

## 平面阵 MIMO 雷达发射方向图设计方法

罗涛<sup>①</sup> 关永峰<sup>②</sup> 刘宏伟<sup>①</sup> 纠博<sup>\*①</sup> 吴梦<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

<sup>②</sup>(国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

**摘要:** 针对现有 MIMO 雷达发射方向图设计方法无法直接推广到平面阵 MIMO 雷达的问题, 在平面阵方向图可以由水平和垂直方向的线阵方向图合成的思想基础上, 该文提出一种应用基波束和概率选择方法设计平面阵 MIMO 雷达发射方向图的方法。该方法首先将期望方向图沿方位角累加, 形成 1 维俯仰角方向图, 建立垂直方向线阵的俯仰角基波束集合和该集合元素的概率选择优化模型; 其次针对每个俯仰角对应的 1 维方位角期望方向图, 建立水平方向线阵的方位角基波束集合和该集合元素的概率选择优化模型; 最后合成 2 维基波束集合和集合中元素的选择概率, 并求得平面阵 MIMO 雷达的发射方向图和发射信号。该方法中的优化问题都是凸问题, 可以求得全局最优解。

**关键词:** 平面阵 MIMO 雷达; 发射方向图设计; 基波束; 概率选择; 凸优化

**中图分类号:** TN958

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2013)11-2707-07

**DOI:** 10.3724/SP.J.1146.2013.00568

## Transmit Beampattern Design for Planar Array MIMO Radar

Luo Tao<sup>①</sup> Guan Yong-feng<sup>②</sup> Liu Hong-wei<sup>①</sup> Jiu Bo<sup>①</sup> Wu Meng<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

<sup>②</sup>(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The transmit beampattern methods available for the MIMO radar can not be extended into the planer array MIMO radar. With the application of the base-beam and probability selecting methods, an approach to design the transmit beampattern for the planer array MIMO radar is presented in this paper, which is based on the idea that the beampattern of planer array can be synthesised by the beampattern of a horizontal and vertical line array. First, the desired beampattern is accumulated along the azimuth and consequently the 1-D beampattern along the elevation can be formed. The elevation base-beam collection of the vertical line array and the corresponding probability selecting optimization model are formulated. Then, the azimuth base-beam collection of the horizontal line array and the corresponding probability selecting optimization model can also be formulated for the desired azimuth beampattern of a candidate elevation. Finally, the 2-D base-beam collection is synthesised and the corresponding selected probability of the collection elements can be calculated. Consequently, the transmit beampattern and the transmit signal can be well obtained using the convex optimization approaches.

**Key words:** Planer array MIMO radar; Transmit beampattern design; Base-beam; Probability selection; Convex optimization

### 1 引言

MIMO(Multiple-Input Multiple-Output)雷达体制分为分布式统计 MIMO 雷达<sup>[1,2]</sup>和集中式相干 MIMO 雷达<sup>[3-15]</sup>。本文重点讨论集中式相干 MIMO 雷达, 其采用与传统相控阵雷达相同的布阵方式,

利用每个阵元发射不同的信号实现波形分集。集中式 MIMO 雷达的波形分集技术又可以分为: 正交发射信号和部分相干发射信号。正交发射信号可以提高雷达对目标参数的分辨能力<sup>[4]</sup>, 利用虚拟孔径技术提高雷达分辨力<sup>[5]</sup>; 部分相干发射信号用来设计期望发射方向图<sup>[6-15]</sup>, 提高雷达发射能量的利用率以及目标参数估计能力。

本文主要研究集中式平面阵 MIMO 雷达的 2 维发射方向图和发射信号设计, 文献[6]提出设计发射信号的协方差矩阵来合成期望发射方向图, 该方法

2013-04-25 收到, 2013-07-27 改回

国家自然科学基金(61271291, 61201285), 新世纪优秀人才支持计划(NCET-09-0630), 全国优秀博士学位论文作者专项资金(FANEDD-201156)和中央高校基本科研业务费专项资金资助课题

\*通信作者: 纠博 bojiu@mail.xidian.edu.cn

应用于线性阵列结构,理论上可以直接推广应用于平面阵 MIMO 雷达的方向图设计,但是平面阵相比线性阵的阵列规模要大很多,优化发射信号协方差矩阵的计算量呈几何级数增长,因而该方法难以实现;文献[7]提出了应用基波束方法快速合成发射方向图(基波束的定义:使用阵列加权方法使雷达阵列形成指向某一方向的方向图,此方向图可以作为一个基波束)。该方法应用于线性阵条件下基波束集合的规模就是 1 维角度划分的栅格个数,平面阵 2 维角度基波束集合的规模是 2 维角度分别划分的栅格个数的乘积,并且平面阵基波束集合中元素的长度远大于线性阵基波束集合中元素的长度,这两个条件的限制,决定了此方法也是不宜直接应用于平面阵 MIMO 雷达方向图设计的。基于以上原因,本文提出由水平方向线阵方位角方向图和垂直方向线阵俯仰角方向图合成平面阵方向图的方法,利用基波束和概率选择方法设计平面阵 MIMO 雷达发射方向图。

通常情况下平面阵雷达的天线阵面是竖直放置的,这种条件下雷达的发射方向图可分离为水平方向  $x$  轴上和垂直方向  $z$  轴上这两个线性阵列的方向图的乘积,基于此特点,我们提出利用基波束和概率选择方法设计平面阵 MIMO 雷达的发射方向图。首先将 2 维期望发射方向图沿方位角累加形成只包含俯仰角信息的 1 维方向图,应用概率选择方法从  $z$  轴方向俯仰角基波束集合中选择基波束元素合成此 1 维方向图;其次,每个俯仰角对应 1 个方位角期望方向图,用概率选择方法从  $x$  轴方向方位角基波束集合中选择基波束元素合成该俯仰角对应的方位角 1 维方向图;最后按照每个方位角和俯仰角的基波束的选择概率综合求得发射信号和发射方向图。本文方法实现过程中的优化问题都是凸优化问题,可以求得全局最优解。

## 2 信号模型

一个平面阵 MIMO 雷达发射系统,雷达阵面竖直放置,雷达阵列结构如图 1 所示, $x$  方向表示水平方向, $z$  方向表示垂直方向。不失一般性,将整个平面阵的左下方阵元设为阵列参考点, $x$  方向和  $z$  方向阵元数分别为  $M_x$  和  $M_z$ , $x$  方向和  $z$  方向的阵元间距分别为  $d_x$  和  $d_z$ 。平面阵在方位角  $\theta$  和俯仰角  $\varphi$  处的发射导向矢量<sup>[16]</sup>为

$$\mathbf{a}(\theta, \varphi) = \mathbf{a}_x(\theta, \varphi) \otimes \mathbf{a}_z(\varphi) \quad (1)$$

其中  $\otimes$  表示 Kronecker 积,  $\mathbf{a}_x(\theta, \varphi) \in C^{M_x \times 1}$  表示在  $(\theta, \varphi)$  处  $x$  轴上阵元的导向矢量,  $\mathbf{a}_z(\varphi) \in C^{M_z \times 1}$  表示在  $\varphi$  处  $z$  轴上阵元的导向矢量,

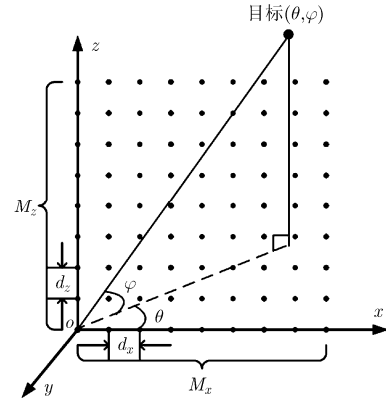


图 1 平面阵结构图

$$\mathbf{a}_x(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j2\pi\frac{f_0}{c}d_x \cos(\theta) \cos(\varphi)} \dots \\ e^{-j2\pi\frac{f_0}{c}d_x \cos(\theta) \cos(\varphi)(M_x-1)} \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

$$\mathbf{a}_z(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j2\pi\frac{f_0}{c}d_z \sin(\varphi)} \dots e^{-j2\pi\frac{f_0}{c}d_z \sin(\varphi)(M_z-1)} \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

其中  $f_0$  表示发射信号载频,  $c$  表示光速,  $(\cdot)^T$  表示矩阵转置。

每一个阵元发射编码长度为  $L$  的窄带信号,第  $l$  时刻整个雷达阵列的发射信号如式(4)所示,  $\text{vec}(\cdot)$  表示矩阵矢量化。这里我们将  $\mathbf{S}(l)$  看作是对阵列的一组加权矢量,文献[16]中给出了在此情况下,该加权可以分解为  $x$  轴上阵元和  $z$  轴上阵元的加权矢量,如式(5)所示。

$$\mathbf{S}(l) = \text{vec} \begin{bmatrix} S_{1,1}(l) & S_{1,2}(l) & \dots & S_{1,M_z}(l) \\ S_{2,1}(l) & S_{2,2}(l) & \dots & S_{2,M_z}(l) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{M_x,1}(l) & S_{M_x,2}(l) & \dots & S_{M_x,M_z}(l) \end{bmatrix}, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (4)$$

$$\mathbf{S}(l) = \text{vec}(\mathbf{S}_x(l)\mathbf{S}_z(l)) = \mathbf{S}_x(l) \otimes \mathbf{S}_z(l) \quad (5)$$

$\mathbf{S}_x(l) \in C^{M_x \times 1}$  和  $\mathbf{S}_z(l) \in C^{M_z \times 1}$  表示第  $l$  时刻  $x$  轴上和  $z$  轴上阵元的发射信号,即这两个轴上阵元的加权矢量。

假设发射信号在传播过程中没有能量损失,第  $l$  时刻的发射信号在远场  $(\theta, \varphi)$  处的信号幅度为

$$\begin{aligned} b(\theta, \varphi, l) &= \mathbf{a}^H(\theta, \varphi)\mathbf{S}(l) \\ &= [\mathbf{a}_x(\theta, \varphi) \otimes \mathbf{a}_z(\varphi)]^H [\mathbf{S}_x(l) \otimes \mathbf{S}_z(l)] \\ &= [\mathbf{a}_x^H(\theta, \varphi)\mathbf{S}_x(l)] \otimes [\mathbf{a}_z^H(\varphi)\mathbf{S}_z(l)] \\ &= [\mathbf{a}_x^H(\theta, \varphi)\mathbf{S}_x(l)][\mathbf{a}_z^H(\varphi)\mathbf{S}_z(l)] \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $\mathbf{a}_x^H(\theta, \varphi)\mathbf{S}_x(l)$  和  $\mathbf{a}_z^H(\varphi)\mathbf{S}_z(l)$  表示第  $l$  时刻  $x$  轴上

阵元和  $z$  轴上阵元的发射信号在远场处的信号幅度，这两个量是两个数，可以用乘积代替 Kronecker 积。由式(6)可以看出第  $l$  时刻发射信号在远场  $(\theta, \varphi)$  处的信号幅度是  $x$  轴上和  $z$  轴上线性阵列发射信号幅度的乘积。

通常情况下，我们定义的发射方向图是长度为  $L$  的编码信号在远场处的平均功率：

$$\begin{aligned} P(\theta, \varphi) &= \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{a}^H(\theta, \varphi) \mathbf{S}(l) \mathbf{S}^H(l) \mathbf{a}(\theta, \varphi) \\ &= \mathbf{a}^H(\theta, \varphi) \mathbf{R} \mathbf{a}(\theta, \varphi) \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $(\cdot)^H$  表示矩阵共轭转置， $\mathbf{R}$  表示发射信号协方差矩阵。

$$\mathbf{R} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{S}(l) \mathbf{S}^H(l) \quad (8)$$

由式(7)可以看出发射信号协方差矩阵由每一时刻的发射信号的协方差矩阵累加而成，即发射波束方向图由每一时刻的波束方向图叠加形成。这里将式(7)作式(9)的变形：

$$\begin{aligned} P(\theta, \varphi) &= \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L [\mathbf{a}_x(\theta, \varphi) \otimes \mathbf{a}_z(\varphi)]^H [\mathbf{S}_x(l) \otimes \mathbf{S}_z(l)] \\ &\quad \cdot [\mathbf{S}_x(l) \otimes \mathbf{S}_z(l)]^H [\mathbf{a}_x(\theta, \varphi) \otimes \mathbf{a}_z(\varphi)] \\ &= \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L [\mathbf{a}_x^H(\theta, \varphi) \mathbf{R}_x(l) \mathbf{a}_x(\theta, \varphi)] \\ &\quad \otimes [\mathbf{a}_z^H(\varphi) \mathbf{R}_z(l) \mathbf{a}_z(\varphi)] \\ &= \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L P_x(\theta, \varphi, l) \otimes P_z(\varphi, l) \\ &= \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L P_x(\theta, \varphi, l) P_z(\varphi, l) \end{aligned} \quad (9)$$

在式(9)的推导过程中应用了矩阵公式  $(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{C} \otimes \mathbf{D}) = (\mathbf{A} \mathbf{C}) \otimes (\mathbf{B} \mathbf{D})$ ， $\mathbf{R}_x(l)$  和  $\mathbf{R}_z(l)$  表示第  $l$  时刻  $x$  轴上阵元和  $z$  轴上阵元发射信号的协方差矩

阵， $P_x(\theta, \varphi, l)$  和  $P_z(\varphi, l)$  表示第  $l$  时刻  $x$  轴上阵元和  $z$  轴上阵元的发射方向图。由式(9)可以看出平面阵 MIMO 雷达第  $l$  时刻的发射方向图是  $P_x(\theta, \varphi, l)$  和  $P_z(\varphi, l)$  的乘积，其中  $x$  轴上阵元的方向图包含  $\theta$  和  $\varphi$  的信息， $z$  轴上阵元的方向图只包含  $\varphi$  的信息。我们可以先设计只包含  $\varphi$  信息的  $z$  轴上阵元的俯仰角方向图，然后在每一个确定的俯仰角  $\varphi$  的条件下设计  $x$  轴上阵元的方位角方向图，最后合成总体 2 维平面阵方向图。以下介绍算法的详细实现步骤。

### 3 发射方向图设计

本文提出平面阵 MIMO 雷达发射信号是应用概率选择方法从一个基波束集合中选出所需要的基波束，然后按照每个基波束的被选择的概率排列基波束形成发射信号。基波束集合中的元素是：将整个雷达所扫描的区域按照性能需要划分为一定数量的栅格，基波束就是指向每一个栅格位置的波束(每一个基波束可以根据需要加权，但是通常情况一般采用均匀加权)。具体的发射信号设计流程图如图 2 所示。

步骤 1  $z$  轴上阵元发射方向图和发射信号设计 给定 2 维期望发射方向图为  $\phi(\theta, \varphi)$ ， $\theta$  和  $\varphi$  的范围分别是  $\Omega$  和  $\Gamma$ ，将  $\Omega$  划分为  $K_{az}$  个栅格， $\Gamma$  划分为  $K_{el}$  个栅格。沿方位角  $\theta$  维累加，合成  $z$  轴方向的俯仰角期望方向图，即

$$\phi_z(\varphi_{k_{el}}) = \sum_{k_{az}=1}^{K_{az}} \phi(\theta_{k_{az}}, \varphi_{k_{el}}), \quad \varphi_{k_{el}} \in \Gamma \quad (10)$$

$\phi_z(\varphi_{k_{el}})$  表示在每一个俯仰角  $\varphi_{k_{el}}$  的总功率。指向  $\Gamma$  中每一个栅格点处的基波束的发射信号为

$$\mathbf{S}_z(k_{el}) = \mathbf{w}_z \odot \mathbf{a}_z(\varphi_{k_{el}}), \quad \varphi_{k_{el}} \in \Gamma \quad (11)$$

$\mathbf{S}_z(k_{el}) \in C^{M_z \times 1}$ ， $\mathbf{w}_z \in C^{M_z \times 1}$  表示  $z$  轴上阵元的加权矢量， $\odot$  表示 Hadamard 积。以下给出应用方向图

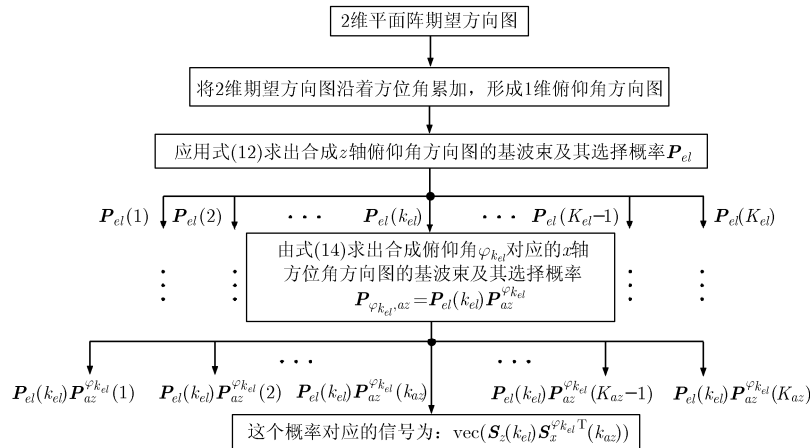


图 2 发射信号设计流程图

匹配方法设计  $z$  轴上阵元的俯仰角发射方向图和发射信号的基波束概率选择优化模型, 如式(12), 其中,  $\alpha_z$  表示  $z$  轴期望方向图幅度因子,  $\mathbf{R}_z \in C^{M_z \times M_z}$  表示  $z$  轴上阵元的发射信号协方差矩阵,  $\mathbf{P}_{el}(k_{el})$  表示基波束  $\mathbf{S}_z(k_{el})$  被选中的概率。式(12)中最后两个约束是由概率特点得出。式(12)是一个半正定二次规划(SQP), 它是凸优化问题, 可以用 CVX<sup>[17]</sup> 凸优化工具包求得最优解。式(12)求解得到  $\mathbf{P}_{el}$ , 并保存  $\mathbf{P}_{el}$  中每一个概率所对应的  $\mathbf{S}_z(k_{el})$ 。

$$\left. \begin{aligned} \min_{\alpha_z, \mathbf{P}_{el}} \quad & \sum_{k_{el}=1}^{K_{el}} \left\| \alpha_z \phi_z(\varphi_{k_{el}}) - \mathbf{a}_z^H(\varphi_{k_{el}}) \mathbf{R}_z \mathbf{a}_z(\varphi_{k_{el}}) \right\|^2 \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{R}_z = \sum_{k_{el}=1}^{K_{el}} \mathbf{P}_{el}(k_{el}) \mathbf{S}_z(k_{el}) \mathbf{S}_z^H(k_{el}) \\ & \sum_{k_{el}=1}^{K_{el}} \mathbf{P}_{el}(k_{el}) = \mathbf{I} \\ & 0 \leq \mathbf{P}_{el} \leq \mathbf{I} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

步骤 2  $x$  轴上阵元发射方向图和发射信号设计  $x$  轴上阵元第  $l$  时刻的发射方向图  $\mathbf{P}_x(\theta, \varphi, l)$  中包含有方位角  $\theta$  和俯仰角  $\varphi$  的信息, 因为在步骤 1 中得到的每一个  $\mathbf{S}_z(k_{el})$  都对应一个俯仰角  $\varphi_{k_{el}}$ , 所以在每个确定的  $\varphi_{k_{el}}$  条件下  $x$  轴上阵元的方位角期望发射方向图为  $\phi_x(\theta, \varphi_{k_{el}})$ 。给定  $\varphi_{k_{el}}$  条件下指向  $\Omega$  中每一个栅格点处的基波束的发射信号为

$$\mathbf{S}_x^{\varphi_{k_{el}}}(k_{az}) = \mathbf{w}_x \odot \mathbf{a}_x(\theta_{k_{az}}, \varphi_{k_{el}}), \quad \theta_{k_{az}} \in \Omega \quad (13)$$

$\mathbf{S}_x^{\varphi_{k_{el}}}(k_{az}) \in C^{M_x \times 1}$ ,  $\mathbf{w}_x \in C^{M_x \times 1}$  表示  $x$  轴上阵元的加权矢量。在  $\varphi_{k_{el}}$  条件下应用方向图匹配方法设计  $x$  轴上阵元的方位角发射方向图和发射信号的基波束概率选择优化模型, 如式(14), 其中,  $\alpha_x^{\varphi_{k_{el}}}$  表示给定  $\varphi_{k_{el}}$  条件下,  $x$  轴期望方向图的幅度因子,  $\mathbf{R}_x^{\varphi_{k_{el}}} \in C^{M_x \times M_x}$  表示在俯仰角为  $\varphi_{k_{el}}$  时,  $x$  轴上阵元的发射信号协方差矩阵。式(14)求解方法与式(12)相同, 求得概率矢量  $\mathbf{P}_{az}^{\varphi_{k_{el}}}$ , 并保存每个概率  $\mathbf{P}_{az}^{\varphi_{k_{el}}}(k_{az})$  对应的基波束  $\mathbf{S}_x^{\varphi_{k_{el}}}(k_{az})$ 。

$$\left. \begin{aligned} \min_{\alpha_x, \mathbf{P}_{az}} \quad & \sum_{k_{az}=1}^{K_{az}} \left\| \alpha_x^{\varphi_{k_{el}}} \phi_x(\theta_{k_{az}}, \varphi_{k_{el}}) - \mathbf{a}_x^H(\theta_{k_{az}}, \varphi_{k_{el}}) \right. \\ & \left. \cdot \mathbf{R}_x^{\varphi_{k_{el}}} \mathbf{a}_x(\theta_{k_{az}}, \varphi_{k_{el}}) \right\|^2 \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{R}_x^{\varphi_{k_{el}}} = \sum_{k_{az}=1}^{K_{az}} \mathbf{P}_{az}^{\varphi_{k_{el}}}(k_{az}) \mathbf{S}_x^{\varphi_{k_{el}}}(k_{az}) \mathbf{S}_x^{\varphi_{k_{el}H}}(k_{az}) \\ & \sum_{k_{az}=1}^{K_{az}} \mathbf{P}_{az}^{\varphi_{k_{el}}}(k_{az}) = \mathbf{I} \\ & 0 \leq \mathbf{P}_{az}^{\varphi_{k_{el}}} \leq \mathbf{I} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

步骤 3 平面阵发射方向图和发射信号合成指向  $(\theta_{k_{az}}, \varphi_{k_{el}})$  处的基波束的发射信号为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(\theta_{k_{az}}, \varphi_{k_{el}}) &= \text{vec}(\mathbf{S}_z(k_{el}) \mathbf{S}_x^{\varphi_{k_{el}T}}(k_{az})) = \text{vec}(\mathbf{w}_z \mathbf{w}_x^T) \\ &\odot \text{vec}(\mathbf{a}_z(\varphi_{k_{el}}) \mathbf{a}_x^T(\theta_{k_{az}}, \varphi_{k_{el}})), \\ &\theta_{k_{az}} \in \Omega, \varphi_{k_{el}} \in \Gamma \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $\mathbf{S}(\theta_{k_{az}}, \varphi_{k_{el}}) \in C^{M_x M_z \times 1}$ , 表示 2 维基波束集合中的元素, 每个 2 维基波束元素对应的选择概率是  $\mathbf{P}_{el}(k_{el}) \mathbf{P}_{az}^{\varphi_{k_{el}}}(k_{el})$ 。发射信号编码长度为  $L$ ,  $\mathbf{S}(\theta_{k_{az}}, \varphi_{k_{el}})$  在发射信号中的长度为  $\lfloor L[\mathbf{P}_{el}(k_{el}) \mathbf{P}_{az}^{\varphi_{k_{el}}}(k_{el})] \rfloor$ ,  $\lfloor \bullet \rfloor$  表示向下取整, 并且只有当  $\lfloor L[\mathbf{P}_{el}(k_{el}) \mathbf{P}_{az}^{\varphi_{k_{el}}}(k_{el})] \rfloor \geq 1$  时, 该元素才被选中,  $\mathbf{S}(\theta_{k_{az}}, \varphi_{k_{el}})$  可以作为任意第  $l$  时刻的发射信号  $\mathbf{S}(l)$ 。下面给出发射信号矩阵的具体形式。

为了便于表述, 我们假设在 2 维基波束集合中元素的选择概率满足条件  $\lfloor L[\mathbf{P}_{el}(k_{el}) \mathbf{P}_{az}^{\varphi_{k_{el}}}(k_{el})] \rfloor \geq 1$  的共有  $N$  个, 将这  $N$  个基波束元素按照各自不同的长度排列成发射信号矩阵,

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & & & & & \\ \cdots & \cdots & \overbrace{\mathbf{S}(\theta_{k_{az}}, \varphi_{k_{el}})}^{\Lambda_n} & \cdots & \mathbf{S}(\theta_{k_{az}}, \varphi_{k_{el}}) & \cdots \\ \cdots & & & & & \cdots \\ & & & & & \Lambda_N \end{bmatrix}, \quad \Lambda_1 + \cdots + \Lambda_n + \cdots + \Lambda_N = L; \quad \mathbf{S} \in C^{M_x M_z \times L} \quad (16)$$

其中  $\Lambda_n$  表示基波束元素  $\mathbf{S}(\theta_{k_{az}}, \varphi_{k_{el}})$  在发射信号矩阵中的长度。发射信号矩阵中所选择的基波束元素是由天线阵列的导向向量和阵元的加权矢量组成的, 当阵元加权矢量为全 1 的均匀加权矢量时, 发射信号矩阵中的列向量都为阵列导向矢量, 该条件下可以保证雷达的最大发射功率, 但是并不能很好地抑制发射方向图旁瓣; 我们希望获得具有低旁瓣特性的发射方向图时, 加权矢量最大值为 1, 其它值小于等于 1, 在此条件下可以得到具有低旁瓣特性的发射方向图, 但是采用非均匀加权基波束集合得到的发射信号矩阵会导致发射总功率下降。

#### 4 算法计算量分析

这里简要对比本文方法与已有方法直接应用于平面阵 MIMO 雷达发射方向图和发射信号设计时的计算量, 计算量分析都基于内点法进行求解的计算量。本文提出的方法将 2 维基波束选择概率  $\mathbf{P} \in R^{K_{az} K_{el} \times 1}$  划分为方位角基波束选择概率  $\mathbf{P}_{az} \in R^{K_{az} \times 1}$  和俯仰角基波束选择概率  $\mathbf{P}_{el} \in R^{K_{el} \times 1}$ , 式(12)的优化变量为  $\mathbf{P}_{el} \in R^{K_{el} \times 1}$ , 变量个数为  $K_{el}$ , 即求出  $z$  轴上阵元的俯仰角发射信号协方差矩阵的计算量为  $O(M_z^3 K_{el})$ 。由式(12)得到  $\mathbf{P}_{el}$ ,  $\mathbf{P}_{el}$  中每个元素对应的基波束都对应一个俯仰角, 将该确定的俯仰角代入式(14), 优化变量  $\mathbf{P}_{az} \in R^{K_{az} \times 1}$ , 变量个数为  $K_{az}$ , 计算量为  $O(M_x^3 K_{az})$ 。该方法中, 优化模型式(14)要进行  $K_{el}$  次运算, 即本文算法的总运算量为

$O(M_z^3 K_{el} + M_x^3 K_{az} K_{el})$ 。为了提高算法实现速度，对式(14)可以并行运算，但是并行运算的规模还是很大，可以选择使  $[LP_{el}(k_{el})] \geq 1$  成立的概率  $P_{el}(k_{el})$  对应的  $\varphi_{k_{el}}$ ，只计算这些  $\varphi_{k_{el}}$  对应的式(14)，从而使计算量大幅降低。文献[6]和文献[7]方法应用于平面阵 MIMO 雷达时，其计算量为  $O((M_x M_z)^3 (K_{az} K_{el}))$ ，现有的优化工具在 PC 上无法有效求解，并且文献[6]方法还要通过循环算法<sup>[18]</sup>才能求得发射信号。

### 5 仿真实验

**仿真参数：**对如图 1 所示的平面阵 MIMO 雷达，取  $M_x = M_z = 16$ ， $d_x = \lambda/2$ ， $d_z = d_x / \cos(\min(\Gamma))$  (防止出现栅瓣)，发射信号波长  $\lambda = 1$ ，信号长度  $L = 256$ 。俯仰角范围  $\varphi \in [-45^\circ, 45^\circ]$ ，方位角范围  $\theta \in [45^\circ, 135^\circ]$ ，都按照  $0.5^\circ$  间隔划分形成基波束集合，分别应用均匀加权和  $-25$  dB 的切比雪夫加权的基波束集合来合成期望方向图。该仿真条件下，文献[6]和文献[7]的运算量为  $O(5.5 \times 10^{11})$ ，本文方法的总计算量为  $O(1.3 \times 10^8)$ ，实现过程中的单次运算量为  $O(7.4 \times 10^5)$ 。下面依次设计单波束和多波束发射方向图，期望方向图如图 3 和图 4 所示，并对比了不同加权条件下的基波束集合对雷达的发射功率和参数估计的克拉美罗界(CRB)的影响。

**实验 1 单波束方向图设计** 单波束期望波束方向图如图 3 所示，波束中心为  $(90^\circ, 0^\circ)$ ，圆柱半径为  $15^\circ$ 。图 5(a)给出了均匀加权的俯仰角方向图，图 5(b)给出了 2 维方向图，图 5(c)是归一化 2 维方向图。图 6(a)给出了切比雪夫加权的俯仰角方向图，图 6(b)给出了 2 维方向图，图 6(c)是归一化 2 维方向图。图 5(a)和图 6(a)中的期望方向图的旁瓣电平是负无穷大，这里只给出期望方向图的主瓣部分。通过图 5 和图 6 可以看出本文方法可以有效设计平面阵 MIMO 雷达的 2 维发射方向图。对比图 5 和图 6 可以看出，应用均匀加权基波束集合得到的发射方向图的主瓣功率要比应用切比雪夫加权基波束集合的功率更大，即采用均匀加权基波束集合的功率

利用率更高；应用切比雪夫加权基波束集合合成的发射方向图的旁瓣电平更低。

**实验 2 多波束方向图设计** 多波束期望波束方向图如图 4 所示，波束中心分别为： $(70^\circ, -20^\circ)$ ， $(90^\circ, 0^\circ)$ 和  $(110^\circ, 20^\circ)$ ，圆柱半径分别为： $6^\circ, 10^\circ$ 和  $6^\circ$ ，这里只对比多波束期望方向图的归一化 2 维方向图，如图 7 和图 8 所示。对比图 7 和图 8 可以看出采用切比雪夫加权基波束集合合成的发射方向图的旁瓣电平较均匀加权基波束集合并没有明显的降低，所以在多波束方向图设计中我们通常采用均匀加权基波束集合。

**实验 3 不同基波束集合性能分析** 最后，对比均匀加权和切比雪夫加权基波束集合合成的发射方向图的发射功率损失和参数估计的克拉美罗界(Cramer-Rao Bound)。假设雷达的每个阵元的最大发射功率为 1，应用均匀加权可以保证每个阵元的发射功率最大，切比雪夫加权会造成大多数阵元的发射功率小于 1，导致雷达的发射功率损失。发射功率损失：

$$PL = 10 \lg \left( M_x M_z / \|\mathbf{w}_x \otimes \mathbf{w}_z\|^2 \right) \quad (17)$$

$\|\bullet\|$ 表示向量的二范数， $\mathbf{w}_x$ 和 $\mathbf{w}_z$ 分别表示  $x$  轴和  $z$  轴上阵元的切比雪夫加权。平面阵 MIMO 雷达对于目标参数估计的克拉美罗界(CRB)推导略。仿真条件：目标所在方位角和俯仰角为  $(97^\circ, -6^\circ)$ ，目标响应幅度是模为 1 的复数，方便起见，假设实部与虚部相等，接收信号只包含有复高斯加性白噪声，噪声功率为 20 dB，切比雪夫加权基波束集合旁瓣参数的变化范围为  $[-30$  dB,  $-20$  dB]。

图 9(a)给出了切比雪夫加权旁瓣参数的选择对整个平面阵 MIMO 雷达发射总功率的影响，可以看出旁瓣越低，发射功率损失越大。为了进一步说明发射功率损失对雷达性能的影响，我们对平面阵 MIMO 雷达发射正交信号，应用均匀加权基波束集合和切比雪夫加权基波束集合合成发射方向图，图 9(b)和图 9(c)给出了雷达对目标参数估计随着切比

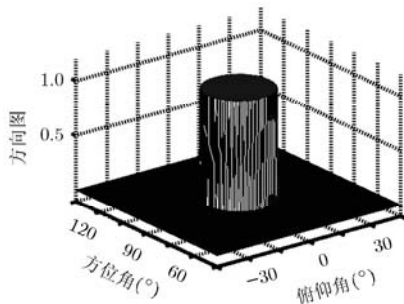


图 3 单波束期望方向图

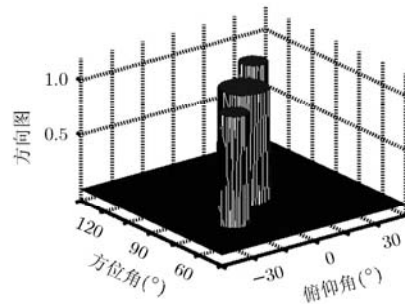


图 4 多波束期望方向图

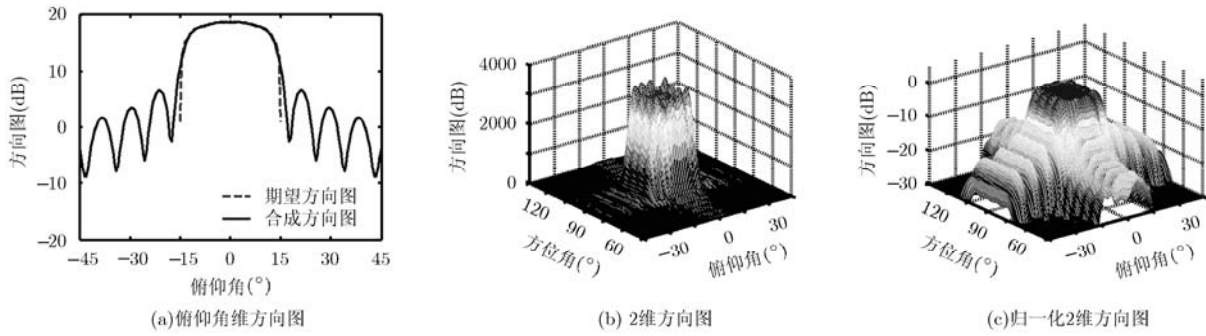


图 5 均匀加权基波束合成单波束方向图

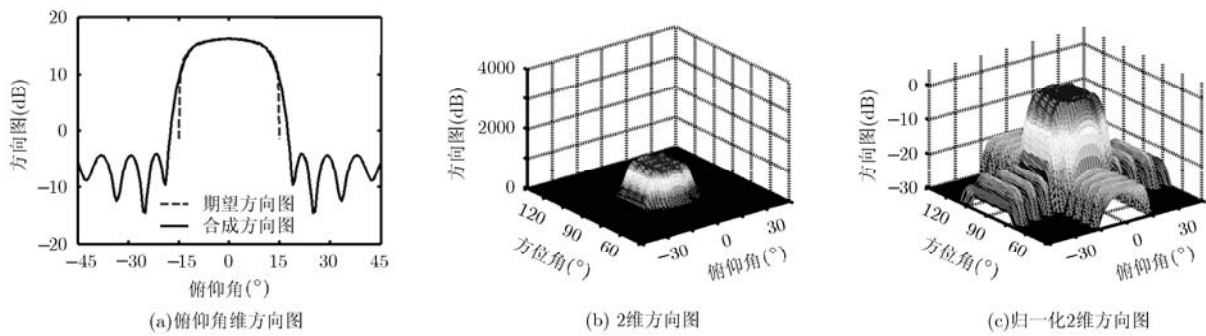


图 6 切比雪夫加权基波束合成单波束方向图

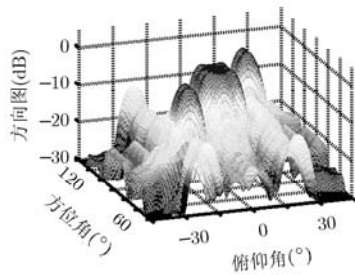


图 7 均匀加权基波束合成多波束方向图

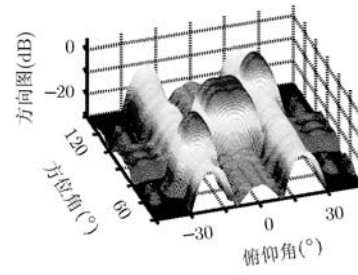
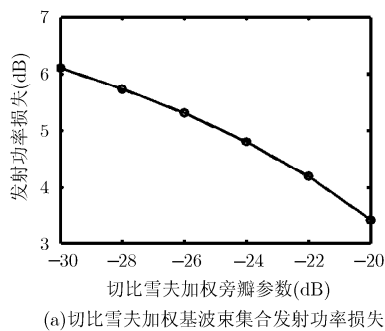
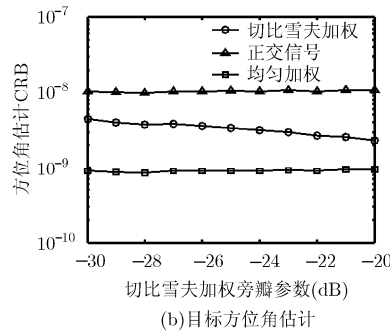


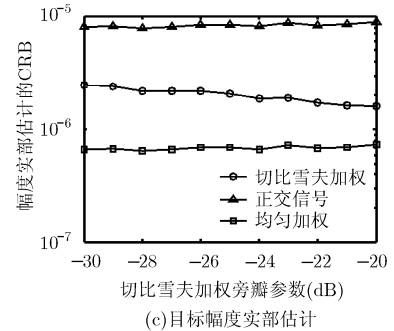
图 8 切比雪夫加权基波束合成多波束方向图



(a) 切比雪夫加权基波束集合发射功率损失



(b) 目标方位角估计



(c) 目标幅度实部估计

图 9 发射功率损失和目标参数估计的 CRB 变化曲线

雪夫加权旁瓣参数的变化，由于目标方位角和俯仰角的估计性能一致，幅度实部与虚部的估计性能一致，这里只给出目标方位角和目标幅度实部估计的 CRB。由图 9(b)和图 9(c)可以看出应用均匀加权基波束集合情况下，雷达的参数估计性能最优，切比

雪夫加权基波束集合旁瓣越低，参数估计性能越差，正交信号的性能估计较上两者更差。

### 6 结论

平面阵发射方向图可以由水平和垂直方向的线阵的加权方向图合成，基于此，本文提出了利用基

波束和概率选择的方法设计平面阵 MIMO 雷达发射方向图。该方法将 2 维发射方向图设计问题退化为两次 1 维线阵方向图设计, 可以设计大规模平面阵 MIMO 雷达的发射方向图, 并且该方法可以在设计发射方向图的同时得到发射信号矩阵。本文方法实现过程中的优化问题的变量规模相比已有方法直接推广到平面阵情况呈几何级数降低, 并且该方法还可以进行并行运算处理, 能够进一步降低运算时间。

### 参 考 文 献

- [1] Fishler E, Haimovich A, Blum R, *et al.* MIMO radar: an idea whose time has come[C]. Proceedings of the IEEE Radar Conference, Philadelphia, Pennsylvania, 2004: 71-78.
  - [2] Fishler E, Haimovich A, Blum R, *et al.* Performance of MIMO radar systems: advantages of angular diversity[C]. Conference Record of the 38th Asilomar Conference on Signals, System and Computers, Pacific Grove, CA, 2004, 1: 305-309.
  - [3] Li J and Stoica P. MIMO radar—diversity means superiority [C]. 14th Annual Workshop on Adaptive Sensor Array Processing, MIT Lincoln Lab, Lexington, MA, 2006: 1-6.
  - [4] Li J, Stoica P, Xu L, *et al.* On parameter identifiability of MIMO radar[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(12): 968-971.
  - [5] Bliss D W and Forsythe K W. Multiple-input multiple-output(MIMO) radar and imaging: degrees of freedom and resolution[C]. Conference Record of the 38th Asilomar Conference on Signals, System and Computers, Pacific Grove, CA, 2003, 1: 54-59.
  - [6] Stoica P, Li J, and Xie Yao. On probing signal design for MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(8): 4151-4161.
  - [7] 胡亮兵, 刘宏伟, 吴顺君, 等. 集中式 MIMO 雷达发射方向图快速设计方法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(2): 481-484.  
Hu Liang-bing, Liu Hong-wei, Wu Shun-jun, *et al.* Fast transmit beampattern synthesis for MIMO radar with colocated antennas[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(2): 481-484.
  - [8] Fuhrmann D R and Antonio G S. Transmit beamforming for MIMO radar systems using signal cross-correlation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(1): 171-186.
  - [9] Li J, Xu L Z, Stoica P, *et al.* Range compression and waveform optimization for MIMO radar a Cramér-Rao bound based study[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(1): 218-232.
  - [10] Hassanien A and Vorobyov S A. Transmit energy focusing for DOA estimation in MIMO radar with colocated antennas[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(6): 2669-2682.
  - [11] Ahmed S, Thompson J S, Petillot Y R, *et al.* Unconstrained synthesis of covariance matrix for MIMO radar transmit beampattern[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(8): 3837-3849.
  - [12] Shadi K and Behnia F. Transmit beampattern synthesis using eigenvalue decomposition in MIMO radar[C]. 2011 8th International Conference on Information Communications and Signal Processing, Singapore, 2011: 1-5.
  - [13] Hong Z, Ma P, Huang Z R, *et al.* Adaptive beamforming for MIMO radar with sidelobe control based on second order cone programming[C]. 2012 International Conference on Information Science and Technology, Chongqing, China, 2012: 384-388.
  - [14] Friedlander B. On transmit beamforming for MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(4): 3376-3388.
  - [15] Wang Y C, Wang X, Liu H, *et al.* On the design of constant modulus probing signals for MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(8): 4432-4438.
  - [16] Harry L and Van Tree. Optimum Array Processing [M]. New York: John Wiley & Sons, 2002: 233-273.
  - [17] Grant M and Boyd S. CVX: Matlab software for disciplined convex programming[OL]. <http://stanford.edu/~boyd/cvx>, Dec. 2008.
  - [18] Stoica P, Li J, and Zhu X. Waveform synthesis for diversity-based transmit beampattern design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2593-2598.
- 罗 涛: 男, 1983 年生, 博士生, 研究方向为 MIMO 雷达波形设计、稳健接收波束形成。
- 关永峰: 男, 1978 年生, 博士, 讲师, 研究方向为雷达信号处理、军用微电子技术等。
- 刘宏伟: 男, 1971 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、雷达自动目标识别等。
- 纠 博: 男, 1982 年生, 博士, 副教授, 研究方向为自适应信号处理、雷达自动目标识别。
- 吴 梦: 女, 1985 年生, 博士生, 研究方向为 MIMO 雷达、自适应信号处理。