\bar{M}-1) \sin \theta_{k0}], \exp[j\pi \cdot \bar{M} \sin \theta_{k0}]\}^T \in \mathcal{C}^{(2\bar{M}+1) \times 1}$ ,  $\bar{M}$ 和 $\bar{\Gamma}_t$ 会以不同的阵列配置而不同, 例如, 以表1中阵元数为3的最小冗余阵列配置为例时,  $\bar{\Gamma}_t = \text{diag}([\gamma_{t3} \gamma_{t1}, \gamma_{t3} \gamma_{t2}, \gamma_{t2} \gamma_{t1}, \gamma_{t1} \gamma_{t1}, \gamma_{t1} \gamma_{t2}, \gamma_{t2} \gamma_{t3}, \gamma_{t1} \gamma_{t3}]^T)$ ,  $\bar{M} = 4$ ;  $\bar{\mathbf{B}}_r = [\bar{\mathbf{b}}_{r1}, \bar{\mathbf{b}}_{r2}, \dots, \bar{\mathbf{b}}_{rK}] \in \mathcal{C}^{(2\bar{N}+1) \times K}$ ,  $\bar{\mathbf{b}}_{rk} = \bar{\Gamma}_r \{\exp[-j\pi \bar{N} \sin \phi_{k0}], \exp[-j\pi (\bar{N}-1) \sin \phi_{k0}], \dots, 1, \dots, \exp[j\pi (\bar{N}-1) \sin \phi_{k0}], \exp[j\pi \bar{N} \sin \phi_{k0}]\}^T \in \mathcal{C}^{(2\bar{N}+1) \times 1}$ ;  $\bar{\mathbf{e}}$ 是一个维数为 $(2\bar{M}+1)(2\bar{N}+1) \times 1$ 的列向量, 除了中间的一个为1, 其它元素全为0。

### 3.2 矩阵换维

为了利用子空间类算法估计目标的角度, 应对式(16)中的 $\bar{\mathbf{r}}$ 数据重构, 形成基于阵元域二次虚拟扩展的协方差矩阵。根据文献[16], 对矢量 $\bar{\mathbf{r}}$ 进行“平滑”处理可得到该协方差矩阵。构造维数为 $(\bar{M}+1)(\bar{N}+1) \times (\bar{M}+1)(\bar{N}+1)$ 的换维矩阵

$$\mathbf{J}^{m,n} = \mathbf{J}_{\bar{B}_t} \otimes \mathbf{J}_{\bar{B}_r} \quad (17)$$

其中 $\mathbf{J}_{\bar{B}_t} = [\mathbf{0}_{(\bar{M}+1) \times (\bar{M}+1-m)} \mathbf{I}_{\bar{M}+1} \mathbf{0}_{(\bar{M}+1) \times (m-1)}]$ ,  $1 \leq m \leq \bar{M}+1$ ;  $\mathbf{J}_{\bar{B}_r} = [\mathbf{0}_{(\bar{N}+1) \times (\bar{N}+1-n)} \mathbf{I}_{\bar{N}+1} \mathbf{0}_{(\bar{N}+1) \times (n-1)}]$ ,  $1 \leq n \leq \bar{N}+1$ 。再将式(17)左乘式(16)可得

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{R}} &= [\mathbf{J}^{1,1} \bar{\mathbf{r}}, \mathbf{J}^{1,2} \bar{\mathbf{r}}, \dots, \mathbf{J}^{1,\bar{N}+1} \bar{\mathbf{r}}, \mathbf{J}^{2,1} \bar{\mathbf{r}}, \mathbf{J}^{2,2} \bar{\mathbf{r}}, \dots, \\ &\quad \mathbf{J}^{2,\bar{N}+1} \bar{\mathbf{r}}, \dots, \mathbf{J}^{\bar{M}+1,1} \bar{\mathbf{r}}, \mathbf{J}^{\bar{M}+1,2} \bar{\mathbf{r}}, \dots, \mathbf{J}^{\bar{M}+1,\bar{N}+1} \bar{\mathbf{r}}] \\ &= \bar{\mathbf{B}} \mathbf{A} \bar{\mathbf{B}}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{(\bar{M}+1)(\bar{N}+1)} \end{aligned} \quad (18)$$

其中式(18)的化简过程与文献[16]中类似, 在此不再赘述。 $\bar{\mathbf{B}} = \bar{\mathbf{B}}_t^{\bar{M}+1} \odot \bar{\mathbf{B}}_r^{\bar{N}+1}$ ,  $(\cdot)^i$ 为取矩阵的后*i*行运算。为表述方便, 令 $\bar{\mathbf{B}}_t^{\bar{M}+1} = \tilde{\mathbf{B}}_t$ 和 $\bar{\mathbf{B}}_r^{\bar{N}+1} = \tilde{\mathbf{B}}_r$ 。

### 3.3 发射中心角 $\theta_0$ 和接收中心角 $\phi_0$ 的估计算法

得到 $\bar{\mathbf{R}}$ 后, 对其进行特征值分解可得*K*个大特征值构成的信号子空间 $\mathbf{E}_s$ , 根据ESPRIT算法原理可知, 必然存在可逆矩阵 $\mathbf{T}$ 使得 $\mathbf{E}_s = \bar{\mathbf{B}} \mathbf{T}$ 。令 $\mathbf{E}_{st1}$ 为 $\mathbf{E}_s$ 的前 $\bar{M}(\bar{N}+1)$ 行,  $\mathbf{E}_{st2}$ 为 $\mathbf{E}_s$ 的后 $\bar{M}(\bar{N}+1)$ 行, 那么

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{st1} = (\bar{\Gamma}_{t1} \tilde{\mathbf{B}}_{t1} \odot \bar{\Gamma}_r \tilde{\mathbf{B}}_r) \mathbf{T} \\ \mathbf{E}_{st2} = (\bar{\Gamma}_{t2} \tilde{\mathbf{B}}_{t2} \odot \bar{\Gamma}_r \tilde{\mathbf{B}}_r) \mathbf{T} \end{cases} \quad (19)$$

其中 $\tilde{\mathbf{B}}_{t1}$ 和 $\bar{\Gamma}_{t1}$ 分别为 $\tilde{\mathbf{B}}_t$ 和 $\bar{\Gamma}_t$ 的前 $\bar{M}$ 行,  $\tilde{\mathbf{B}}_{t2}$ 和 $\bar{\Gamma}_{t2}$ 分别为 $\tilde{\mathbf{B}}_t$ 和 $\bar{\Gamma}_t$ 的后 $\bar{M}$ 行。又因为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{st2} &= (\bar{\Gamma}_{t2} \tilde{\mathbf{B}}_{t2} \odot \bar{\Gamma}_r \tilde{\mathbf{B}}_r) \mathbf{T} \\ &= \tilde{\Gamma}_t^{-1} (\bar{\Gamma}_{t1} \tilde{\mathbf{B}}_{t1} \odot \bar{\Gamma}_r \tilde{\mathbf{B}}_r) \Phi_t \mathbf{T} \end{aligned} \quad (20)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_t &= \text{diag}(\tilde{\gamma}_t) = (\bar{\Gamma}_{t1} \bar{\Gamma}_{t2}^{-1}) \otimes \mathbf{I}_{\bar{N}+1} \in \mathcal{R}^{\bar{M}(\bar{N}+1) \times \bar{M}(\bar{N}+1)} \\ \Phi_t &= \text{diag}[\exp(j\pi \sin \theta_{10}), \exp(j\pi \sin \theta_{20}), \dots, \\ &\quad \exp(j\pi \sin \theta_{K0})] \in \mathcal{C}^{K \times K} \end{aligned}$$

为发射端的旋转不变因子。将式(20)代入式(19)可得

$$\tilde{\Gamma}_t \mathbf{E}_{st2} = \mathbf{E}_{st1} \Psi_t \quad (21)$$

其中 $\Psi_t = \mathbf{T}^{-1} \Phi_t \mathbf{T}$ 。当考虑噪声影响时,  $\tilde{\Gamma}_t$ 和 $\Psi_t$ 可以通过求解以下最小二乘问题进行估计

$$\left( \hat{\tilde{\gamma}}_t, \hat{\Psi}_t \right) = \arg \min_{\tilde{\gamma}_t, \Psi_t} \left\| \tilde{\Gamma}_t \mathbf{E}_{st2} - \mathbf{E}_{st1} \Psi_t \right\|_F^2 \quad (22)$$

所以求解 $\hat{\Psi}_t$ 可得

$$\hat{\Psi}_t = \mathbf{E}_{st1}^\dagger \tilde{\Gamma}_t \mathbf{E}_{st2} \quad (23)$$

其中 $(\cdot)^\dagger$ 为伪逆运算。再将式(23)代入式(22)可得<sup>[17]</sup>

$$\hat{\gamma}_t = \arg \min_{\tilde{\gamma}_t} \tilde{\gamma}_t^H [\mathbf{P}_{\mathbf{E}_{st1}}^\perp \circ (\mathbf{E}_{st2}^\top \mathbf{E}_{st2}^*)] \tilde{\gamma}_t \quad (24)$$

其中  $\mathbf{P}_{\mathbf{E}_{st1}}^\perp = \mathbf{I}_{\overline{M}(\overline{N}+1)} - \mathbf{E}_{st1} \mathbf{E}_{st1}^\dagger$ ,  $\circ$  为 Hadamard 积。令  $\tilde{\gamma}_t^{\min} = \lambda_{\min}[\mathbf{P}_{\mathbf{E}_{st1}}^\perp \circ (\mathbf{E}_{st2}^\top \mathbf{E}_{st2}^*)]$ , 其中  $\lambda_{\min}(\cdot)$  为矩阵最小特征值对应的特征向量。当  $\tilde{\gamma}_t = \mu \tilde{\gamma}_t^{\min}$  时式(24)取最小值。其中  $\mu$  为标量。又因为

$$\det[\mathbf{E}_{st1}^\dagger \text{diag}(\tilde{\gamma}_t) \mathbf{E}_{st2}] = \mu^K \det[\mathbf{E}_{st1}^\dagger \text{diag}(\tilde{\gamma}_t^{\min}) \mathbf{E}_{st2}] \quad (25)$$

其中  $\det(\cdot)$  为矩阵行列式运算。那么

$$\hat{\gamma}_t = \left\{ \frac{\det[\mathbf{E}_{st1}^\dagger \text{diag}(\tilde{\gamma}_t) \mathbf{E}_{st2}]}{\det[\mathbf{E}_{st1}^\dagger \text{diag}(\tilde{\gamma}_t^{\min}) \mathbf{E}_{st2}]} \right\}^{1/K} \tilde{\gamma}_t^{\min} \quad (26)$$

$$\hat{\Psi}_t = \mathbf{E}_{st1}^\dagger \hat{\Gamma}_t \mathbf{E}_{st2} \quad (27)$$

又因为  $\tilde{\gamma}_t$  未知, 式(26)和式(27)无解。但是注意到

$$\begin{aligned} & \det(\mathbf{E}_{st1}^\dagger \mathbf{E}_{st2}) \\ &= \det \left\{ \left[ (\bar{\Gamma}_{t1} \bar{\mathbf{B}}_{t1} \odot \bar{\Gamma}_r \bar{\mathbf{B}}_r) \mathbf{T} \right]^\dagger (\bar{\Gamma}_{t2} \bar{\mathbf{B}}_{t2} \odot \bar{\Gamma}_r \bar{\mathbf{B}}_r) \mathbf{T} \right\} \\ &= \frac{\det \left[ (\bar{\Gamma}_{t1} \bar{\mathbf{B}}_{t1} \odot \bar{\Gamma}_r \bar{\mathbf{B}}_r)^\dagger \bar{\Gamma}_t^{-1} (\bar{\Gamma}_{t1} \bar{\mathbf{B}}_{t1} \odot \bar{\Gamma}_r \bar{\mathbf{B}}_r) \right] \det(\Phi_t)}{\det \left[ (\bar{\Gamma}_{t1} \bar{\mathbf{B}}_{t1} \odot \bar{\Gamma}_r \bar{\mathbf{B}}_r)^\dagger (\bar{\Gamma}_{t1} \bar{\mathbf{B}}_{t1} \odot \bar{\Gamma}_r \bar{\mathbf{B}}_r) \right]} \\ & \quad \cdot \det[\mathbf{E}_{st1}^\dagger \text{diag}(\tilde{\gamma}_t) \mathbf{E}_{st2}] \\ &= \kappa_t \det[\mathbf{E}_{st1}^\dagger \text{diag}(\tilde{\gamma}_t) \mathbf{E}_{st2}] \quad (28) \end{aligned}$$

式(28)的推导中运用了关系式:

$\det[\mathbf{E}_{st1}^\dagger \text{diag}(\tilde{\gamma}_t) \mathbf{E}_{st2}] = \det(\Psi_t) = \det(\mathbf{T}^{-1} \Phi_t \mathbf{T}) = 1$   
又因为  $(\bar{\Gamma}_{t1} \bar{\mathbf{B}}_{t1} \odot \bar{\Gamma}_r \bar{\mathbf{B}}_r)^\dagger (\bar{\Gamma}_{t1} \bar{\mathbf{B}}_{t1} \odot \bar{\Gamma}_r \bar{\mathbf{B}}_r)$  和  $(\bar{\Gamma}_{t1} \bar{\mathbf{B}}_{t1} \odot \bar{\Gamma}_r \bar{\mathbf{B}}_r)^\dagger \bar{\Gamma}_t^{-1} (\bar{\Gamma}_{t1} \bar{\mathbf{B}}_{t1} \odot \bar{\Gamma}_r \bar{\mathbf{B}}_r)$  均为 Hermite 矩阵, 所以  $\kappa_t$  为正实数。令

$$\underline{\gamma}_t = \left\{ \frac{\det(\mathbf{E}_{st1}^\dagger \mathbf{E}_{st2})}{\det[\mathbf{E}_{st1}^\dagger \text{diag}(\tilde{\gamma}_t^{\min}) \mathbf{E}_{st2}]} \right\}^{1/K} \tilde{\gamma}_t^{\min} \quad (29)$$

再利用式(25), 式(26), 式(27)和式(28)可得

$$\underline{\gamma}_t = \kappa_t^{1/K} \hat{\gamma}_t \quad (30)$$

$$\underline{\Psi}_t = \mathbf{E}_{st1}^\dagger \underline{\Gamma}_t \mathbf{E}_{st2} = \kappa_t^{1/K} \hat{\Psi}_t \quad (31)$$

由于  $\kappa_t$  为正实数, 所以  $\kappa_t^{1/K}$  对  $\hat{\Psi}_t$  的相位无影响。那么发射中心角  $\theta_0$  可通过构造  $\underline{\gamma}_t$  得到  $\underline{\Psi}_t$  并对其特征值分解得到

$$\underline{\Psi}_t = \mathbf{T}^{-1} \Phi_t \mathbf{T} \quad (32)$$

$$\theta_{k0} = \text{asin} \left\{ \text{angle}[\Phi_t(k, k)] / \pi \right\} \quad (33)$$

其中  $\text{angle}(\cdot)$  表示取相角运算,  $\text{asin}(\cdot)$  表示取反正弦运算。

接收中心角  $\phi_0$  的估计方法类似, 不再复述。最终可获得

$$\underline{\Psi}_r = \mathbf{T}^{-1} \Phi_r \mathbf{T} \quad (34)$$

$$\phi_{k0} = \text{asin} \left\{ \text{angle}[\Phi_r(k, k)] / \pi \right\} \quad (35)$$

为了保证参数的唯一可识别性, 那么必须要求  $\mathbf{E}_{st1}$  和  $\mathbf{E}_{st2}$  都为列满秩矩阵。因此本文模型下的最大可识别目标数为  $\max K = \max[\overline{M}(\overline{N}+1), \overline{N}(\overline{M}+1)]$ 。较传统的双基地 MIMO 雷达最大可识别目标数、参数估计精度而言, 由于本文阵列配置为基于最小冗余的差分共置阵列, 实现了阵元域的二次虚拟扩展, 因此可识别更多的目标和实现更高的参数估计精度。此外, 本文方法仍然适用于均匀阵列, 但是就最大可识别目标数和参数估计精度方面, 较传统的双基地 MIMO 雷达并没有提高, 这是因为此时  $\overline{M} = M$ ,  $\overline{N} = N$ 。

### 3.4 发射中心角 $\theta_0$ 和接收中心角 $\phi_0$ 的自动配对

由式(33)和式(35)可分别估计出发射中心角  $\theta_0$  和接收中心角  $\phi_0$ , 但是由于估计  $\theta_0$  和  $\phi_0$  时需要两次独立的特征值分解, 特征向量的排序可能不同, 那么特征值就不能一一对应, 即无法保证收发角度配对到同一目标上。对此本文采用如下方法实现发射中心角  $\theta_0$  和接收中心角  $\phi_0$  的自动配对。对  $\mathbf{E}_{st1}^\dagger \underline{\Gamma}_t \mathbf{E}_{st2}$  进行特征值分解, 记为

$$\mathbf{E}_{st1}^\dagger \underline{\Gamma}_t \mathbf{E}_{st2} = \mathbf{Q} \tilde{\Phi}_t \mathbf{Q}^{-1} \quad (36)$$

对比式(32)和式(36)不难发现,  $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{T}^{-1}$  都是由  $\underline{\Psi}_t$  的特征向量构成, 只是位置顺序可能不一样, 因此存在一个有限次列交换矩阵  $\mathbf{F}$ , 使得

$$\mathbf{Q} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{F} \quad (37)$$

将式(37)代入式(36), 并与式(32)对比发现

$$\tilde{\Phi}_t = \mathbf{F}^{-1} \Phi_t \mathbf{F} \quad (38)$$

进一步构造矩阵

$$\tilde{\Phi}_r = \mathbf{Q}^{-1} \underline{\Psi}_r \mathbf{Q} \quad (39)$$

并将式(34)和式(37)代入式(39)

$$\tilde{\Phi}_r = \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{T}^{-1} \Phi_r \mathbf{T} \mathbf{Q} = \mathbf{F}^{-1} \Phi_r \mathbf{F} \quad (40)$$

至此可知,  $\tilde{\Phi}_t$  和  $\tilde{\Phi}_r$  是  $\Phi_t$  和  $\Phi_r$  经过相同的有限次列交换后得到的, 因此它们的对角元素可自动配对到同一目标, 即实现了目标发射角度和接收角度的配对。

### 3.5 算法流程

步骤 1 根据式(9)计算协方差矩阵  $\mathbf{R}$ , 并且根据式(10)对其进行矢量化得到矢量  $\mathbf{r}$ 。

步骤 2 根据式(11)构造置换矩阵  $\mathbf{\Pi}_1$ , 再根据式(12)得到矢量  $\bar{\mathbf{r}}$ , 最后根据发射、接收阵列的非均匀配置对  $\bar{\mathbf{r}}$  进行去冗余和数据重排操作。

步骤 3 根据式(17)构造换维矩阵, 再根据式(18)得到协方差矩阵  $\bar{\mathbf{R}}$ 。并对  $\bar{\mathbf{R}}$  进行特征值分解, 分别得到信号子空间  $\mathbf{E}_{st1}$ ,  $\mathbf{E}_{st2}$ ,  $\mathbf{E}_{sr1}$  和  $\mathbf{E}_{sr2}$ 。

步骤 4 根据式(29)得到  $\underline{\gamma}_t$ , 其中  $\tilde{\gamma}_t^{\min}$  由式(24)

获得,再根据式(31)得到 $\underline{\Psi}_t$ 并对其特征值分解得到 $\mathbf{Q}$ 和 $\tilde{\Phi}_t$ ,并将 $\mathbf{Q}$ 代入式(39)可得到 $\tilde{\Phi}_r$ 。那么第 $k$ 个相干分布式目标的发射、接收中心角可由式(41)获得

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{k0} &= \text{asin} \left\{ \text{angle}[\tilde{\Phi}_t(k,k)]/\pi \right\} \\ \hat{\phi}_{k0} &= \text{asin} \left\{ \text{angle}[\tilde{\Phi}_r(k,k)]/\pi \right\} \end{aligned} \quad (41)$$

#### 4 实验仿真

**实验 1 算法有效性验证。**本文算法仿真条件为:在复高斯白噪声背景下,发射阵元数 $M=4$ ,与发射参考阵元的距离 $d^M=0.5\lambda \cdot [0,1,4,6]$ ,接收阵元数 $N=4$ ,与接收参考阵元的距离 $d^N=0.5\lambda \cdot [0,1,4,6]$ ;在同一距离单元上有3个相干分布式目标,其确定性角信号分布函数均为均匀分布,角度参数为 $\eta_1=(-20^\circ, 2^\circ, 60^\circ, 1^\circ)$ ,  $\eta_2=(10^\circ, 2^\circ, 5^\circ, 1^\circ)$ ,  $\eta_3=(50^\circ, 2^\circ, -20^\circ, 1^\circ)$ ;对应的散射系数 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 服从复高斯正态分布,脉冲个数 $Q=100$ 。文献[11]的仿真条件除了发射、接收阵元数 $M=N=7$ 之外与本文算法仿真条件相同。实验时 Monte Carlo 仿真次数为500次,信噪比 $\text{SNR}=10$  dB。在图2中,“•”为本文算法,“○”为文献[11]算法,“+”为目标的真实值。由图2可知,本文算法能实现对多目标的发射、接收中心角的估计,并且参数之间能实现自动配对。而文献[11]算法在各个相干分布式目标具有相同的确定性角信号分布函数和分布参数时,算法失效。

**实验 2 算法性能分析。**定义均方根误差(RMSE)为 $\text{RMSE}=\sqrt{\frac{1}{\text{MC}} \sum_{i=1}^{\text{MC}} (\eta - \hat{\eta}_i)^2}$ 。其中 $\eta \in (\theta, \phi)$ 表示参数的真实值, $\hat{\eta} \in (\hat{\theta}, \hat{\phi})$ 表示参数的估计值。MC为 Monte Carlo 仿真次数,也是500次。本文算法仿真条件:在复高斯白噪声背景下,发射阵元数 $M=3$ ,与发射参考阵元的距离 $d^M=0.5\lambda \cdot [0,1,3]$ ,接收阵元数 $N=3$ ,与接收参考阵元的距

离 $d^N=0.5\lambda \cdot [0,1,3]$ ;在同一距离单元上有2个相干分布式目标,其确定性角信号分布函数均为高斯分布,角度参数为 $\eta_1=(-20^\circ, 2^\circ, 60^\circ, 1^\circ)$ ,  $\eta_2=(10^\circ, 2^\circ, 5^\circ, 1^\circ)$ ;对应的散射系数 $(\alpha_1, \alpha_2)$ 服从复高斯正态分布;脉冲个数 $Q=100$ 。与之对比的实验仿真条件除了发射、接收阵元为均匀分布且 $M=N=3$ ,  $M=N=4$ 之外与本文算法仿真条件相同。图3和图4分别为目标1和目标2的发射、接收中心角的RMSE之和随SNR变化的曲线。由图3和图4可知,本文算法优于发射、接收阵元为均匀分布且 $M=N=3$ 的情况,但劣于 $M=N=4$ 的情况。虽然本文算法没有达到理论上等效于 $M=N=4$ 的情况,但明显优于 $M=N=3$ 的情况。这是因为本文算法实现了阵元域上的虚拟二次扩展。

**实验 3 最大可识别数目分析。**本文算法仿真条件除了发射中心角从 $-80^\circ \sim 80^\circ$ 之间每隔 $20^\circ$ 选取一个角度,即 $\theta_0=[-80^\circ:20^\circ:80^\circ]$ ,接收中心角从 $75^\circ \sim -85^\circ$ 之间每隔 $20^\circ$ 选取1个角度,即 $\phi_0=[75^\circ:-20^\circ:-85^\circ]$ ,其确定性角信号分布函数均为均匀分布,发射端的分布参数为 $2^\circ$ ,接收端的分布参数为 $1^\circ$ ;信噪比 $\text{SNR}=40$  dB之外与实验2相同。成功概率的判定准则为:估计的收发中心角与对应真实的收发中心角相差为 $1^\circ$ 时,视为1次成功。与之对比的实验仿真条件除了发射、接收阵元为均匀分布, $M=N=3$ , $M=N=4$ 之外与本文算法仿真条件相同。由图5可知,对于发射、接收阵元为均匀分布,且 $M=N=3$ , $M=N=4$ 的情况下最大可识别目标数和可识别目标数为5和9(如收发中心角的步进选取更密,可达到理论上最大可识别数11个),而对于本文阵列配置的情况下最大可识别目标数为7。虽然本文算法没有达到理论上最大可识别目标数11个,但相较于相同阵元个数( $M=N=3$ )的情况下提高了可识别目标数。

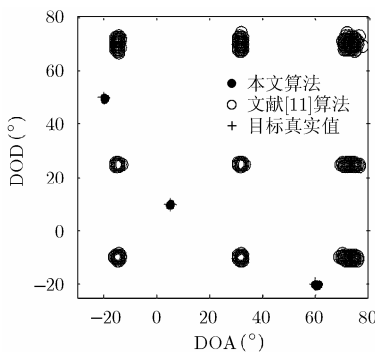


图2 两种算法的星座图

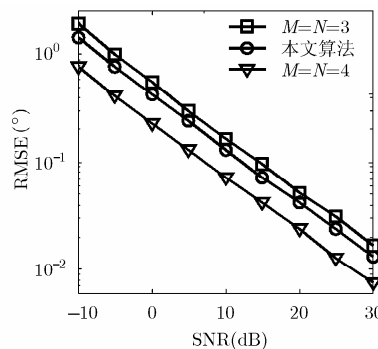


图3 目标1在不同收发阵列配置下RMSE随SNR的变化曲线

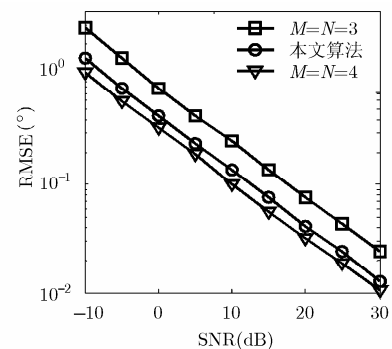


图4 目标2在不同收发阵列配置下RMSE随SNR的变化曲线

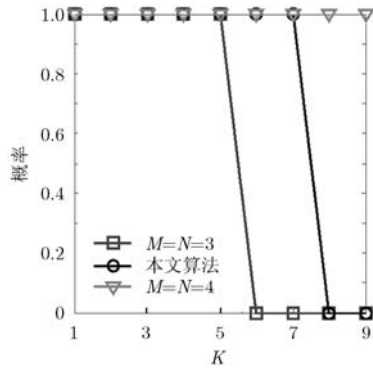


图5 不同收发阵列配置下最大可识别目标数目曲线图

## 5 结论

本文研究了基于二次虚拟孔径扩展的双基地 MIMO 雷达相干分布式目标中心角度估计问题。首先建立了基于非均匀阵列的具有相同确定性角信号分布函数和分布参数的相干分布式目标的双基地 MIMO 雷达信号模型, 再利用基于最小冗余的差分共置阵列思想, 实现了相对于 MIMO 雷达阵元虚拟扩展的阵元二次虚拟扩展。继而再对数据进行重构, 得到了新的协方差矩阵, 再采用 ESPRIT 算法思想, 充分利用了  $\Gamma_t$  和  $\Gamma_r$  为实矩阵这一特性, 估计出相干分布式目标的发射、接收中心角, 并且实现了角度参数的自动配对。该算法较传统双基地 MIMO 雷达, 由于实现了阵元二次虚拟扩展, 因此能识别更多的目标, 具有更高的估计精度。而且本文算法还有无需谱峰搜索, 计算量小等优点。

## 参考文献

- [1] Li Jian and Stoica P. MIMO radar with colocated antennas [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(5): 106–114.
- [2] Chen Chen and Zhang Xiao-fei. Joint angle and array gain-phase errors estimation using PM-like algorithm for bistatic MIMO radar[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2013, 32(3): 1293–1311.
- [3] Zhang Y D, Amin M G, and Him B. Joint DOD/DOA estimation in MIMO radar exploiting time-frequency signal representation[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2012, DOI: 10.1186/1687-6180-2012-102.
- [4] Zhang X, Xu Z, Xu L, et al. Trilinear decomposition-based transmit angle and receive angle estimation for multiple-input multiple-output radar[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2011, 5(6): 626–631.
- [5] Zheng Gui-mei, Chen Bai-xiao, and Yang Ming-lei. Unitary ESPRIT algorithm for bistatic MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2012, 48(3): 179–181.
- [6] Xie Rong, Liu Zheng, and Wu Jian-xin. Direction finding with automatic pairing for bistatic MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(1): 198–203.
- [7] Hyder M M and Mahata K. A joint sparse signal Representation perspective for target detection using bistatic MIMO radar system[C]. 17th International Conference on, Digital Signal Processing Corfu, July 6–8, 2011, DOI: 10.1109/CDSP.2011.06004937.
- [8] Valae S, Champagne B, and Kabal P. Parametric localization of distributed sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(9): 2144–2153.
- [9] Guo Xian-sheng, Wan Qun, Yang Wan-lin, et al. Low-complexity 2D coherently distributed sources decoupled DOAs estimation method[J]. *Science in China Series F: Information Science*, 2009, 52(5): 835–842.
- [10] Shahbazpanahi S, Valae S, and Bastani M H. Distributed source localization using ESPRIT algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(10): 2169–2178.
- [11] Guo Y D, Zhang Y S, and Tong N N. Central angle estimation of coherently distributed targets for bistatic MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2011, 47(7): 462–463.
- [12] 万群, 杨万麟. 增益幅度不一致条件下波达方向估计方法[J]. *电子学报*, 2001, 29(6): 730–732.  
Wan Qun and Yang Wan-lin. Approach for direction of arrival estimation with sensor gain uncertainties[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2001, 29(6): 730–732.
- [13] Rouquettr S and Najim M. Estimation of frequencies and damping factors by two-dimensional ESPRIT type methods [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(1): 237–245.
- [14] Pal P and Vaidyanathan P P. Nested arrays: a novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(8): 4176–4181.
- [15] Moffet A T. Minimum-redundancy linear arrays[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1968, 16(2): 172–175.
- [16] Liu Jun, and Liu Xiang-qian. An eigenvector-based approach for multidimensional frequency estimation with improved identifiability[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(12): 4543–4556.
- [17] Liao Bin and Chan Shing-chow. Direction finding with partly calibrated uniform linear arrays[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2012, 60(2): 922–929.

徐旭宇: 男, 1990 年生, 硕士生, 研究方向为 MIMO 雷达信号处理、阵列信号处理。

李小波: 男, 1970 年生, 副教授, 博士, 主要研究方向为雷达信号处理、高速数字信号处理。

梁浩: 男, 1987 年生, 博士生, 研究方向为 MIMO 雷达信号处理, 阵列信号处理。

牛朝阳: 男, 1977 年生, 讲师, 博士, 主要研究方向为雷达信号处理。

董杰: 男, 1991 年生, 硕士生, 研究方向为雷达情报分析。