

## 基于稀疏表示的相干分布式非圆信号的参数估计

杨学敏\* 李广军 郑植

(电子科技大学通信与信息工程学院 成都 611731)

**摘要:** 基于稀疏表示技术, 该文提出一种相干分布式非圆信号的参数估计新方法。该方法将信号的非圆特性引入分布式信源模型, 充分利用非圆信号的特性, 联合阵列输出协方差矩阵和椭圆协方差矩阵, 并将其矢量化之后表示在受制于稀疏限制的过完备字典上; 然后将 DOA 估计转化为一个稀疏重构问题, 能够一次性求解出中心 DOA 和角度扩展。仿真结果表明, 该方法适用于各种非圆率的非圆信号, 具有较好的信噪比性能和分辨力, 所提出的方法还能对圆和非圆信号同时存在的情况进行有效估计。

**关键词:** 信号处理; 波达方向估计; 相干分布式信号; 非圆信号; 角度扩展

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)01-0164-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.00444

## Parameters Estimation of Coherently Distributed Non-circular Signal Based on Sparse Representation

Yang Xue-min Li Guang-jun Zheng Zhi

(College of Communication and Information Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

**Abstract:** A novel method for parameters estimation of coherently distributed non-circular signal based on the concept of sparse representation is proposed. The non-circular property is introduced into the model of distributed source, and the non-circular property is fully used to unite the covariance and elliptic covariance matrix of the array output. By representing them on overcomplete dictionaries subject to sparse constraint, and transforming DOA estimation into a sparse reconstruction problem, the method is able to solve the central DOA and angular spread at a time. Simulation results show that the proposed method can be used in different kinds of non-circular rate with better performance of low SNR and resolution, and the proposed algorithm can also effectively estimate the DOA in the case of both circular and non-circular signal existing.

**Key words:** Signal processing; DOA estimation; Coherently distributed signal; Non-circular signal; Angular spread

### 1 引言

在军事、航天、声呐、雷达和通信等领域中, 波达方向(DOA)估计问题在过去的几十年中得到了各国学者的广泛关注并有着极为重要的实际应用。由于实际情境中的环境比较复杂, 分布式信源模型比点源更能满足 DOA 估计问题的需要, 因此分布式信源的 DOA 估计研究近几年来引起了广大学者的浓厚兴趣。国内外学者提出了大量解决方法, 但是这些方法都基于复圆信号特性的假设, 这种假设能够简化计算, 比如协方差匹配类算法<sup>[1]</sup>, 基于传播算子方法的分布式信号参数估计算法<sup>[2,3]</sup>, 最小方差波束形成器<sup>[4]</sup>等。然而, 实际通信环境中存在着大量的非圆信号, 如 BPSK (Binary Phase Shift Keying),

MSK (Minimum Shift Keying), GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying), PAM (Pulse-Amplitude Modulation) 和 UQPSK (Unbalanced Quadrature Phase Shift Keying) 等。虽然非圆信号的引入会给 DOA 估计带来更大的复杂度, 但利用信号的非圆特性可以获得更高的分辨力和信噪比性能, 如 NC-MUSIC (Non-Circular MUSIC) 类算法<sup>[5,6]</sup>。另外, Gao 等人<sup>[7]</sup>还提出了复圆与非圆信号同时存在情景下的 DOA 估计和识别方法。这些方法改善了复圆假设下的 DOA 估计性能, 但都是基于点源模型情况下的研究, 没有推广到分布式信源模型。为此, 本文在分布式信源的模型中引入信号的非圆性质, 对相干分布式非圆信号 DOA 估计问题进行研究。

稀疏表示技术也为 DOA 估计提供了一种新的途径。如  $\ell_1$ -SVD<sup>[8]</sup> 和 JLZA-DOA<sup>[9]</sup> 等都是基于稀疏表示的点源 DOA 估计方法。Hyder 等人<sup>[9]</sup>采用混合

2013-04-07 收到, 2013-07-18 改回

国家自然科学基金(61301155, 61176025)资助课题

\*通信作者: 杨学敏 yxm.uestc@gmail.com

$\ell_{2,0}$  范数来近似约束稀疏求解的方法获得 DOA 估计。Guo 等人<sup>[10]</sup>采用稀疏信号表示技术来求解相干分布式信源参数估计，这种采用稀疏信号表示技术求解角度扩展的方法，提高了角度扩展的精度，不需要进行 1 维或 2 维空间谱搜索。但是上述方法直接采用阵列输出代替协方差矩阵，不能直接利用非圆信号的统计特性。He 等人<sup>[11]</sup>提出了一种采用协方差矩阵稀疏表示的低复杂度 DOA 估计方法，该方法联合 Khatri-Rao 积和稀疏信号表示通过重建单观测向量估计信号的 DOA，从而降低计算的复杂度。Liu 等人<sup>[12]</sup>提出了一种名为非圆协方差矩阵稀疏表示(NC-CMSR)方法，该方法通过联合表示阵列输出的协方差和椭圆协方差矩阵，在受制于稀疏限制的过完备字典上来实现 DOA 估计。与基于子空间的算法相比，这些方法在条件恶劣的场景中，如低 SNR，扩展阵列孔径和有限快拍下具有更好的性能。

本文基于稀疏表示方法提出一种非圆信号相干分布式稀疏表示(Non-Circular Coherently Distributed Sparse Representation, NC-CDSR)的新算法，该算法充分利用协方差和椭圆协方差中的元素，增大观测数据量，从而达到更好的估计性能。所提方法不仅能同时获得中心 DOA 和角度扩展参数，还不需要任何谱峰搜索和特征值或奇异值分解，并且适用于复圆和非圆信号同时存在和低信噪比的情况。

## 2 信号模型

假设有  $K$  个远场窄带不相关的相干分布式非圆信号从  $\theta_k (k=1, 2, \dots, K)$  方向入射到  $M$  元均匀线性阵列上，每个阵元间隔为  $\lambda/2$ ，均匀线阵的输出  $\mathbf{x}(t)$  为

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^M \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathbf{a}(\theta_k) s_k(\theta, t; \psi_k) d\theta + \mathbf{n}(t), \quad (1)$$

$$t \in \{t_1, t_2, \dots, t_T\}$$

其中  $\mathbf{x}(t)$  是阵列接收数据， $\mathbf{a}(\theta) = [1, e^{j\pi \sin \theta}, \dots, e^{j\pi(M-1)\sin \theta}]^T$  是  $M \times 1$  阵列导向矢量， $s_k(\theta, t; \psi_k)$  是第  $k$  个非圆信号的角度信号密度； $\psi_k = (\theta_k, \Delta_k)$  是第  $k$  个信号源角度扩展参数； $\theta_k$  和  $\Delta_k$  分别是第  $k$  个信号源的中心到达角和角度扩展， $\theta_k \in [-90^\circ, 90^\circ]$ ， $\Delta_k \in [1^\circ, 10^\circ]$ ； $\mathbf{n}(t)$  是零均值方差为  $\sigma^2$  的高斯白噪声。

对于相干分布式非圆信号，角度信号密度可以表示为

$$s_k(\theta, t; \psi_k) = s_k(t) g_k(\theta; \psi_k) \quad (2)$$

其中  $s_k(t)$  是第  $k$  个非圆信号的复包络，反映  $s_k(\theta, t; \psi_k)$  的时间特性；归一化的确定性角度信号密

度函数  $g_k(\theta; \psi_k)$  描述的是  $s_k(\theta, t; \psi_k)$  的空间特性，是  $\theta_k$  和角度扩展  $\Delta_k$  的函数，通常为高斯分布或均匀分布。

进一步地，有

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t) \mathbf{b}(\theta_k, \Delta_k) + \mathbf{n}(t) \quad (3)$$

其中  $\mathbf{b}(\theta_k, \Delta_k) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathbf{a}(\theta_k) g(\theta_k, \Delta_k) d\theta$ 。

本文中以确定性角度信号密度服从高斯分布为例，有

$$g(\theta_k; \Delta_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta_k} e^{-(\theta-\theta_k)^2/2\Delta_k^2} \quad (4)$$

将式(4)代入  $\mathbf{b}(\theta_k, \Delta_k)$  中，可得<sup>[13]</sup>

$$\mathbf{b}(\theta_k, \Delta_k) \approx \left[ e^{-u_{1,k}} e^{-jv_{1,k}}, e^{-u_{2,k}} e^{-jv_{2,k}}, \dots, e^{-u_{M,k}} e^{-jv_{M,k}} \right]^T \quad (5)$$

其中  $u_{M,k} = (\pi(M-1)\Delta_k \cos \theta_k)^2 / 2$ ， $v_{M,k} = \pi(M-1) \cdot \sin \theta_k$ 。

写成矩阵形式为

$$\mathbf{X} = \mathbf{B}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (6)$$

其中  $\mathbf{B} = [\mathbf{b}(\theta_1, \Delta_1), \mathbf{b}(\theta_2, \Delta_2), \dots, \mathbf{b}(\theta_K, \Delta_K)]$ ， $\mathbf{S} = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$  为非圆信号组成的向量，其功率为  $p_k$ 。

对于相干分布式非圆信号，利用信号的非圆特性，将阵列接收数据进行构造  $\mathbf{Y} = [\mathbf{X}^T, \mathbf{X}^H]^T$ ，从而得到扩展后的数据协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}} = E[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H] = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathbf{X}} & \mathbf{R}'_{\mathbf{X}} \\ \mathbf{R}_{\mathbf{X}}^* & \mathbf{R}_{\mathbf{X}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中

$$\mathbf{R}_{\mathbf{X}} = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^H] = \sum_{k=1}^K p_k \mathbf{b}(\theta_k, \Delta_k) \mathbf{b}^H(\theta_k, \Delta_k) + \sigma_n^2 \mathbf{I}$$

$$= [r_{p,q}], \quad (p, q \in \{1, 2, \dots, M\})$$

$$\mathbf{R}'_{\mathbf{X}} = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^T] = \sum_{k=1}^K \rho_k e^{j2\varphi_k} p_k \mathbf{b}(\theta_k, \Delta_k) \mathbf{b}^T(\theta_k, \Delta_k)$$

$$= [r'_{p,q}], \quad (p, q \in \{1, 2, \dots, M\})$$

$\rho_k (0 < \rho_k \leq 1)$  和  $\varphi_k \in [0^\circ, 180^\circ]$  分别是第  $k$  个相干分布式非圆信号的非圆率和信道附加相位， $\mathbf{I}$  是单位阵， $\sigma_n^2$  为噪声功率。根据  $\mathbf{R}_{\mathbf{X}}$  和  $\mathbf{R}'_{\mathbf{X}}$  可以看到，表达式中含有 3 个参数( $\varphi_k, \theta_k$  和  $\Delta_k$ )，若采用经典的谱峰搜索法，需要进行 3 维谱搜索，计算量会非常大。本文采用稀疏表示技术，该问题就迎刃而解了。

## 3 相干分布式非圆信号 DOA 估计算法

### 3.1 稀疏表示

由于稀疏求解方法的观测值越多，所重建的信

号就越精确。因此，为了稀疏求解方法能够更精确地求解，在此取  $\mathbf{R}_X$  和  $\mathbf{R}'_X$  中的所有元素依次排列成  $2M^2 \times 1$  的协方差列向量  $\mathbf{r}$ ，则协方差列向量  $\mathbf{r}$  定义为

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \text{vec}(\mathbf{R}_X) \\ \text{vec}(\mathbf{R}'_X) \end{bmatrix}_{(2M^2) \times 1} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \text{vec}(\mathbf{R}_X) &= [r_{1,1}, r_{1,2}, \dots, r_{1,M}, r_{2,1}, r_{2,2}, \dots, r_{2,M}, \dots, \\ &\quad r_{M,1}, r_{M,2}, \dots, r_{M,M}]^T \\ \text{vec}(\mathbf{R}'_X) &= [r'_{1,1}, r'_{1,2}, \dots, r'_{1,M}, r'_{2,1}, r'_{2,2}, \dots, r'_{2,M}, \dots, \\ &\quad r'_{M,1}, r'_{M,2}, \dots, r'_{M,M}]^T \end{aligned}$$

根据式(7)，有  $\tilde{\mathbf{b}}(\theta_k, \Delta_k) \triangleq \tilde{\mathbf{b}}(\theta_k, \Delta_k) \mathbf{b}^H(\theta_k, \Delta_k)$ ， $\tilde{\mathbf{b}}'(\theta_k, \Delta_k) \triangleq \mathbf{b}(\theta_k, \Delta_k) \mathbf{b}^T(\theta_k, \Delta_k)$ ，那么，可以将式(8)表示为

$$\mathbf{r} = \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{p} \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{B}} &= \begin{bmatrix} \text{vec}(\tilde{\mathbf{b}}(\theta_k, \Delta_k)) \\ \text{vec}(\tilde{\mathbf{b}}'(\theta_k, \Delta_k)) \end{bmatrix} \\ \tau_{p,q} &= \mu_{p,q} \zeta_{p,q}, \quad \tau'_{p,q} = \mu_{p,q} \xi_{p,q}, \quad \mu_{p,q} = e^{-(u_{p,k} + v_{q,k})} \\ \zeta_{p,q} &= e^{-j(v_{p,k} - v_{q,k})}, \quad \xi_{p,q} = e^{-j(v_{p,k} + v_{q,k})} \\ \tilde{\mathbf{b}}(\theta_k, \Delta_k) &= [\tau_{1,1}, \tau_{1,2}, \dots, \tau_{1,M}, \tau_{2,1}, \tau_{2,2}, \dots, \tau_{2,M}, \dots, \\ &\quad \tau_{M,1}, \tau_{M,2}, \dots, \tau_{M,M}]^T \\ \tilde{\mathbf{b}}'(\theta_k, \Delta_k) &= [\tau'_{1,1}, \tau'_{1,2}, \dots, \tau'_{1,M}, \tau'_{2,1}, \tau'_{2,2}, \dots, \\ &\quad \tau'_{2,M}, \dots, \tau'_{M,1}, \tau'_{M,2}, \dots, \tau'_{M,M}]^T \\ \mathbf{p} &= [p_1, p_2, \dots, p_K, \rho_1 e^{j2\varphi_1} p_1, \rho_2 e^{j2\varphi_2} p_2, \dots, \rho_K e^{j2\varphi_K} p_K]^T \end{aligned}$$

将  $\tilde{\mathbf{B}}$  扩展成一个过完备的冗余字典  $\mathbf{D}$ ，它包含了所有的信号信息。令  $(\Theta, \Gamma) = \{(\theta_1, \Delta_1), (\theta_2, \Delta_2), \dots, (\theta_\Pi, \Delta_\Pi)\}$  代表估计参数  $(\theta, \Delta)$  的所有可能采样值的集合， $\Pi$  为采样点数。

$$\mathbf{D} = [\tilde{\mathbf{B}}(\theta_1, \Delta_1), \tilde{\mathbf{B}}(\theta_2, \Delta_2), \dots, \tilde{\mathbf{B}}(\theta_\Pi, \Delta_\Pi)] \quad (10)$$

由式(9)可得相干分布式非圆信号 DOA 估计的稀疏模型。

$$\mathbf{r} = \mathbf{D} \mathbf{P} \quad (11)$$

其中  $\mathbf{P} = \{P_1, P_2, \dots, P_\Pi\}$  为  $\Pi \times 1$  维的功率向量。

然后，对式(11)进行稀疏求解，则  $\mathbf{P}$  中非零项的位置即对应所求的  $(\theta_k, \Delta_k)$ 。

### 3.2 稀疏求解

稀疏求解的方法大致可以分为两类，凸松弛算法和贪婪算法。凸松弛算法如最小  $\ell_1$  范数算法<sup>[14]</sup>等。虽然凸松弛算法的信号重构精度高，但计算比较复杂。贪婪算法如逐步正交匹配追踪算法(StOMP)<sup>[15]</sup>

等，相比前者贪婪算法易实现，计算速度快，因而广泛应用于工程应用中。

由于本文中只需要找到  $\mathbf{P}$  中的非零项，对信号本身的重构精度不做要求，因此采用 StOMP。该算法是一种利用快速迭代方法寻找稀疏近似解的方法，它的每一次迭代都包含了残差，门限和规划，其迭代总数非常小并且是固定的。StOMP 比其它竞争方法的速度更快，其重构能力与成熟的最小  $\ell_1$  范数算法相当，但 StOMP 的计算复杂度更低。

稀疏求解步骤如下：

步骤 1 初始化残差  $\mathbf{e}_0 = \mathbf{r}$ ， $\mathbf{P}_0 = 0$ ，计数器  $s = 1$ ，非零项的位置索引集  $I_0 = \emptyset$ 。

步骤 2 在第  $s$  步，获得残差相关向量  $\mathbf{c}_s = \mathbf{D}^T \mathbf{e}_{s-1}$ ，将超过稀疏门限值  $t_s$  的项(非零项)的位置索引组成集合，即  $J_s = \{j : |\mathbf{c}_s(j)| > t_s\}$ ；将最新的位置索引集合合并到非零项位置索引集，即  $I_s = J_s \cup I_{s-1}$ ；采用最小二乘法获得  $I_s$  索引集对应的近似  $\mathbf{P}_s$ ，即  $(\mathbf{P}_s)_{I_s} = (\mathbf{D}_{I_s}^T \mathbf{D}_{I_s})^{-1} \mathbf{D}_{I_s}^T \mathbf{r}$ ；更新残差，即  $\mathbf{e}_s = \mathbf{r} - \mathbf{D} \mathbf{P}_s$ 。

步骤 3 计算当前残差的范数  $\|\mathbf{e}_s\|_2$ ，如果当前残差的范数小于规定的门限值  $t_s$  或达到迭代次数  $S$ ，算法终止，输出  $\mathbf{P}_s$ 。否则，设置  $s = s + 1$ ，重复步骤 2。

由于残差  $\mathbf{e}_s$  的分布可近似为高斯分布，而且残差相关向量  $\mathbf{c}_s$  中只有少量的非零项，其余项可以看成是高斯噪声，因此，可以将稀疏表示求解转化为一系列的去噪声问题，这样就可以把非零项从噪声中分离出来。另外，我们设置稀疏门限值  $t_s$  的选择策略是控制虚警率<sup>[15]</sup>。

### 3.3 算法复杂度分析

下面对 DSPE(Distributed Signal Parameter Estimator)<sup>[16]</sup>算法和本文的 NC-CDSR 进行比较。DSPE 算法需要进行 3 维搜索才能得到参数估计，其复杂度包含两部分，第 1 部分是样本协方差的估计和特征值分解为  $O(M^2 T + M^3)$ ；第 2 部分是 3 维谱搜索为  $O((M^2 + M)^3 N_\theta N_\Delta N_\varphi)$ ，其中， $N_\theta$ ， $N_\Delta$  和  $N_\varphi$  分别为中心 DOA，角度扩展和非圆相位的采样数。NC-CDSR 方法的计算复杂度也是包含两部分，第 1 部分是样本协方差和椭圆协方差的估计，复杂度为  $O(2M^2 T)$ ；第 2 部分是稀疏求解，复杂度为  $O((2M + 1)N_\theta N_\Delta)$ 。可见，本文算法复杂度明显低于 DSPE 算法。

## 4 仿真结果及分析

本节实验中，天线阵列均采用 8 元均匀线阵。

实验 1 比较 NC-CDSR，TLS-ESPRIT<sup>[17]</sup>和 DSPE 方法对应不同信噪比的估计性能。仅考虑一个 BPSK(非圆率等于 1)相干分布式信号，角度信号密度为高斯分布，如式(4)所示均值与方差分别为

20.23°和 3.10°，信号的非圆相位分别为 40°和 60°。NC-CDSR 仿真中，中心 DOA 和角度扩展每隔 0.1° 采样一次，因此， $N_\theta=1800$ ， $N_\Delta=100$ 。该条件下，StOMP 算法中的迭代总次数  $S$  设置为 4。在快拍数为 200 的条件下，以不同的信噪比分别进行 400 次独立的 Monte-Carlo 仿真实验，得到如图 1 所示的中心 DOA 估计的均方误差随信噪比变化的曲线。从图中可以看出，本文方法的估计性能在低信噪比时，明显优于 TLS-ESPRIT 和 DSPE 方法。

**实验 2** 采用本文提出的 NC-CDSR 方法，对一个 BPSK 相干分布式非圆信号，中心 DOA，角度扩展和非圆相位分别为(41°, 3°, 20°)，进行 400 次独立的 Monte-Carlo 仿真实验，快拍数为 100，分别在信噪比为 5 dB 和 10 dB 时得到如图 2 和图 3 的结果。

**实验 3** 考察快拍数对 NC-CDSR, TLS-ESPRIT 和 DSPE 方法估计性能的影响。信号源与实验 1 相同，在信噪比为 10 dB 的条件下，以不同

的快拍数分别进行 400 次独立的 Monte-Carlo 仿真实验，得到图 4 所示的中心 DOA 估计的均方误差随快拍数变化的曲线。从图 4 可以看出，在快拍数很少的情况下，本文算法优于其它两种方法。

**实验 4** 考察 NC-CDSR 对相干分布式圆和非圆信号同时存在情况下的估计性能。假设远场空间中有 1 个相干分布式 BPSK 信号，1 个相干分布式 UQPSK(非圆率小于 1)和 3 个相干分布式 QPSK 信号入射到阵列。角度信号密度都为高斯分布，其均值与方差分别为  $(-41^\circ, 2^\circ)$ ,  $(-21^\circ, 2^\circ)$ ,  $(1^\circ, 2^\circ)$ ,  $(21^\circ, 2^\circ)$  和  $(41^\circ, 2^\circ)$ ，两个 BPSK 的非圆相位分别为 40°和 60°，在快拍数为 200 的条件下，在 10 dB 的信噪比下进行 400 次独立的 Monte-Carlo 实验，得到如图 5 所示的圆信号和非圆信号同时存在的 DOA 估计。从图 5 可以看出，本文方法能够有效估计出相干分布式圆和非圆信号同时存在的情况，并且性能良好。

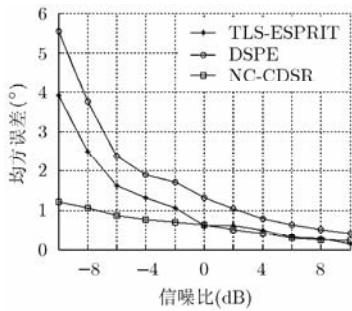


图 1 3 种算法中心 DOA 估计的均方误差随信噪比变化曲线

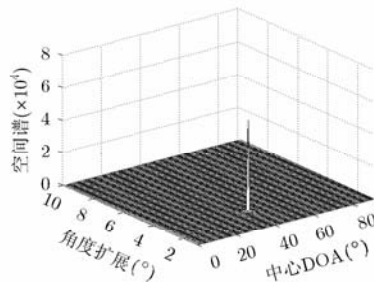


图 2 信噪比为 5 dB 时的空间谱

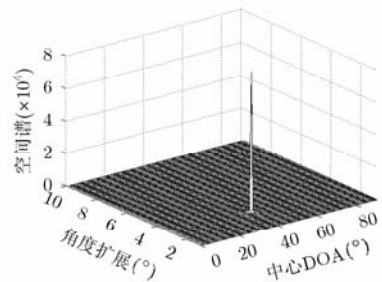


图 3 信噪比为 10 dB 时的空间谱

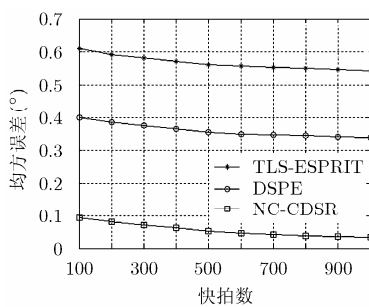


图 4 3 种算法中心 DOA 估计的均方误差随快拍数的变化曲线

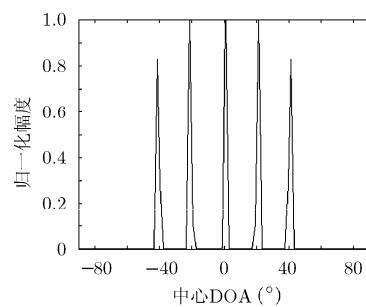


图 5 圆信号和非圆信号同时存在的 DOA 估计

### 5 总结

本文提出了一种相干分布式非圆信号的 DOA 估计方法，该方法适用于各种非圆率的非圆信号。本文方法联合阵列输出协方差和椭圆协方差矩阵，利用稀疏表示技术建立过完备字典，采用 StOMP 算法对稀疏模型求解，能同时快速地获得中心 DOA

和角度扩展估计。仿真结果表明，本文方法具有很好的信噪比性能和分辨力，还能够对圆和非圆信号同时存在的情况进行有效估计。

### 参考文献

[1] Zoubir A, Wang Y, and Chargé P. On the ambiguity of COMET-EXIP algorithm for estimating a scattered source[J].

- Signal Processing*, 2006, 86(2): 733-743.
- [2] Zheng Zhi, Li Guang-jun, and Teng Yun-long. Low-complexity 2D DOA estimator for multiple coherently distributed sources[J]. *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering COMPEL*, 2012, 31(2): 443-459.
- [3] Zheng Zhi, Li Guang-jun, and Teng Yun-long. 2D DOA estimator for multiple coherently distributed sources using modified propagator[J]. *Circuits, Systems and Signal Processing*, 2012, 31(1): 255-270.
- [4] Xu X. Spatially-spread sources and the SMVDR estimator[C]. 4th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, Rome, Italy, 2003: 639-643.
- [5] Gounon P, Adnet C, and Galy J. Localization angulaire de signaux non circulaires[J]. *Traitement du Signal*, 1998, 15(1): 17-23.
- [6] Abeida H and Delmas J. MUSIC-like estimation of direction of arrival for noncircular sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(7): 2678-2690.
- [7] Gao F, Wang Y, and Nallanathan A. Improved MUSIC by exploiting both real and complex sources[C]. MILCOM: IEEE Military Communications Conference, Washington DC, USA, 2006: 1-6.
- [8] Malioutov D, Cetin M, and Willsky A. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(8): 3010-3022.
- [9] Hyder M and Mahata K. Direction-of-arrival estimation using a mixed  $\ell_{2,0}$  norm approximation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(9): 4646-4655.
- [10] Guo X, Wan Q, Wu B, *et al.* Parameters localization of coherently distributed sources based on sparse signal representation[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2007, 1(4): 261-265.
- [11] He Z, Liu Q, Jin L, *et al.* Low complexity method for DOA estimation using array covariance matrix sparse representation[J]. *Electronics Letters*, 2013, 49(3): 228-230.
- [12] Liu Z and Huang Z. Direction-of-arrival estimation of noncircular signals via sparse representation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(3): 2690-2698.
- [13] 韩英华, 汪晋宽, 宋昕. 相干分布式信源二维波达方向估计算法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(2): 323-326.  
Han Ying-hua, Wang Jin-kuan, and Song Xin. 2D DOA estimation algorithm for coherently distributed source[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(2): 323-326.
- [14] Zhao Yun-Bin and Li Duan. Reweighted  $\ell_1$ -minimization for sparse solutions to underdetermined linear systems[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2012, 22(3): 1065-1088.
- [15] Donoho D L, Tsaig Y, Drori I, *et al.* Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(2): 1094-1121.
- [16] Valae S, Champagne B, and Kabal P. Parametric localization of distributed sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(9): 2144-2153.
- [17] Zheng Zhi, Li Guang-jun, and Teng Yun-long. Simplified estimation of 2D DOA for coherently distributed sources[J]. *Wireless Personal Communications*, 2012, 62(4): 907-922.
- 杨学敏: 男, 1986年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理中的方向估计.
- 李广军: 男, 1950年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为通信系统设计及通信中的信号处理等.
- 郑植: 男, 1980年生, 助理研究员, 研究方向为阵列信号处理中的分布源参数估计.