

一种基于正则化的边缘定向插值算法

季成涛^① 何小海^{*①} 符耀庆^② 梁子飞^① 卿粼波^①

^①(四川大学电子信息学院 成都 610065)

^②(中海油能源发展股份有限公司北京分公司 北京 100027)

摘要: 针对传统的基于线性回归模型插值算法不能对变化剧烈的边缘进行有效插值的问题, 该文提出一种基于正则化的边缘定向插值算法。算法主要分为两部分: 参数估计部分与数据估计部分。在参数估计部分, 为了更加准确地描述图像局部结构, 把已估计的高分辨率像素作为训练像素的一部分, 用以进行回归模型参数的估计。在数据估计部分, 引入像素平滑方向作为正则化项, 以降低参数的误估计引起的数据估计偏差。实验结果表明, 该算法能很好地保持图像的边缘特征, 尤其在变化比较剧烈的边缘区域; 与双三次插值算法及基于正则化的局部线性回归插值算法(Regularized Local Linear Regression, RLLR)相比, 该算法能取得更好的视觉效果及较高的 PSNR 值。

关键词: 图像处理; 插值; 回归模型; 训练像素; 正则化

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)02-0293-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.00582

An Edge Directed Interpolation Algorithm Based on Regularization

Ji Cheng-tao^① He Xiao-hai^① Fu Yao-qing^② Liang Zi-fei^① Qing Lin-bo^①

^①(School of Electronics Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

^②(CNOOC Energy Technology & Services Limited Beijing Branch, Beijing 100027, China)

Abstract: The traditional methods based on linear regression model preserve the edge in some degree, but hardly work on the sharp edge. To solve this problem, an edge directed interpolation algorithm based on regularization is proposed in this paper, which is composed of the parameters estimation part and the data estimation part. In the first part, the high resolution structures which have been estimated are taken as one part of the training pixel to estimate the parameters of the linear regression model for effectively describing the structure. In the second part, the smooth pixel's direction is applied as the regularization to reduce the error of estimated data aroused from the incorrect parameters. Experimented results show that the proposed method preserves the edge of image effectively, and both the visual effects and the PSNR are all better than bi-cubic and Regularized Local Linear Regression (RLLR).

Key words: Image processing; Interpolation; Regression model; Training pixel; Regularization

1 引言

图像插值, 是对已知的低分辨率(Low Resolution, LR)图像通过一定的算法获得高分辨率(High Resolution, HR)图像的过程。图像插值在很多领域得到了广泛的应用, 如消费电子设备、计算机视觉、遥感技术应用、医学图像处理等。传统的图像插值算法有最近邻插值、双线性插值、双三次插值等^[1,2], 这些插值方法的优点是计算简单, 运行时间少, 但由于这些算法的插值滤波器有着各向同性的特点, 不能根据不同的图像结构进行自适应插值, 导致插值后的边缘部分出现如模糊、振铃、锯齿等明显的人工处理痕迹。

鉴于传统方法的不足, 自适应的插值算法得到了学者们越来越多的关注, 这些方法可以根据图像的自相似性及边缘特性进行自适应插值, 从而使最终的插值效果满足图像的局部结构^[3-6]。文献[7]提出了一种基于方向滤波和数据融合的边缘定向插值算法(Directional Filtering and Data Fusion, DFDF), 算法首先从两个相互正交的方向对插值像素进行估计, 然后通过最小均方误差估计对所得的方向插值结果进行加权融合。由于DFDF算法仅仅考虑了未知像素在两个方向上的估计, 所以最终的插值结果也会在边缘处产生模糊、锯齿和振铃等现象。

为了更好地保持图像的边缘等局部结构, 研究者提出了基于线性回归模型的图像插值算法, 该类算法认为局部区域内的图像结构可以用线性回归模型进行描述, 这样图像插值的过程也就变为确定回

2013-04-25 收到, 2013-07-27 改回

国家自然科学基金(61071161), 国家自然科学基金委员会和中国工程物理研究院联合基金(11176018)资助课题

*通信作者: 何小海 h_xh@scu.edu.cn

归模型的过程^[8-14]。文献[8]提出了一种新的边缘定向插值算法(New Edge-Directed Interpolation, NEDI),该算法利用高分辨率图像和低分辨率图像间的几何对偶性,首先通过低分辨率图像估计出协方差系数,然后利用估计的系数对高分辨率图像进行插值。文献[9]对 NEDI 进行了改进,提出了改进的边缘插值算法(improved New Edge Directed Interpolation, iNEDI),算法可以根据边缘的尺寸对插值窗口进行自适应的调节,同时这种算法相对 NEDI 获得了较好的效果。另外,文献[10]提出了一种软决策估计算法(Soft-decision Adaptive Interpolation, SAI),该算法通过分段自回归模型对插值窗口内的图像结构进行描述,并采用一种软决策的方式对多个未知像素进行同时插值。Liu 等人^[11]提出了一种基于正则化的局部线性回归插值算法(Regularized Local Linear Regression, RLLR),该算法利用移动最小二乘(Moving Least Squares, MLS)方法对线性回归模型系数进行求解,这种求解方法相比传统的普通最小二乘(Ordinary Least Squares, OLS)得到的模型系数更具鲁棒性。

以上基于线性回归模型的插值算法虽然取得了较好的效果,但对边缘两侧变化较剧烈的部分,其插值效果并没有得到很好的改善。究其原因主要是在模型估计阶段利用低分辨率像素估计的线性回归模型参数,并不能完全适合高分辨图像的结构,本文针对这一问题进行了改进。在模型参数估计阶段,把低分辨率像素和已经估计的高分辨率像素作为训练像素进行参数的估计,另外,引入了像素平滑方向作为正则化项,以降低插值窗口内结构的多变所带来的插值误差。

2 图像自回归模型

图像插值是一个病态问题,为了更好地进行插值操作,通常将图像的局部区域用线性回归模型进行描述,对于局部区域内的每个像素点 $X_{(i,j)}$ 可表示为

$$X_{(i,j)} = \sum_{(m,n) \in T} a_{(m,n)} X_{(i+m,j+n)} + v_{(i,j)} \quad (1)$$

其中 T 表示像素点 $X_{(i,j)}$ 邻域结构,线性回归模型定义在该邻域结构上, T 中元素的个数决定了回归模型的阶; $a_{(m,n)}$ 为线性回归模型的参数; $v_{(i,j)}$ 是白噪声误差项,服从高斯分布^[12]。

对图像统计分析发现,在插值窗口内图像几何结构基本保持一致,线性回归模型参数 α (其中 α 是 $a_{(m,n)}$ 构成的向量)具有分段统计稳态性质,在插值窗口内可以认为是固定的,即对于利用线性回归模型进行预测的未知像素存在较小的误差,这就使得线

性回归模型得以成功应用。通过以上分析,可以将图像插值的目标转变为对线性回归模型参数 α 的估计。在局部窗口内通过邻域像素采样对自回归模型参数 α 进行估计:

$$\hat{\alpha} = \arg \min_{\alpha} \sum_{(i,j) \in W} \left\| X_{(i,j)} - \sum_{(m,n) \in T} a_{(m,n)} X_{(i+m,j+n)} \right\| \quad (2)$$

其中 W 为固定大小的局部窗口。

3 本文算法

通常,在以未知像素为中心的局部窗口内进行参数估计后,就可以利用式(1)进行未知像素的插值,如图 1 所示。实验显示,在平滑区域及两侧变化不大的边缘这样做会产生较好的插值效果。但对于两侧变化剧烈的边缘而言,参数估计会因为图像结构的多变导致误估计,本文针对该问题进行了改进。首先在参数估计阶段,将已知的低分辨率像素和已经估计出的高分辨率像素作为训练像素,以降低由于分辨率不同而引起的参数估计误差;在数据估计阶段,首先估计出以待插值像素为中心的像素平滑方向,然后将利用平滑方向的像素估计出的像素值作为正则化项,以降低由于图像结构多变导致的插值误差。综上所述,可用式(3)进行对未知像素的求解:

$$\min_X \left\{ \left\| X - \sum_{i=1}^4 a_i Y_i \right\|_2^2 + \lambda \|X - X_D\|_2^2 \right\} \quad (3)$$

其中 X 为待求未知像素点; a_i 为回归模型参数; Y_i 为未知像素 X 的邻域像素, λ 为正则化系数, X_D 为通过像素平滑方向估计出的 X 近似值。

本文采用 2 遍插值对整幅图像进行插值,如图 1 所示,其中图中黑色实心点为已知的低分辨率像

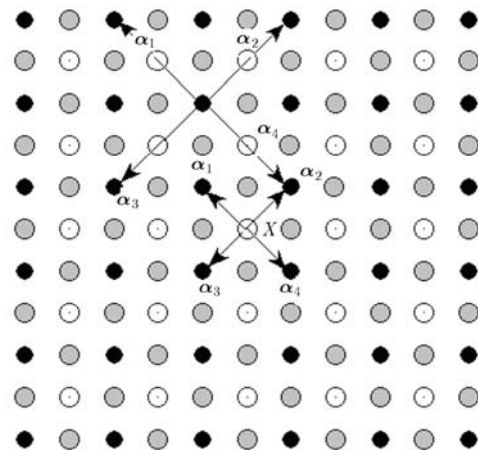


图 1 基于线性回归模型插值示意图

素，白色点是第 1 遍插值操作的像素，灰色点是第 2 遍插值操作的像素。本文对边界采样用双三次插值算法进行处理。下文以第 1 遍插值过程为例说明算法流程，算法流程图如图 2 所示。

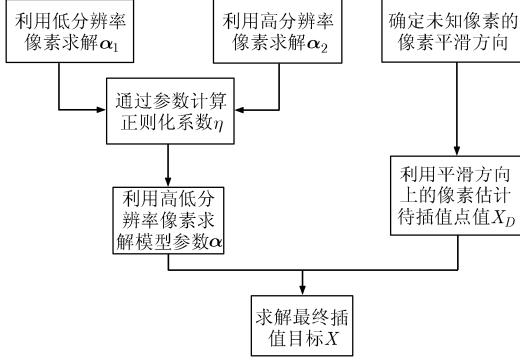


图2 本文算法流程图

3.1 模型参数估计

在进行第 1 遍插值操作时，以未知像素 X 中心按低分辨率像素选定大小为 6×6 的区域作为插值窗口，如图 3 所示，通过在整幅图像上进行窗口滑动来完成整幅图像的插值。第 2 遍插值操作跟第 1 遍基本相同，不同之处在于第 2 遍插值过程中，按低分辨率像素选定大小为 5×5 的区域作为插值窗口，同时将窗口进行 45° 的旋转。

对未知像素点 X ，估计其局部窗口内的线性回归模型参数 $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ ，传统的方法是仅仅选取低分辨率像素作为训练像素，即图 3 中黑色框内的像素结构，对应的求解公式为 $\|\mathbf{Y}_0 - \mathbf{C}_0 \mathbf{a}\|_2^2$ ， \mathbf{Y}_0 为图 3 中低分辨率像素组成的向量， \mathbf{C}_0 为 \mathbf{Y}_0 中所有像素的邻域像素构成的矩阵。考虑到在进行 X 像素插值的窗口内已有高分辨率像素被插值，即图 3 中所示空心点。为了降低由于分辨率不同而引起的参数估

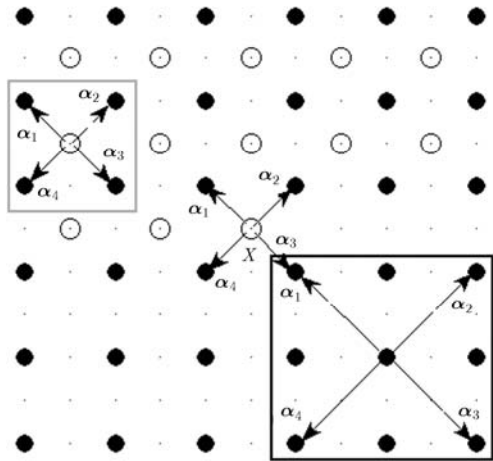


图3 基于正则化插值示意图

计误差，本文加入了已经估计过的高分辨率像素作为训练像素，如图 3 中灰色框内的像素结构，对应的求解公式为 $\|\mathbf{Y} - \mathbf{C}\mathbf{a}\|_2^2$ ， \mathbf{Y} 为图 3 中高分辨率像素组成的向量， \mathbf{C} 为 \mathbf{Y} 中所有像素的邻域像素构成的矩阵。合并以上两式可得

$$\hat{\alpha} = \arg \min_{\alpha} \|\mathbf{Y} - \mathbf{C}\alpha\|_2^2 + \eta \|\mathbf{Y}_0 - \mathbf{C}_0\alpha\|_2^2 \quad (4)$$

对式(4)进行求解得到

$$\hat{\alpha} = (\mathbf{C}^T \mathbf{C} + \eta \mathbf{C}_0^T \mathbf{C}_0)^{-1} (\mathbf{C}^T \mathbf{Y} + \eta \mathbf{C}_0^T \mathbf{Y}_0) \quad (5)$$

用如下方式进行系数 η 的确定：求解式(4)的前项及后项可分别求得对应的参数值 $\hat{\alpha}_1$ ， $\hat{\alpha}_2$ 。

$$\left. \begin{aligned} \hat{\alpha}_1 &= \arg \min_{\alpha_1} \|\mathbf{Y} - \mathbf{C}\alpha_1\|_2^2 \\ \hat{\alpha}_2 &= \arg \min_{\alpha_2} \|\mathbf{Y}_0 - \mathbf{C}_0\alpha_2\|_2^2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

用求得的参数值 $\hat{\alpha}_1$ ， $\hat{\alpha}_2$ 进行反求 \mathbf{Y} 和 \mathbf{Y}_0 会存在相应的误差 $\|\mathbf{Y} - \mathbf{C}\hat{\alpha}_1\|_2^2$ ， $\|\mathbf{Y}_0 - \mathbf{C}_0\hat{\alpha}_2\|_2^2$ ，当误差 $\|\mathbf{Y}_0 - \mathbf{C}_0\hat{\alpha}_2\|_2^2$ 越大时， η 值应越小，当误差 $\|\mathbf{Y} - \mathbf{C}\hat{\alpha}_1\|_2^2$ 越小时， η 应越大；因此定义 η 的取值为

$$\eta = \frac{\|\mathbf{Y} - \mathbf{C}\hat{\alpha}_1\|_2^2}{\|\mathbf{Y} - \mathbf{C}\hat{\alpha}_1\|_2^2 + \|\mathbf{Y}_0 - \mathbf{C}_0\hat{\alpha}_2\|_2^2} \quad (7)$$

实验表明用式(7)定义 η 能获得较好的插值效果。

3.2 数据估计

在参数估计阶段，假定插值窗口内的图像结构都服从同一参数模型，然而对于两侧变化比较剧烈的边缘来说，由于结构的多变不能很好地用同一参数模型进行描述，因而会产生较大误差；为了克服图像结构多变引起的边缘插值不准确，本文引入了像素平滑方向作为正则化项，以使最终的插值结构更能适应图像的局部结构。

3.2.1 像素平滑方向 为了确定像素平滑方向，首先利用双三次插值算法对低分辨率图像进行初始化，然后分别提取以待插值像素为中心的 4 个方向上的像素集合 $\{D_i, i \in (1, 2, 3, 4)\}$ (D_i 为 D_i 方向上的像素构成的向量，不包含待插值像素，如图 4 所示)，并计算每个方向上的像素方差 $\text{var}(D_i)$ ，同时定义方差最小的方向为像素平滑方向，像素平滑方向对应的像素向量为 D_{md} ($\text{md} \in (1, 2, 3, 4)$)。对像素平滑方向上的像素进行加权求和可以得到一个未知像素的近似值：

$$X_D = \sum_{j=1,2,3,4} \omega_j D_{\text{md}}(j) \quad (8)$$

其中 $D_{\text{md}}(j)$ 为方向 D 上第 j 个像素值，如图 4 所示； ω_j 为加权系数，本文采用了高斯系数，即离待插值像素点越远的点其系数 ω_j 越小^[15]。

3.2.2 未知像素的求解 将式(5)定义的模型参数估

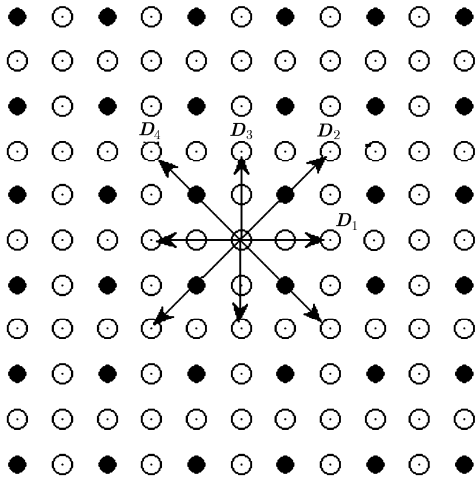


图4 像素所在边缘示意图

计值 $\tilde{\alpha}$ 和式(8)定义的未知像素估计值 X_D 代入式(3), 可以得到

$$\tilde{X} = \arg \min_X \|X - Y_X \tilde{\alpha}\|_2^2 + \lambda \|X - X_D\|_2^2 \quad (9)$$

求解式(9)得到: $\tilde{X} = \frac{Y_X \tilde{\alpha} + \lambda X_D}{1 + \lambda}$ 。其中, Y_X

为未知像素 X 的邻域像素所构成的向量; λ 为正则化系数, 标志着利用像素平滑方向计算未知像素所占的比重, 其取值范围为(0,1); 像素平滑方向上的像素方差 $v = \text{var}(D_{\text{mid}})$ 越小, 正则化项所占比重越大(λ 值越大), 标志着未知像素处于此边缘的可能性越大, 利用边缘求得的像素也就越接近真实值; 反之, 如果方差越大则正则化项所占比重也就越小(λ 值越小), 所以这里定义正则化系数 λ 为: $\lambda = e^{-(v+\Delta)/\sigma_h}$ 。

4 实验结果

为了评价本文算法的效果, 本文选取了 KODAK 图像库中的图像作为测试图像。首先对原始的高分辨率图像进行以 2 为因子的隔点下采样, 将得到的对应的低分辨率图像作为输入图像, 然后用本文算法进行插值处理。同时将本文的插值效果与双三次插值算法和 RLLR 插值算法进行了对比, 对应的 PSNR 值如表 1 所示。

表1 实验重建结果衡量标准PSNR对比

	双三次插值算法	RLLR 插值算法 ^[1]	本文方法
Hats	31.1910	31.2731	31.4767
Windows	31.0895	31.2377	31.3359
Market	22.1797	22.0071	22.2277
Sailboats	30.1810	30.1083	30.3687
Sailboat	30.1792	30.4007	30.5985
Lighthouse	26.9909	26.8166	27.0447
Mustang	29.2800	29.6157	29.7186
Average	28.7273	28.7798	28.9673

对于彩色图像, 是将彩色图像的 3 个通道当成 3 幅灰度图像分别进行插值, 最后将各通道的插值结果合并成彩色图像。图 5 是用 3 种算法对灰度图像进行处理的实验结果, 图 6 是用 3 种算法对彩色图像处理的实验结果。

从实验结果可以看到, 双三次插值与 RLLR 插值算法在进行边缘插值时, 存在较严重的锯齿和不

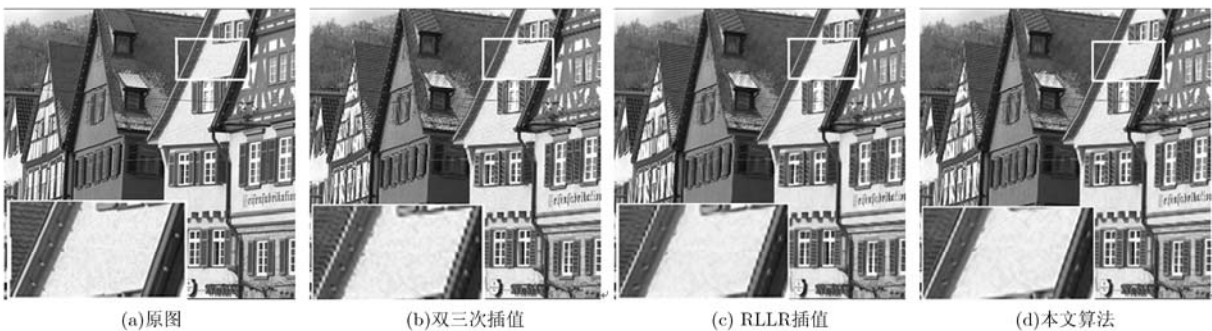


图5 灰度图像插值结果

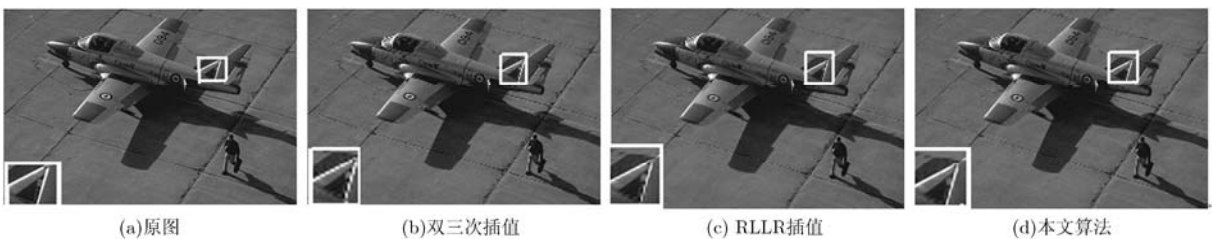


图6 彩色图像插值结果

平滑现象,如图 5 中的白色线条和灰色线条,图 6 中的白色直线处都出现了较明显的锯齿效应,本文算法能更好地保护图像的边缘部分。

5 结论

传统的基于线性回归模型的插值算法主要存在以下两个问题:由于分辨率不同引入的参数估计误差和由于局部图像结构多变引入的数据估计误差。针对这两个问题本文提出了一种基于正则化的边缘定向图像插值算法。为了克服分辨率不同所引入的误差,本文在参数估计阶段,同时把低分辨率像素与已经估计的高分辨率像素作为训练像素进行模型参数估计。在数据估计阶段,通过引入像素平滑方向作为正则化项,用来克服图像结构多变所带来的误差。实验结果表明,本文算法取得了较好的视觉效果和较高的 PSNR 值,尤其在边缘两侧变化剧烈的部分能更好地保护边缘。

参 考 文 献

- [1] Keys R C. Cubic convolution interpolation for digital image processing[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1981, 29(6): 1153-1160.
 - [2] Hou H S and Andrews H C. Cubic splines for image interpolation and digital filtering[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1978, 26(6): 508-517.
 - [3] Dong Wei-sheng, Zhang Lei, Shi Guang-ming, *et al.* Nonlocal back-projection for adaptive image enlargement[C]. 16th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), Cairo, 2009: 349-352.
 - [4] Hung Kwok-wai and Siu Wan-chi. Single image super-resolution using iterative wiener filter[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Kyoto, 2012: 1269-1272.
 - [5] Guo Kai, Yang Xiao-kang, Zha Hong-yuan, *et al.* Multiscale semilocal interpolation with antialiasing[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2012, 21(2): 615-625.
 - [6] 赵旦峰, 王博, 杨大伟. 一种边缘定向平滑图像插值算法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(7): 1543-1546.
Zhao Dan-feng, Wang Bo, and Yang Da-wei. An edge-directed smoothness algorithm for image interpolation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(7): 1543-1546.
 - [7] Zhang Lei and Wu Xiao-lin. An edge-guided image interpolation algorithm via directional filtering and data fusion[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(8): 2226-2238.
 - [8] Li Xin and Orchard M T. New edge-directed interpolation[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, 10(10): 1521-1527.
 - [9] Asuni N and Giachetti A. Accuracy improvements and artifacts removal in edge based image interpolation[C]. Proceedings of the Third International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP), Funchal, 2008: 58-65.
 - [10] Zhang Xiang-jun and Wu Xiao-lin. Image interpolation by adaptive 2-D autoregressive modeling and soft-decision estimation[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2008, 17(6): 887-896.
 - [11] Liu Xian-ming, Zhao De-bin, Xiong Rui-qin, *et al.* Image interpolation via regularized local linear regression[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2011, 20(12): 3455-3469.
 - [12] 任杰, 刘家琪, 白蔚, 等. 基于隐式分段自回归模型的图像插值算法[J]. *软件学报*, 2012, 23(5): 1248-1259.
Ren Jie, Liu Jia-ying, Bai Wei, *et al.* Image interpolation algorithm based on implicit piecewise autoregressive[J]. *Journal of Software*, 2012, 23(5): 1248-1259.
 - [13] Hung Kwok-Wai and Siu Wan-Chi. Robust soft-decision interpolation using weighted least squares[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2012, 21(3): 1061-1069.
 - [14] Tang K, Oscar C Au, and Fang Lu. Image interpolation using autoregressive model and gauss-seidel optimization[C]. 6th IEEE International Conference on Image and Graphics (ICIG), Hefei, China, 2011: 66-69.
 - [15] Tomasi C and Manduchi R. Bilateral filtering for gray and color images[C]. Proceedings of the Sixth International Conference on Computer Vision (ICCV), Bombay, 1988: 839-846.
- 季成涛: 男, 1988 年生, 硕士生, 研究方向为图像处理、图像超分辨率等。
何小海: 男, 1964 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为图像处理、数字通信等。
符耀庆: 男, 1962 年生, 高级工程师, 研究方向为计算机应用技术及图像处理。
梁子飞: 男, 1989 年生, 博士生, 研究方向为图像处理、图像超分辨率等。
卿粼波: 男, 1982 年生, 博士, 讲师, 研究方向为图像处理、图像通信。