

一种获取非相干分布源空间分布的算法

林晓帆* 韦岗

(华南理工大学电子与信息学院 广州 510640)

摘要: 多数分布式信号源 DOA 估计算法是估计中心到达角和分布参数, 不能获取真实的分布曲线, 而且可能需要 2 维搜索, 运算量大。该文在假设分布曲线形状为钟形对称的前提下, 提出一种求非相干分布式信号源空间分布的算法。该算法引入稀疏信号重建作为数学工具, 在阵元数充足的条件下能求解多个信号源的分布, 在阵元数较少时也能得到近似求解。此外, 该算法估计中心到达角的性能不逊于现存算法, 且无需 2 维搜索, 运算量低。仿真验证了以上结论。

关键词: 阵列信号处理; DOA 估计; 非相干分布源; 稀疏重建

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)02-0260-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.00601

A Method to Obtain the Spatial Distribution of Incoherently Distributed Sources

Lin Xiao-fan Wei Gang

(*Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China*)

Abstract: Most DOA estimation algorithms of distributed sources only estimate central angle of the arriving signal and its distribution parameters. These methods can not obtain the real distribution curve, and may require a two-dimensional search which costs a large amount of computation. In this paper, a method to obtain distribution curves is proposed on the assumption that the distribution curves are bell-shaped and symmetrical. Furthermore, the sparse signal reconstruction is introduced as mathematical tools, and it works well in the condition of sufficient number of array elements and can still obtain an approximate solution with insufficient array elements. In addition, its performance to estimate the central angle of arriving signal is not worse than the existing algorithm. Without requirement for a two-dimensional search, this method has lower computational complexity. Simulations verify the above conclusions.

Key words: Array signal processing; DOA estimation; Incoherently distributed sources; Sparse reconstruction

1 引言

在阵列信号处理中, 许多波达方向(DOA)估计算法都以点目标信号源为模型用以简化算法, 降低分析的复杂性。然而, 当信号源的空间分布特性不能忽略时, 以点源为模型的 DOA 估计方法将不能得到可靠的估计结果^[1,2]。为克服点源模型的局限, 学者们提出了多种分布式信号源模型和相应的估计算法。Valaee 等人^[3]将分布式信号源分为相干分布源(CD 源)和非相干分布源(ID 源)两大类, 并将标准的 MUSIC 方法推广为 CD 源和 ID 源两种情况下的参数估计算法(DSPE), 也称“广义 MUSIC”法。

这一分类至今仍是一种常见的分类, 后来的学者根据 CD 源和 ID 源模型发展出许多新的分布源估计算法。例如, Meng 等人^[4]提出分布式信号参数估计(DISPARE)算法, Lee 等人^[5]提出一种 ID 源 DOA 估计方法。

上述 CD 源和 ID 源模型需要假设某种确定的角信号密度函数和角功率密度函数, 如高斯分布、均匀分布和三角分布等。这两个函数表示信号源的空间分布特征, 在实际中不一定能预知。因此, 学者们不得不尽量避免在算法中使用分布函数的具体形式信息。而分布源的估计通常也只是估计中心到达角和角度扩展。这样一来, 丰富的信号源分布信息只估计出了中心到达角和角度扩展, 其它分布信息丢失殆尽。

鉴于以上问题, 本文尝试在不设定具体表达式, 只假设分布曲线形状为钟形对称的前提下, 求解 ID

2013-05-03 收到, 2013-08-12 改回

国家 973 计划项目(2011CB707003), 高等学校博士学科点专项科研基金(20130172120045)和中央高校基本科研业务费专项资金项目(2014ZZ0034, 2014ZB0030)资助课题

*通信作者: 林晓帆 walkerlin@foxmail.com

源模型里面的角功率密度函数。这个函数代表了ID源的空间分布特征，求出它也等于知道了信号源的空间分布。

由于具体表达式未知，求解分布函数需要合适的数学工具。近几年，压缩感知和稀疏信号重建理论逐渐应用到DOA估计上^[6-12]，成为一个适用于DOA估计的数学工具。稀疏信号重建理论应用在DOA估计上具有分辨率高，对噪声更鲁棒等优点^[6]。目前，应用这一数学工具的DOA估计算法大多数建立在点源模型上。但因为分布源在空间上的分布也是较为稀疏的，所以本文尝试将稀疏信号重建应用于非相干分布式信号源空间分布的估计中。

2 数据模型

考虑远场空间 K 个窄带分布式信号源 $s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)$ 入射到阵元数为 N ，阵元间距为信号半波长的均匀线阵上。假设信号源与线阵处于同一平面，则 t 时刻 $N \times 1$ 阵列接收数据矢量 $\mathbf{x}(t)$ 可表示为

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^K \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathbf{a}(\theta) s_i(\theta, t; \boldsymbol{\psi}_i) d\theta + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

式中， $\mathbf{x}(t)=[x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$ ， $\mathbf{a}(\theta)=[1, e^{j\pi \sin \theta}, \dots, e^{j\pi(N-1)\sin \theta}]^T$ 对应角度 θ 的阵列响应矢量， $\mathbf{n}(t)=[n_1(t), n_2(t), \dots, n_N(t)]^T$ 为 $N \times 1$ 加性高斯白噪声矢量。 $s_i(\theta, t; \boldsymbol{\psi}_i)$ 表示第 i 个分布源的角信号密度函数，它是一个随机过程，反映分布源在不同波达方向上散射分量的贡献。

假设各信号源分布皆为钟形且两边对称。式(1)中的 $\boldsymbol{\psi}_i = (\theta_i, \Delta_i)$ 为信号源分布未知的角度参数矢量， θ_i, Δ_i 分别为信号源 i 的中心波达方向角和 -3 dB 角度扩展。图 1 描述了两个信号源在角度空间上的分布。

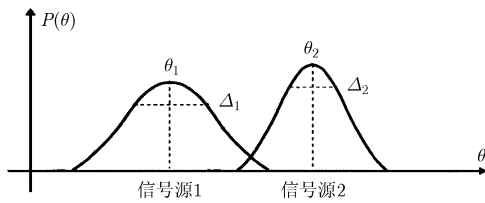


图1 两个钟形分布源在角度空间上的分布

对于非相干分布源，其不同波达方向的分量之间互不相关。假设信号与噪声无关，不同分布源之间相互独立，那么可得

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_n \quad (2)$$

$$\mathbf{R}_s = \sum_{i=1}^K \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathbf{a}(\theta) p_i(\theta, \theta'; \boldsymbol{\psi}_i) \mathbf{a}^H(\theta') d\theta d\theta' \quad (3)$$

$$\begin{aligned} p_i(\theta, \theta'; \boldsymbol{\psi}_i) &= E[s_i(\theta, t; \boldsymbol{\psi}_i) s_i^*(\theta', t; \boldsymbol{\psi}_i)] \\ &= \sigma_{si}^2 p_i(\theta; \boldsymbol{\psi}_i) \delta(\theta - \theta') \end{aligned} \quad (4)$$

其中 \mathbf{R} 为阵列接收数据矢量的自相关矩阵； \mathbf{R}_s 为信号自相关矩阵； \mathbf{R}_n 为噪声自相关矩阵。 $p_i(\theta, \theta'; \boldsymbol{\psi}_i)$ 为第 i 个分布源的角度自相关核，它反映同一信号不同波达角度分量的相关性。 σ_{si}^2 为第 i 个非相干分布源的功率； $p_i(\theta; \boldsymbol{\psi}_i)$ 为信号的角功率密度函数。 $E[\cdot]$ 表示求数学期望， $\delta(\theta)$ 为单位脉冲函数。

联合式(2)~式(4)，可以得到非相干分布源的阵列接收数据矢量自相关矩阵。

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^K \sigma_{si}^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} p_i(\theta; \boldsymbol{\psi}_i) \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) d\theta + \mathbf{R}_n \quad (5)$$

本文定义非相干分布源的分布为角功率密度函数 $p_i(\theta; \boldsymbol{\psi}_i)$ 。因此，本文的任务为从式(5)的 \mathbf{R} 中求解各分布源的 $p_i(\theta; \boldsymbol{\psi}_i)$ 。在实际应用中，由快拍数为 M 的阵列接收数据矢量对 \mathbf{R} 进行估计。

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k) \quad (6)$$

3 求非相干分布源的分布加权

对式(5)进行简化：

$$\mathbf{R} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} b(\theta; \boldsymbol{\sigma}_s^2, \boldsymbol{\psi}) \mathbf{A}(\theta) d\theta + \mathbf{R}_n \quad (7)$$

其中 $\mathbf{A}(\theta) = \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta)$ ， $\boldsymbol{\sigma}_s^2 = [\sigma_{s1}^2, \sigma_{s2}^2, \dots, \sigma_{sK}^2]$ 。定义 $b(\theta; \boldsymbol{\sigma}_s^2, \boldsymbol{\psi})$ 为分布加权，它表示各信号源分布的加权和，权重是各自的信号功率，即

$$b(\theta; \boldsymbol{\sigma}_s^2, \boldsymbol{\psi}) = \sum_{i=1}^K \sigma_{si}^2 p_i(\theta; \boldsymbol{\psi}_i) \quad (8)$$

$b(\theta; \boldsymbol{\sigma}_s^2, \boldsymbol{\psi})$ 是本节算法的求解目标，求出 $b(\theta; \boldsymbol{\sigma}_s^2, \boldsymbol{\psi})$ 后，即可用第 4 节的方法分离出各分布源的角功率密度函数 $p_i(\theta; \boldsymbol{\psi}_i)$ 。为方便起见，下文将 $b(\theta; \boldsymbol{\sigma}_s^2, \boldsymbol{\psi})$ 简记为 $b(\theta)$ 。

注意到式(7)中， $\mathbf{A}(\theta)$ 的每一元素都乘以同一数量值 $b(\theta)$ ，而矩阵 $\mathbf{A}(\theta)$ 为 Toeplitz 矩阵，一个 Toeplitz 矩阵只需第 1 行和第 1 列元素即可完全表示， $\mathbf{A}(\theta)$ 第 1 行和第 1 列又共轭对称，所以式(7)中，若忽略噪声 \mathbf{R}_n 的影响，只取矩阵的第 1 列即可表示相同的信息。于是我们得到

$$\mathbf{r} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} b(\theta; \boldsymbol{\sigma}_s^2, \boldsymbol{\psi}) \mathbf{a}(\theta) d\theta + \mathbf{r}_n \quad (9)$$

式中，矢量 $\mathbf{r}, \mathbf{a}(\theta), \mathbf{r}_n$ 分别为 $\mathbf{R}, \mathbf{A}(\theta), \mathbf{R}_n$ 的第 1 列元素。

用求和近似表示积分，式(9)化为

$$\mathbf{r} = \sum_{g=1}^m b(\theta_g) \mathbf{a}(\theta_g) + \mathbf{r}_n \quad (10)$$

θ_g 在 $[-\pi/2, \pi/2]$ 内均匀取离散值， m 为网格数，若 m 取值足够大，则网格足够细密，式(10)可

近似替代式(9)。式(10)可进一步写成矩阵形式:

$$\mathbf{r} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{r}_n \quad (11)$$

式中 $\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}) = [b(\theta_1; \sigma_s^2, \boldsymbol{\psi}), b(\theta_2; \sigma_s^2, \boldsymbol{\psi}), \dots, b(\theta_m; \sigma_s^2, \boldsymbol{\psi})]^T$ 为 $m \times 1$ 矢量。 $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_m)]$ 为 $N \times m$ 维矩阵。显然, $\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta})$ 是式(7) $b(\theta)$ 的离散形式。于是, 在式(7)中求解 $b(\theta)$ 的问题转化为在矩阵方程式(11)中求矢量 $\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta})$ 。

为使 $\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta})$ 逼近 $b(\theta)$, m 通常取值较大, 即有 $N \ll m$ 。此时, 式(11)是一个欠定方程, 其解有无穷多个。考虑到 $\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta})$ 作为多个信号源的分布加权, 它的形状通常为在几个中心波达角周围形成谱峰, 而在其它位置数值很小, 所以其数值具有稀疏性。因此, 对式(11)添加约束条件: 求最稀疏解。于是问题改写为

$$\min_{\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}_{\text{grid}})} \|\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta})\|_0, \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{r} - \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}_g)\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta})\|_2 \leq \varepsilon \quad (12)$$

式中 $\|\cdot\|_0, \|\cdot\|_2$ 分别表示 l_0 范数和 l_2 范数, ε 为允许误差。式(12)的问题是一个 NP 难问题, 直接求解运算量很高, 但存在运算量低的间接求解方法。既可以通过贪婪算法求近似解, 也可以通过 $\|\cdot\|_1$ 范数逼近 $\|\cdot\|_0$ 范数的方法转化为一个凸优化问题^[13]。将式(12)写为一个无约束的凸优化问题如式(13):

$$\min_{\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta})} \frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta})\|_2^2}{2} + \beta \|\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta})\|_1 \quad (13)$$

β 称为正则化参数, 它实际是一个 $\|\cdot\|_1$ 范数和 $\|\cdot\|_2$ 范数之间的权衡因子。 β 与噪声方差和信号源的先验有密切的关系, 文献[14]给出了信号稀疏的情况下, β 的一种选取方案:

$$\beta = \sigma \sqrt{2 \lg(p)} \quad (14)$$

式中 σ 为噪声方差, p 为压缩感知理论中字典矩阵的基数(the cardinality of the dictionary), 在本文模型下可理解为矩阵 $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})$ 的秩。在 σ 未知的情况下, 需要预估 σ 的值, 或凭经验选取 β 值。

一般说来, 用贪婪算法解式(12)运算量小, 而精度略低。具体的算法有 MP, OMP 及其改进算法。若将式(12)转化为式(13), 用凸优化的角度求解, 涉及内点法, 运算量相对要高, 而精度也高。具体算法有 BP 算法, FOCUSS 等。许多关于稀疏重建或压缩感知的文献都有相关介绍, 如文献[13]和文献[14]分别提出贪婪算法 OMP 和凸优化算法 BP。

4 从分布加权中提取各分布源分布

从分布加权中提取各分布源分布的难点在于, 几个信号源分布可能存在重叠, 例如图 1 的情况。当信号重叠严重时, 分离将变得困难。因此, 本文假设重叠的分布至少有一边不受重叠影响或影响较

小。这一假设是有其合理性的, 一方面, 当各信号源与阵列的距离未知时, 几个分布高度重叠的信号源等效为一个分布源; 另一方面, 目前大多数算法不能区分分布重叠严重的信号源。

基于上述假设, 从分布加权中提取各分布源分布的步骤为:

(1)对第3节求出的分布加权 $\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta})$ 平滑滤波后做谱峰搜索, 谱峰个数即为信号源个数, 谱峰对应的角度即为信号源中心到达角。分别对每个信号源执行步骤(2)~步骤(4);

(2)以中心到达角为起点, 向两边同时逐点搜索分布的边线。由于一边可能受到其它分布的重叠影响, 搜索时应在左右两边选取距分布对称轴最近的点;

(3)根据分布的对称性, 将步骤(2)中选取的点复制到对称轴的另一边;

(4)插值, 对步骤(3)得到的分布线求积分值, 再将每一个点除以这个积分值。

步骤(4)的依据是角功率密度函数 $p_i(\theta; \boldsymbol{\psi}_i)$ 在 $[-\pi/2, \pi/2]$ 积分为 1, 即

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sigma_{si}^2 p_i(\theta; \boldsymbol{\psi}_i) d\theta = \sigma_{si}^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} p_i(\theta; \boldsymbol{\psi}_i) d\theta = \sigma_{si}^2 \quad (15)$$

因此, 步骤(4)得到的积分值为 σ_{si}^2 。对步骤(3)得到的分布线除以该积分值, 即是信号源的分布。

5 阵元数与分布稀疏度的关系

求解式(13)需满足一定条件, 先介绍如下定理。

定理 假设欠定方程 $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ 中, \mathbf{A} 是 $m \times n$ 的矩阵, \mathbf{x} 是 n 维向量, \mathbf{b} 是 m 维向量, \mathbf{A} 中任意 $2S$ 列都是线性无关的, 则稀疏度为 s 的向量 \mathbf{x} 可以被 \mathbf{b} 和 \mathbf{A} 唯一地重构出来。其中稀疏度即向量的非零元个数。

证明 假设可以重建出两个稀疏度都为 S 的向量 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$, 同时满足 $\mathbf{A}\mathbf{x}_1 = \mathbf{A}\mathbf{x}_2 = \mathbf{b}$, 则有 $\mathbf{A}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) = \mathbf{0}$, 且向量 $\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$ 稀疏度小于等于 $2S$ 。又因为 \mathbf{A} 中任意 $2S$ 个列向量都是线性无关的, 这与 $\mathbf{A}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) = \mathbf{0}$ 矛盾, 所以假设不成立, 即可以根据 \mathbf{b} 和 \mathbf{A} 唯一地恢复出 \mathbf{x} 。证毕

矩阵 $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})$ 的列秩为 N , 即有 N 列线性无关。上述定理说明, 当阵元数 N 至少为分布稀疏度的 2 倍时, 式(12)存在唯一解。这要求阵元数 N 足够大, 但当阵元数少时算法并非一定不可行, 第 7 节将通过仿真说明, 当阵元数较少时, 算法对角度扩展大的分布也能得到较好的近似结果。

此外, 式(13)采用 l_1 范数代替式(12)的 l_0 范数, 为使 l_1 范数最小化的解与 l_0 范数相同, 其条件会进

一步提高。目前已证明的条件有 RIP 条件, 不相关度 (mutual incoherence) 条件等, 可以参考文献 [15-18]。然而, 这些条件是充分非必要条件, 对实际指导意义有局限性^[17]。在实际应用中, 由于不知道信号源分布的稀疏度, 阵元数 N 应越大越好。

6 算法复杂度分析和比较

由于没有做 2 维搜索, 本文算法的时间复杂度应低于传统算法。可以做具体分析: 计算阵列接收数据矢量自相关矩阵 \mathbf{R} 所需时间复杂度为 $O(MN^2)$; 从分布加权中提取各分布源分布的时间复杂度为 $O(KM)$ 。上述部分耗时不大, 本文算法最耗时的部分在于求解式(12)或式(13)。但不同的算法求解式(12)或式(13)的复杂度不同, 既有复杂度量级仅为 $O(NmK)$ (m 为 θ 的网格数) 的贪婪算法^[13], 也有复杂度为多项式级别 (BP 算法最高可达 $O(m^3)$ ^[14]) 但精度较高的凸优化算法。综上所述, 本文算法复杂度在 $O(MN^2 + KM + NmK)$ 到 $O(MN^2 + KM + m^3)$ 之间。

传统算法最耗时的部分在于 2 维搜索, 这些传统算法在 2 维搜索上的运算量相当。不妨以文献[3]中的“广义 MUSIC 法(DSPE)”为例分析运算量, DSPE 算法的计算花费包括: 估计阵列接收数据矢量自相关矩阵 \mathbf{R} , 所需时间复杂度为 $O(MN^2)$, 对 \mathbf{R} 进行特征分解, 所需时间复杂度为 $O(N^3)$, 执行一次 2 维 DSPE 搜索所需时间复杂度为 $O((N^2 + N)^2 \cdot mn_\Delta)$, 近似为 $O(N^4 mn_\Delta)$, 其中 n_Δ 为角度扩展 Δ 的网格数。可见, 广义 MUSIC 法(DSPE)的运算复杂度为 $O(MN^2 + N^3 + N^4 mn_\Delta)$ 。

两者比较可看出若使用贪婪算法, 本文算法运算量将低于传统算法, 而使用凸优化算法则有可能高于传统算法, 但考虑 m, n_Δ, N 的实际取值情况, 通常有 $m^3 < N^4 mn_\Delta$, 所以一般情况下仍低于传统算法。

7 仿真实验

本节将通过仿真实验说明本文所提算法的性能。实验中设定接收阵列为 1 维均匀线阵, 阵元间隔为信号半波长。信号源为窄带分布源。仿真中采用 1000 次蒙特卡罗实验。

仿真实验 1 本实验考察本文算法估计分布源中心到达角的精确度, 这一指标由中心到达角的 RMSE 来衡量。设定阵元数 $N=8$, 信号中心到达角 $\theta = 0^\circ$, 快拍数 $M=100$, 信号源分布为高斯分布。实验中将本文算法和文献[5,19,20]各自提出的算法以及经典算法广义 MUSIC(即文献[3]的 DSPE 算法)做比较。

图 2 反应了角度扩展对中心到达角 RMSE 的影响。考察信噪比 $\text{SNR}=10$ dB 时, 角度扩展 Δ 在 $0^\circ \sim 6^\circ$ 范围内算法的性能。可以看到, 随着角度扩展的增大, 中心到达角 RMSE 也逐步上升。在相同条件下, 本文算法的性能优于其它算法。

图 3 反应了信噪比 SNR 对中心到达角 RMSE 的影响。角度扩展设置为 $\Delta = 3^\circ$ 。可以看到, 本文算法在低噪条件下优于其它算法, 但在噪声较强的情况下性能下降, 当 $\text{SNR} < 4$ dB 时其性能差于文献[5]中的算法。

仿真实验 2 本实验考察本文算法对信号源分布的估计精确度。由于前人的工作没有求解过分布曲线, 本文定义一个新指标来衡量信号源分布的估计精确度。这一指标为分布曲线估值 $\hat{\mathbf{p}}(\theta)$ 和真实分布曲线 $\mathbf{p}(\theta)$ 之间欧氏距离的 RMSE, 定义为:

$$\text{EulRMSE} = \sqrt{\frac{1}{\text{NI}} \sum_{i=1}^{\text{NI}} \|\hat{\mathbf{p}}_i(\theta) - \mathbf{p}(\theta)\|_2^2}。其中, \text{NI} 为$$

蒙特卡罗实验次数, 本实验设定为 1000, $\hat{\mathbf{p}}_i(\theta)$ 是第 i 次实验得到的分布曲线估值。显然, 欧氏距离越小, 表明精度越高。本实验设定信号源分布为高斯分布, 信号中心到达角 $\theta = 0^\circ$, 快拍数 $M=100$, 信噪比 $\text{SNR}=10$ dB。

图 4~图 6 的 3 条直线中, 实线, 点划线“— · —”, 虚线“— · —”分别代表 θ 和 Δ 相同的柯西分布与真实分布曲线 $\mathbf{p}(\theta)$ 的欧氏距离, θ 高于真实值 0.5° 的高斯分布与真实分布曲线 $\mathbf{p}(\theta)$ 的欧氏距离, Δ 高于真实值 0.5° 的高斯分布与真实分布曲线 $\mathbf{p}(\theta)$ 的欧氏距离, 以供比较。

图 4 和图 5 分别为角度扩展 $\Delta = 1^\circ$ 和 6° 时, EulRMSE 随阵元数 N 的变化情况。当 $\Delta = 1^\circ$ 时, 信号分布只有小角度的扩展, 在空间谱上反映为一个尖峰。由图 4 可见, 当阵元数不足时, 式(13)不能把解“聚集”得足够稀疏, 只有阵元数足够时, 才能得到足够稀疏的“尖峰”解。这与第 5 节的分析一致。从图 5 观察到一个有趣的现象, 在阵元数较少时, 估计精度已经很好了, 而随着阵元数增大, 精度反而略差, 这与分布的形状有关。当 $\Delta = 6^\circ$ 时, 信号分布在空间谱上是一个较“矮胖”的谱峰, 分布本身不是很稀疏, 此时无需太多阵元, 式(13)已经能把解“聚集”到近似于分布的形状; 阵元数多时, 式(13)的解的维数增加, 反而给解引入了更多的起伏抖动。不过, 这些起伏抖动也是有限的, 而且从图 5 看出, 精度在阵元增加到 40 个时渐趋稳定。

由图 4 和图 5 可总结出, 若信号源角度扩展较大, 较少的阵元也可以近似得到分布的形状, 但若信号源角度扩展较小, 则应使用足够的阵元数。实

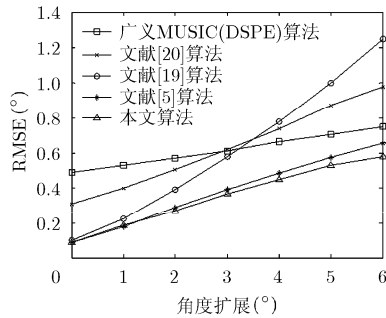


图 2 不同角度扩展下各算法估计的中心到达角 RMSE

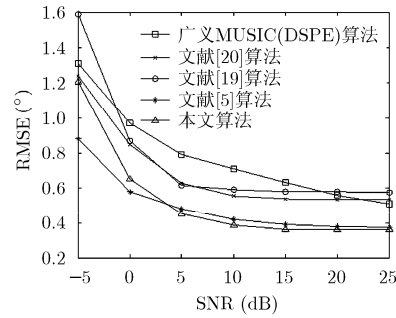
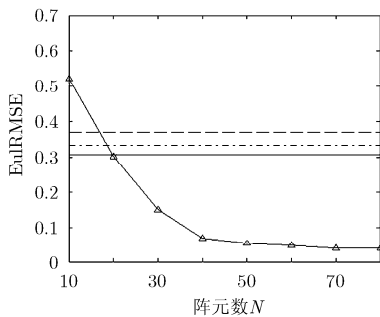
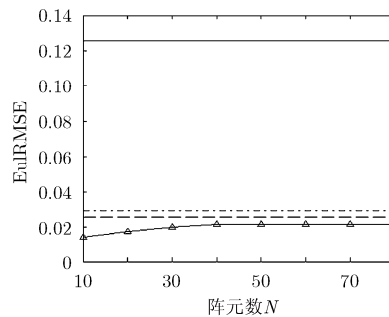
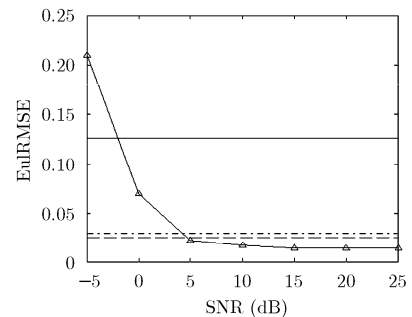


图 3 不同信噪比下各算法估计的中心到达角 RMSE

图 4 角度扩展 $\Delta = 1^\circ$, SNR=10 dB 时, EulRMSE 随阵元数 N 的变化情况图 5 角度扩展 $\Delta = 6^\circ$, SNR=10 dB 时, EulRMSE 随阵元数 N 的变化情况图 6 角度扩展 $\Delta = 6^\circ$, 阵元数 $N=20$ 时, EulRMSE 随信噪比 SNR 的变化情况

际应用中,若不知道信号源角度扩展,阵元数应越多越好。

图 6 为角度扩展 $\Delta = 6^\circ$, 阵元数 $N=20$ 时, EulRMSE 随信噪比 SNR 的变化情况。从图 6 中看到,当信噪比低于 0 dB 时,算法性能骤降。问题主要在于噪声淹没了信号分布的底部,使得算法在执行从分布加权中提取各分布源时,误判分布的边界。

8 结论

本文在假设分布曲线形状为钟形对称的前提下,提出一种求非相干分布式信号源空间分布的算法。不同于传统算法,本文算法模型假设宽松(仅要求分布曲线钟形对称),能估计整个分布曲线,而不是仅估计出假设分布模型的分布参数,因此估计结果提供了更完整的分布信息,为分布式信号源的分布估计提供了一个新思路。此外,算法估计中心到达角精确度的性能不逊于现存算法,鲁棒性也相对良好。与传统算法相比,本文算法还避免了 2 维搜索,使得运算量通常低于传统算法。

参考文献

[1] Astely D and Ottersten B. The effect of local scattering on direction of arrival estimation with MUSIC[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(12): 3220-3234.
 [2] Tabrikian J and Messer H. Robust localization of scattered sources[C]. Proceedings of the Tenth IEEE Workshop on

Statistical Signal and Array Processing, Pocono Manor, PA, 2000: 453-457.

- [3] Valaee S, Champagne B, and Kabal P. Parametric localization of distributed sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(9): 2144-2153.
 [4] Meng Y, Stoica P, and Wong K M. Estimation of the directions of arrival of spatially dispersed signals in array processing[J]. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 1996, 143(1): 1-9.
 [5] Lee J, Joung J, and Kim J D. A method for the direction-of-arrival estimation of incoherently distributed sources[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2008, 57(5): 2885-2893.
 [6] Malioutov D, Cetin M, and Willsky A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(8): 3010-3022.
 [7] Wang Bo, Liu Juan-juan, and Sun Xiao-ying. Mixed sources localization based on sparse signal reconstruction[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2012, 19(8): 487-490.
 [8] Hu Nan, Ye Zhong-fu, Xu Xu, et al. DOA estimation for sparse array via sparse signal reconstruction[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(2): 760-773.
 [9] Xu Xu, Wei Xiao-han, and Ye Zhong-fu. DOA estimation based on sparse signal recovery utilizing weighted l_1 -norm penalty[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2012, 19(3):

- 155–158.
- [10] He Z Q, Liu Q H, Jin L N, *et al.*. Low complexity method for DOA estimation using array covariance matrix sparse representation[J]. *Electronics Letters*, 2013, 49(3): 228–230.
- [11] Dai J, Zhao D, and Ji X. A sparse representation method for DOA estimation with unknown mutual coupling[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2012, 11: 1210–1213.
- [12] Dai J, Xu X, and Zhao D. Direction-of-arrival estimation via real-valued sparse representation.[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2013, 12: 376–379.
- [13] Tropp J A and Gilbert A C. Signal recovery from partial information via orthogonal matching pursuit[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655–4666.
- [14] Chen S S, Donoho D L, and Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1998, 20(1): 33–61.
- [15] Candes E J and Tao T. Decoding by linear programming[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(12): 4203–4215.
- [16] Candès E J, Romberg J, and Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489–509.
- [17] Juditsky A and Nemirovski A. On verifiable sufficient conditions for sparse signal recovery via l_1 minimization[J]. *Mathematical Programming*, 2011, 127(1): 57–88.
- [18] Yang Zai, Zhang Ci-shen, and Xie Li-hua. Robustly stable signal recovery in compressed sensing with structured matrix perturbation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(9): 4658–4671.
- [19] Ghogho M, Besson O, and Swami A. Estimation of directions of arrival of multiple scattered sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(11): 2467–2480.
- [20] Shahbazpanahi S, Valaee S, and Bastani M H. Distributed source localization using ESPRIT algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(10): 2169–2178.
- 林晓帆：男，1990年生，博士生，研究方向为阵列信号处理、通信信号处理。
- 韦岗：男，1963年生，博士生导师，教授，研究方向为信号处理、无线通信。