

基于文氏振荡器的忆阻混沌电路

李志军^{*①} 曾以成^②

^①(湘潭大学信息工程学院 湘潭 411105)

^②(湘潭大学光电工程系 湘潭 411105)

摘要: 该文采用文氏桥振荡器和磁通控制的分段线性忆阻器,设计了一种新的单一参数控制的混沌电路。通过调节控制参数,该系统在忆阻器的非线性作用下,通过倍周期分岔产生了混沌和超混沌现象。利用常规的动力学分析手段研究了电路参数变化时系统的动力学特性,例如平衡点稳定性分析,李雅普诺夫指数谱和分岔图。为了验证电路的正确性,该文采用集成运放和压控开关实现了一个分段线性磁控忆阻器的模拟等效电路,并将该系统应用于提出的混沌电路, Pspice 仿真结果与理论分析完全吻合。

关键词: 混沌电路; 忆阻器; 分段线性; 文氏桥振荡器

中图分类号: TN918

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)01-0088-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.00332

A Memristor Chaotic Circuit Based on Wien-bridge Oscillator

Li Zhi-jun^① Zeng Yi-cheng^②

^①(College of Information Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

^②(Department of Optoelectronic Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

Abstract: A novel chaotic circuit with a single bifurcation parameter is presented in this paper. The circuit is composed of a Wien-Bridge oscillator and a piecewise-linear memristor. By adjusting the system parameter, the proposed circuit performs chaotic and hyper-chaotic behaviors from doubling-periodic. The dynamic properties of the new circuit are demonstrated via universal dynamics analysis methods such as equilibria stability, Lyapunov exponent spectra and bifurcation diagrams. An equivalent circuit which realizes the action of three segments piecewise linear flux- controlled memristor is proposed and employed to the chaotic circuit. The Pspice simulation results of the resultant circuit are consistent with theoretical analysis.

Key words: Chaotic circuit; Memristor; PieceWise-Linear (PWL); Wien-bridge oscillator

1 引言

2008年5月惠普实验室研究小组采用纳米技术实现了具有“记忆”特性的电阻^[1],从而证实了文献[2,3]提出的忆阻器概念和相关理论。作为与电阻,电感,电容并列的第4个基本无源器件,忆阻器建立了磁链和电荷之间的关系,其阻值与两端的电压幅度、极性和工作时间有关。由于忆阻器具有“记忆”功能,其潜在的应用价值引起了国内外学者的广泛关注。利用其数字工作方式,忆阻器可以实现非易失性阻抗存储器(RRAM)和现场可编程门阵列(FPGA)^[4];利用其模拟工作方式,忆阻器可以实现人工神经网络和新型类脑系统^[5]。

作为一种纳米尺寸的非线性器件,忆阻器可以

用来实现高频混沌电路,从而在混沌保密通信、图像加密和电子测量系统中具有重要的应用价值^[6,7]。2008年,文献[8]采用惠普实验室的Williams忆阻器模型替换蔡氏电阻实现了第1个忆阻器混沌电路。一般来说,采用忆阻器实现混沌电路有两种方式:(1)采用分段线性(PWL)模型^[9-11],如在文献[9]中,采用分段线性模型的忆阻器实现了标准及类蔡氏混沌电路,在一定的参数条件下这些电路可以产生不同的混沌吸引子;(2)光滑模型^[12-15],文献[13,14]利用光滑模型的磁控忆阻器实现了一系列新的蔡氏混沌电路。同样,文献[15]采用光滑三次非线性磁控忆阻器取代蔡氏电阻实现了一种变形蔡氏混沌电路。由于忆阻器没有商品化,文献[8-13]中提出的混沌电路只能建立在理论分析的基础上,无法从电路方面验证其混沌行为。虽然文献[14,15]提出了光滑型忆阻器的模拟等效实现电路,但工作频率非常有限。而且上述所有忆阻器混沌电路均包含电感,致

2013-03-15 收到, 2013-09-10 改回

国家自然科学基金(61176032)资助课题

*通信作者: 李志军 lizhijun_320@163.com

使电路鲁棒性较差，不便于集成。

本文采用 RC 桥式振荡器和 PWL 型忆阻器设计了一种新的混沌电路。该电路主要利用 RC 桥式振荡器构成振荡电路，线性电阻和线性电容组成移相网络，通过调节移相电容的大小，电路在忆阻器的非线性作用下从倍周期分岔进入混沌和超混沌状态。采用相图、李雅普诺夫指数谱、分岔图等常规的混沌分析方法研究了电路参数改变时系统的复杂动力学行为。为了从电路方面验证其混沌行为，我们采用常用的电子器件实现了一个 PWL 型忆阻器的等效实现电路。Pspice 软件仿真结果与理论分析及数值仿真完全吻合。

2 电路描述

采用文氏桥振荡器和忆阻器实现的混沌电路如图 1 所示，其中运放 A 及外围元件构成文氏桥振荡器，电阻 R 和电容 C_1 构成移相网络，忆阻器 M 充当非线性器件使电路中的电压或电流产生突变。在该电路中，忆阻器的类型为分段线性的有源磁控忆阻器，其磁链 ϕ 和电荷 q 之间的关系曲线如图 2 所示，其数学表达式为^[8]

$$q(\phi) = b\phi + 0.5(a - b)(|\phi + 1| - |\phi - 1|) \quad (1)$$

根据忆阻器的赋定关系，可以得到其忆导值为

$$W(\phi) = \frac{dq(\phi)}{d\phi} = \begin{cases} a, & |\phi| \leq 1 \\ b, & |\phi| > 1 \end{cases} \quad (2)$$

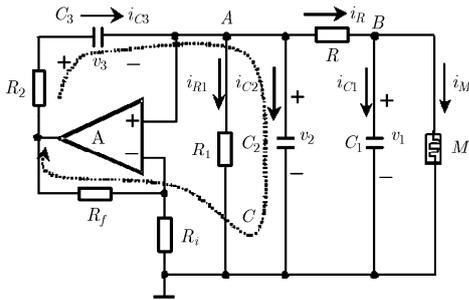


图 1 本文提出的忆阻混沌电路

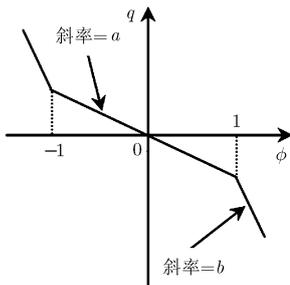


图 2 有源磁控忆阻器 ϕ - q 曲线

则忆阻器的端电压和电流之间的关系可以表示为

$$i = W(\phi)v \quad (3)$$

根据基尔霍夫电流定律可以列出图 1 电路中节点 A, B 的电流方程

$$\left. \begin{aligned} i_{C1} &= i_R - i_M \\ i_{C2} &= i_{C3} - i_{R1} - i_R \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由回路 C 可以求出流过电容 C_3 的电流为

$$i_{C3} = \frac{v_2 R_f / R_i - v_3}{R_2} \quad (5)$$

综合式(4), 式(5)可以得到以电容 C_1, C_2, C_3 的电压 v_1, v_2, v_3 和忆阻器的内部状态控制变量 ϕ 为状态变量的系统状态方程

$$\left. \begin{aligned} RC_1 \frac{dv_1}{dt} &= v_2 - v_1 - RW(\phi)v_1 \\ R_2 C_2 \frac{dv_2}{dt} &= \left(\frac{R_f}{R_i} v_2 - v_3 \right) + \frac{R_2}{R_1} v_2 - \frac{R_2}{R} (v_2 - v_1) \\ R_2 C_3 \frac{dv_3}{dt} &= \frac{R_f}{R_i} v_2 - v_3 \\ \frac{d\phi}{dt} &= v_1 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

由式(6)可以看出，由于忆阻器的忆导值 $W(\phi)$ 受忆阻器内部控制变量 ϕ 控制，当采用忆阻器为非线性器件实现混沌电路时，系统会引入一个新的状态变量，从而可以产生更加丰富的动力学行为^[8-16]。

根据文氏振荡器的要求， $R_1=R_2, C_2=C_3$ ，并设

$$RC_1 : R_2 C_2 : R_2 C_3 = \frac{1}{\alpha} : 1 : 1, \quad \frac{R_2}{R} = \beta, \quad \frac{R_f}{R_i} = \kappa, \quad \frac{R_2}{R_1} = \gamma, \quad v_1 = x, \quad v_2 = y, \quad v_3 = z, \quad \phi = w, \quad R = 1 \quad (7)$$

则式(6)的无量纲状态方程为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= \alpha(y - x - W(w)x) \\ \dot{y} &= \beta x + (\kappa - \gamma - \beta)y - z \\ \dot{z} &= \kappa y - z \\ \dot{w} &= x \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中

$$W(w) = \begin{cases} a, & |w| \leq 1 \\ b, & |w| > 1 \end{cases} \quad (9)$$

很明显，本文提出的混沌电路为一个 4 维系统，其动力学特性由式(8)决定。

3 系统的基本动力学特性

3.1 对称性和不变性

因为式(8)在 $(x, y, z, w) \rightarrow (-x, -y, -z, -w)$ 变换下具有不变性，即系统的图像关于原点对称，并且这种对称对系统的所有参数 $\alpha, \beta, \kappa, \gamma$ 均成立。

3.2 平衡点及稳定性分析

令式(8)方程右边等于零,可以得到系统的平衡点为 $s=\{(x,y,z,w)|x=y=z=0,w=C\}$,即 w 轴上所有的点均可能为平衡点。在平衡点 s 附近将式(8)线性化,得到如式(10)的 Jacobi 矩阵

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -\alpha[1+W(w)] & \alpha & 0 & 0 \\ \beta & \kappa - \gamma - \beta & -1 & 0 \\ 0 & \kappa & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_s \quad (10)$$

其特征值方程为

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{J}| = 0 \quad (11)$$

设置参数 $\alpha=7.5$, $\beta=0.061$, $\kappa=2.1$, $\gamma=1$, $a=-1.2$, $b=-0.7$ 。当 $|w|<1$ 时可以求出系统的特征值为 $\lambda_1=0$, $\lambda_2=1.777$, $\lambda_{3,4}=-0.114 \pm i1.055$; 当 $|w|>1$ 时系统对应的特征值为 $\lambda_1=0$, $\lambda_2=-2.330$, $\lambda_{3,4}=0.060 \pm i0.922$, 由特征根的形式可知,平衡点集 s 是不稳定的鞍焦点。

3.3 系统参数的影响

随着系统参数的变化,系统平衡点的稳定性也会发生变化,系统将处于不同的状态。利用李氏指数谱、分岔图和相图对本文提出的混沌电路进行动力学分析。

当参数 α 增加时,李氏指数谱和状态变量 w 的分岔图如图 3 所示,可以看出,李氏指数谱和分岔图基本上是一致的。当 $3 \leq \alpha \leq 3.74$ 时,系统的李氏指数形式为 $(0,-,-,-)$,系统为周期状态。当 $3.74 < \alpha \leq 6.48$ 时,系统产生 1 个正的李氏指数,从而电路进入混沌状态。当 $6.48 < \alpha \leq 7.55$ 时,系统有时为 1 个正的李氏指数,有时为 2 个正的李氏指数,即电路在混沌状态和超混沌状态之间转换。当 $7.55 < \alpha \leq 8$ 时,系统的李氏指数形式为 $(+,+,0,-)$,系统处于超混沌状态。从图 3(b)可以看出,当 α 依次增加时,系统经过倍周期分岔产生混沌和超混沌现象,此外在 $3 \leq \alpha \leq 8$ 之间,系统除了混沌状态和

超混沌状态之外还存在若干个周期窗口。图 4 的相图给出了系统随参数 α 变化时,系统由倍周期分岔进入混沌和超混沌的过程。

4 仿真实验

4.1 忆阻器的等效电路实现

由于忆阻器没有商品化,忆阻器的建模和电路模拟成为当前忆阻器研究的热点问题^[10,16-18],但大多数忆阻器模型和等效电路的工作频率都非常有限,没有真正体现出忆阻器的高频处理能力。为了验证本文设计电路的混沌行为,提出了一种新的 PWL 磁控忆阻器的模拟等效电路,具体设计如图 5 所示。图中运算放大器 $U1$ 构成跟随器,主要起隔离作用。 $U2$ 构成反相器($R_4=R_5$), $U3$ 为反相积分器实现对忆阻器端口电压的积分,其输出可以表示为

$$v_{3out} = \frac{1}{\xi} \int_0^t v dt \quad (12)$$

其中 $\xi=R_7C_5$ 为忆阻器等效电路的量化因子。根据法拉第定律,电压对时间的积分为磁链,即 $U3$ 的输出对应忆阻器的内部状态控制变量 $\phi(t)$ 。集成运放 $U4$ 和 $U5$ 构成窗口比较器,其输出电平控制压控开关 S 的通断。集成运放 $U6$ 及外围电阻构成负阻抗转换电路(NIC)。当忆阻器两端流过的磁链 $|\phi(t)| \leq 1$ 时,窗口比较器的输出为低电平,开关 S 处于断开状态,此时忆阻器的电导为 $-1/R_a$,当忆阻器两端流过的磁链 $|\phi(t)| > 1$ 时,窗口比较器输出为高电平,开关 S 处于导通状态,此时忆阻器对应的电导为 $(-1/R_a+1/R_b)$ 。因此,本文设计的电路能很好地实现图 2 的分段线性有源磁控忆阻器。与文献[14,15]提出的光滑型忆阻器等效电路相比,由于该等效电路不含乘法器,因而更加简单且便于实现。

由文献[1~3]可知,忆阻器在一定的频率范围内具有“记忆”特性,当超过一定频率时,忆阻器的“记忆”功能消失并蜕化为线性电阻。对于本文提

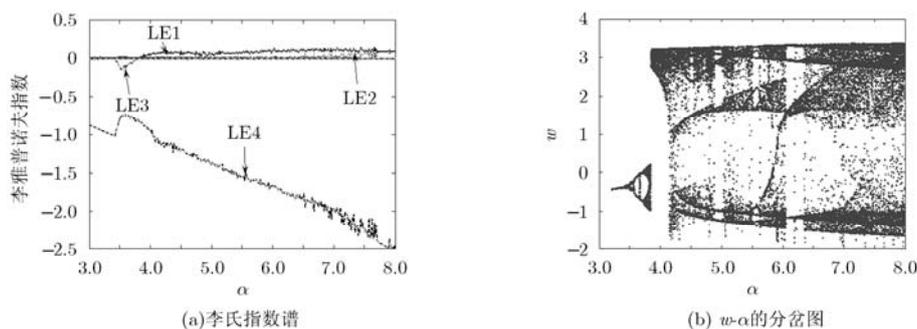


图3 系统随 α 变化时李氏指数谱和分岔图

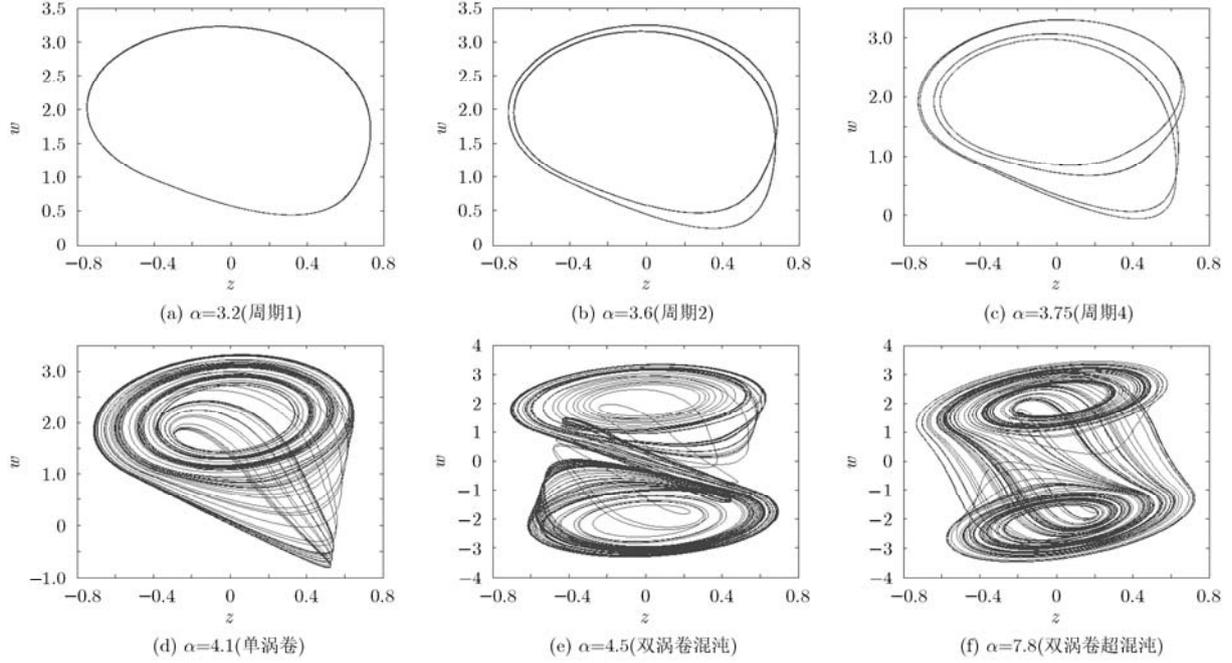


图 4 典型的 $z-w$ 相图

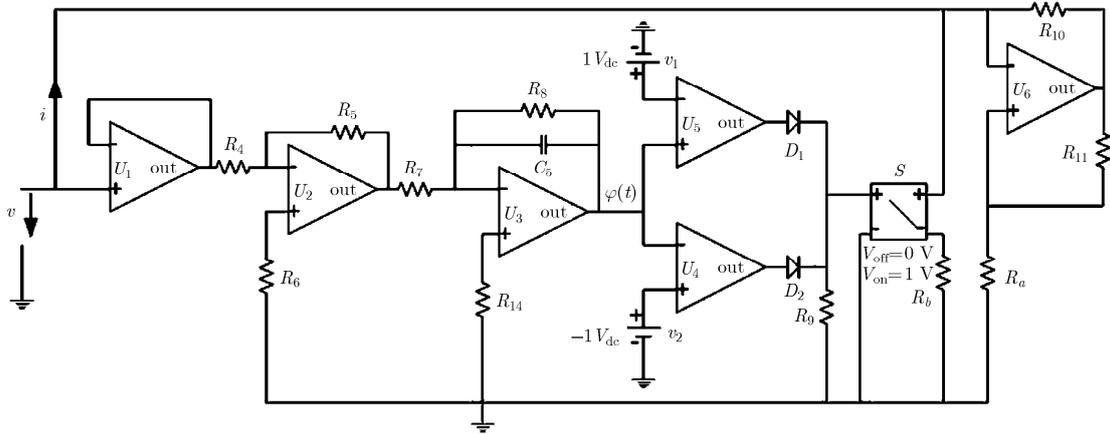


图 5 分段线性有源忆阻器的等效实现电路

出的等效电路，我们可以推导出有效工作频率范围。设忆阻器的输入电压为

$$v = A \sin \omega t \tag{13}$$

则忆阻器两端的磁链对应为(设初始值为 0)

$$\phi(t) = \frac{1}{\xi} \int_0^t v dt = -\frac{A}{\xi\omega} \cos \omega t \tag{14}$$

由上述工作过程可以看出，当忆阻器两端的磁链始终小于阈值 1，即

$$|\phi(t)| = \left| \frac{A}{\xi\omega} \cos \omega t \right| \leq \left| \frac{A}{\xi\omega} \right| < 1 \tag{15}$$

时，忆阻器蜕化为线性电阻，对应的电导值为 $-1/R_a$ 。从而可以推导出该电路的有效工作频率为

$$\omega < A/\xi \tag{16}$$

由式(16)可以看出，本文提出的忆阻器等效电路的有效工作频率范围与忆阻器两端电压的幅值 A 和量化因子 ξ 密切相关。因此在具体应用中可以通过减小电路的量化因子 ξ 来提高其有效工作频率范围。

4.2 仿真结果

采用图 5 的有源忆阻器实现电路替换图 1 电路中的忆阻器，设置参数 $\alpha = 7.5, \beta = 0.061, \kappa = 2.1, \gamma = 1, a = -1.2, b = -0.7$ 并取电阻 $R = 3 \text{ k}\Omega$ ，电容 $C_2 = C_3 = 47 \text{ nF}$ ，根据式(7)对电路参数进行反归一化得到： $C_1 = 420 \text{ pF}, R_1 = R_2 = 0.2 \text{ k}\Omega, R_f = 6.2 \text{ k}\Omega, R_i = 3 \text{ k}\Omega$ 。忆阻器等效实现电路的参数设置为 $R_a = 2.5 \text{ k}\Omega, R_b = 6 \text{ k}\Omega, R_4 = R_5 = 10 \text{ k}\Omega, R_7 = 3 \text{ k}\Omega, C_5 = 47$

nF, $R_8=68\text{ k}\Omega$, $R_{10}=R_{11}=1\text{ k}\Omega$ 。运算放大器采用 AD711AKN, 压控开关采用高速集成开关 ADG2012AKN, 电源电压为 $\pm 12\text{ V}$ 。应用 Pspice 软件对电路进行仿真得到的 $v_{c1}-v_{c2}$ 和 $v_{c1}-\phi$ 相图分别如图 6 (a), 6(c)所示。图 6(b), 6(d)为对应的数值仿真结果。比较两组仿真结果可以看出, 理论分析、数值仿真与 Pspice 仿真结果基本一致, 从而证明提出的混沌电路及忆阻器等效电路是正确有效的。值得注意的是, 由于忆阻器的等效电路中存在积分漂移从而导致图 6(a)与 6(b), 图 6(c)与 6(d)之间存在一定的失真, 在实际应用中可以采用低漂移的集成运放来减小失真。 v_{c1} 和忆阻器两端磁通 ϕ 的瞬时波形如图 7 所示, 表明它们是非周期性的, 随机变化的。图 8 为忆阻器独有的收缩迟滞曲线, 即当忆阻器两端电压为零时, 流过忆阻器的电流总是为零。

5 结论

本文采用文氏桥振荡器和磁控 PWL 忆阻器设计了一种新的混沌电路, 并通过理论分析、李氏指数谱、分岔图和相图等方法分析了系统的基本动力学行为, 验证了系统随参数变化时由倍周期分岔产生混沌和超混沌行为的动力学特性。为了验证系统的正确性, 本文采用通用的运算放大器和压控开关设计了一个新的 PWL 型忆阻器的模拟等效电路, 并对提出忆阻器混沌电路进行了 Pspice 仿真分析。理论分析、数值仿真和 Pspice 仿真结果基本一致, 验证了电路的正确性和有效性。由于所设计的忆阻器混沌电路具有很好的鲁棒性(不含电感), 而且可以采用通用的电子器件实现, 因而在保密通信、微弱信号检测和电子测量等领域具有潜在的应用价值^[19]。

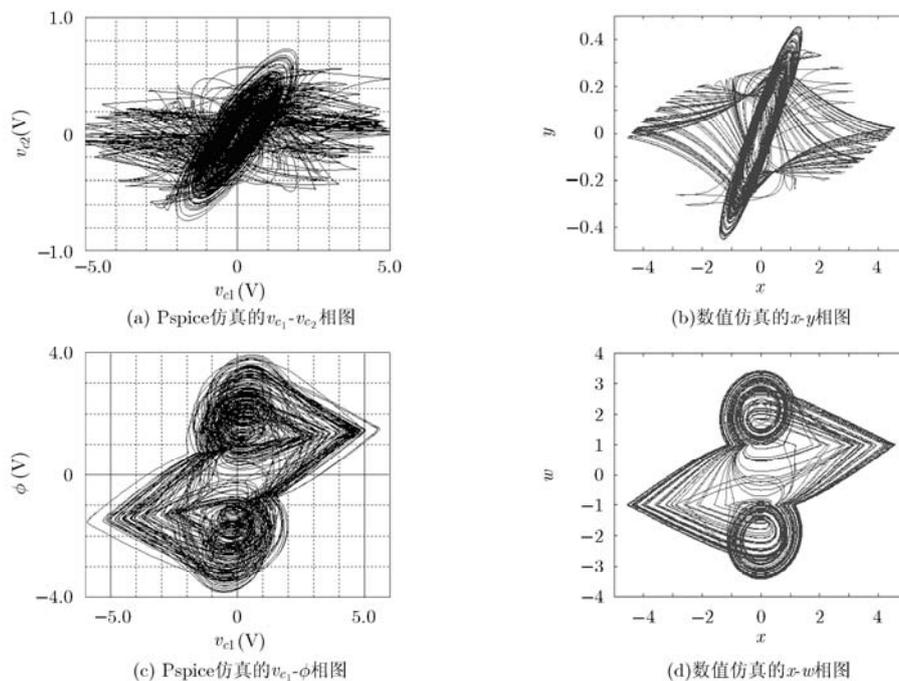


图 6 Pspice 仿真结果与数值仿真结果比较

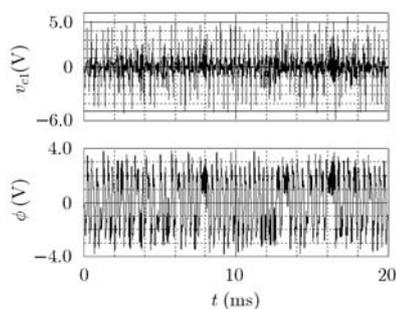


图 7 v_{c1} 和 ϕ 的时域波形

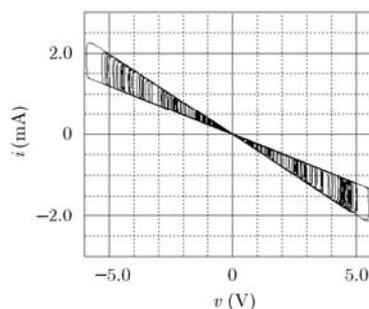


图 8 忆阻器的收缩迟滞曲线

参考文献

- [1] Strukov D B, Snider G S, Stewart G R, *et al.*. The missing memristor found[J]. *Nature*, 2008, 453(1): 80-83.
- [2] Chua L O. Memristors-the missing circuit element[J]. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, 1971, 18(5): 507-519.
- [3] Chua L O and Kang S M. Memristive devices and systems[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1976, 64(2): 209-223.
- [4] Shin S, Kim K, and Kang S M. Memristive XOR for resistive multiplier[J]. *Electronics Letters*, 2012, 48(2): 78-80.
- [5] Shin S, Kim K, and Kang S M. Memristor applications for programmable analog ICs[J]. *IEEE Transactions on Nanotechnology*, 2011, 10(2): 266-274.
- [6] 朱从旭, 胡玉平, 孙克辉. 基于超混沌系统和密文交错扩散的图像加密新算法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(7): 1735-1743. Zhu Cong-xu, Hu Yu-ping, and Sun Ke-hui. New image encryption algorithm based on hyperchaotic system and ciphertext diffusion in crisscross pattern[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(7): 1735-1743.
- [7] Juan L, Mata-Machuca, Rafael Martínez-Guerra, *et al.*. A chaotic system in synchronization and secure communications[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2012, 17(4): 1706-1713.
- [8] Itoh M and Chua L O. Memristor oscillators[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2008, 18(11): 3183-3206.
- [9] Muthuswamy B and Kokate P P. Memristor-based chaotic circuits[J]. *IETE Technical Review*, 2009, 26(6): 415-426.
- [10] Muthuswamy B and Chua L O. Simplest chaotic circuit[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2010, 20(5): 1567-1580.
- [11] Bao B C, Liu Z, and Xu J P. Steady periodic memristor oscillator with transient chaotic behaviours[J]. *Electronics Letters*, 2010, 46(3): 237-238.
- [12] Iu H H C, Yu D S, Fitch A L, *et al.*. Controlling chaos in a memristor based circuit using a Twin-T notch filter[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2011, 58(6): 1337-1344.
- [13] Bao B C, Liu Z, and Xu J P. Transient chaos in smooth memristor oscillator[J]. *Chinese Physics B*, 2010, 19(3): 030510-1-030510-6.
- [14] Bao B C, Xu J P, Zhou Guo-hua, *et al.*. Chaotic memristive circuit: equivalent circuit realization and dynamical analysis[J]. *Chinese Physics B*, 2011, 20(12): 120502-1-120502-7.
- [15] Muthuswamy B. Implementing memristor based chaotic circuits[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2010, 20(5): 1335-1350.
- [16] Messias M, Nespole C, and Botta V A. Hopf bifurcation from lines of equilibria without parameters in memristors oscillators[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2010, 20(2): 437-450.
- [17] Shin S and Kang S M. Compact models for memristors based on charge-flux constitutive relationships[J]. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2010, 29(4): 590-598.
- [18] Bialek Z, Bialek D, and Biolkova V. Spice model of memristor with nonlinear dopant drift[J]. *Radioengineering*, 2009, 18(2): 210-214.
- [19] 郑皓洲, 胡进峰, 徐威, 等. 一类新型超混沌系统的非线性反馈同步研究[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(4): 844-848. Zheng Hao-zhou, Hu Jin-feng, Xu Wei, *et al.*. Study on synchronization of a new class of hyperchaotic systems using nonlinear feedback control[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(4): 844-848.

李志军: 男, 1973年生, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为非线性系统、电流模式电路和数模混合集成电路。

曾以成: 男, 1962年生, 教授, 博士生导师, 感兴趣的研究方向有非线性电路、混沌信号处理、语音信号处理。