

基于压缩感知的 DOA 估计稀疏化模型与性能分析

林波* 张增辉 朱炬波

(国防科技大学理学院 长沙 410073)

摘要: 利用压缩感知理论解决阵列信号到达角(DOA)估计问题, 具有对快拍数据量要求低、可处理相关源等优点。将压缩感知理论应用于信源 DOA 估计的一个关键问题是建立信源信号的稀疏化模型。该文在均匀线阵模型下系统分析了角度划分对 DOA 估计稀疏重构性能的影响, 从对相关性的分析出发给出了信号的最优稀疏化模型。分析结果表明在实际应用中基于信源信号等正弦空间稀疏化的重构模型是最优的。实验对比了新的稀疏化模型与传统的等角度划分方式得到的流形矩阵的可重构性能, 并进行了关于信号重构和信源 DOA 估计的详细实验分析, 验证了所提模型的优越性。

关键词: 压缩感知(CS); 稀疏化模型; 到达方向(DOA)估计; 相关性

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)03-0589-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.00149

Sparsity Model and Performance Analysis of DOA Estimation with Compressive Sensing

Lin Bo Zhang Zeng-hui Zhu Ju-bo

(College of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The method of Direction-Of-Arrival (DOA) estimation of array signals based on Compressive Sensing (CS) theory has advantages such as fewer snapshots requirement and the capacity of dealing with the coherent sources. Exploiting the CS theory on DOA estimation, one of the key issues is to construct the sparsity model of source signals. This paper proposes the systemic analysis about how the way of space-partition affects the performance of DOA estimation, and presents a new optimal sparse reconstruction model based on space-partition with equal sine interval through the analysis about coherence. The theoretical result shows that the reconstruction model based on the manifold matrix with equal sine interval is the best model in the practical application. Finally the experiments compare the reconstruction performance of the manifold matrix with equal sine interval with that of the manifold matrix with equal angle interval. This paper provides the experiment results about the performance of signal reconstruction and DOA estimation, respectively. The advantage of the presented sparsity model is verified.

Key words: Compressive Sensing (CS); Sparsity model; Direction-Of-Arrival (DOA) estimation; Coherence

1 引言

阵列信号到达角(Direction-Of-Arrival, DOA)估计是阵列信号处理领域的关键问题, 在雷达、通讯、地震等众多领域有广泛应用。空间谱估计技术的发展实现了目标 DOA 的超分辨估计。经典的空间谱估计算法包括 MUSIC 和 ESPRIT 算法, 它们主要是根据阵列接收信号的统计特性来估计目标的到达角, 因此需要大量独立同分布的测量数据。最

新的压缩感知(Compressive Sensing, CS)理论为 DOA 估计克服上述问题带来了新的技术途径。

压缩感知理论^[1,2]提供了一种新颖的信号重构和参数估计方式, 其研究成果表明, 以远少于经典理论所需的测量数据就可以精确恢复满足稀疏性的信号或者估计其相应的信号参数。国内外基于压缩感知的 DOA 估计研究已有初步进展^[3-7]。Malioutov 等人^[3]最早将稀疏性的思想引入到阵列 DOA 估计中, 通过对空间角度的离散化建立稀疏重构模型, 然后使用二阶锥规划(SOC)求解相应的优化问题, 并通过收缩网格划分的处理获得角度高分辨。Cevher 等人^[4]通过阵元接收数据的随机投影和由一个参考阵元得到的完整的波形记录, 重构出一个稀

2013-01-25 收到, 2013-11-22 改回

国家自然科学基金(61002024, 61072142, 61102169, 61201332, 61205190, 61271437)和国防科学技术大学科研计划项目(JC11-02-03)资助课题

*通信作者: 林波 linbo@nudt.edu.cn

疏的角度空间场景, 给出信源数和它们的到达角。Duarte^[5]则考虑利用信号的结构稀疏逼近方法来建立阵元接收信号的稀疏重构模型。除了上述基于单快拍接收数据的窄带信号 DOA 估计问题外, 近年来利用多快拍数据结合压缩感知中多测量矢量 (MMV) 模型的窄带信号 DOA 估计和宽带信号 DOA 估计问题的研究也逐渐展开^[6,7]。

将压缩感知理论应用于 DOA 估计问题, 首先要建立合适的角度估计的稀疏表示和重构模型, 空域稀疏化方式决定了模型的重构性能。然而到目前为止, 利用压缩感知估计信号 DOA 的文献对稀疏化模型的建立都没有进行系统地理论阐述, 通常都是简单地采用空域等角度稀疏化方式。本文分析了稀疏表示和重构模型对 DOA 估计性能的影响, 并在此基础上, 从相关性条件的理论分析出发给出了信号的最优稀疏表示模型, 并通过相关性条件的理论分析和仿真实验证实, 提出了在实际应用中最优空间稀疏表示模型是等正弦空间稀疏表示模型, 该模型比传统的等角度空间稀疏化得到的流形矩阵具有更加优越的稀疏重构性能。

2 基于压缩感知的阵列 DOA 估计模型

下面将压缩感知理论应用于信号 DOA 估计问题。考虑 K 个远场窄带信号 $\mathbf{s} = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ 入射到由 M 个阵元组成的均匀线阵 (ULA) 上, 则阵列接收信号的数学模型为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

式中 \mathbf{A} 为 $M \times K$ 维的阵列流形矩阵, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \dots \ \mathbf{a}_K]$, $\mathbf{a}_k = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j2\pi f_0 \frac{d \sin \theta_k}{c}} \\ \dots \\ e^{-j2\pi f_0 \frac{(M-1)d \sin \theta_k}{c}} \end{bmatrix}^T$, 其

中, f_0 为信号载频, c 为光速, d 为阵元间距, θ_k 表示第 k 个信号源相对于阵列法向的到达角。 $\mathbf{n}(t)$ 为测量噪声。

DOA 估计问题是利用一个或多个时刻的阵列接收数据 $\mathbf{y}(t)$ 得到信源的到达角度 $\theta_k, k = 1, 2, \dots, K$ 。将模型式(1)中的信源信号表示为稀疏信号, 则可以利用压缩感知的理论与算法重构信源信号, 重构信号的支撑集对应了信源的到达角。将考虑的空间范围划分为 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N\}$, 并假设每个空域位置 θ_n 对应一个潜在的信源信号 s_n , 如图 1 所示, “•” 表示空间中实际存在的信源, “○” 表示实际不存在的信源。由于 $N \gg K$, $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_N]^T$ 为 $N \times 1$ 维的 K 稀疏信号。

此时, 利用单时刻阵列接收数据 $\mathbf{y}(t_0)$ 和 CS 算法即可实现 DOA 估计, 对应的稀疏重构模型为

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min \|\mathbf{s}\|_1, \text{ s.t. } \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{s}\|_2 \leq \sigma \quad (2)$$

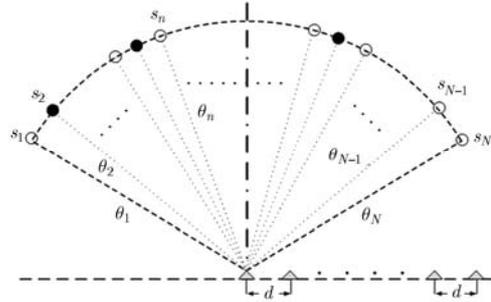


图1 辐射源信号的空域稀疏化

其中 σ 是与噪声水平相关的参数。由压缩感知理论可知, 阵列流形矩阵 \mathbf{A} 决定了式(2)模型的重构性能, 当阵列配置确定后, 不同的空域稀疏化方式对应了不同的阵列流形矩阵, 因此, 合理的空域稀疏化模型是 CS 理论解决阵列 DOA 估计问题的一个关键。

由于辐射源的实际位置是待估的, 因此并不能保证信源落在空间网格上, 这一问题可以通过一般模型误差的压缩感知理论^[8-10]以及在 DOA 估计问题中的处理算法^[11,12]加以解决。本文主要目的在于分析空域稀疏性模型的最优性, 为了分析方便不妨假设空间稀疏化足够密。

3 信源信号稀疏化模型与重构性能分析

3.1 稀疏重构条件与重构性能

为保证从少量测量数据 \mathbf{y} 中有效恢复稀疏信号 \mathbf{s} , 矩阵 \mathbf{A} 需满足一定的条件。目前常用的几种稀疏重构条件包括: 零空间性质 (Null Space Property, NSP)、约束等距性质 (Restricted Isometry Property, RIP)^[13,14] 和相关性条件^[1,15]。下面从相关性角度分析流形矩阵 \mathbf{A} 的性能。

定义 1^[1] 将 $M \times N$ 维测量矩阵 \mathbf{A} 表示为 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_N]$, \mathbf{a}_i 表示矩阵 \mathbf{A} 的第 i 列, 则矩阵 \mathbf{A} 的相关性 $\mu(\mathbf{A})$ 定义为

$$\mu(\mathbf{A}) = \max_{k \neq l} \frac{|\mathbf{a}_k^H \mathbf{a}_l|}{\|\mathbf{a}_k\|_2 \cdot \|\mathbf{a}_l\|_2} \quad (3)$$

最近文献^[15]从相关性条件出发给出了由式(2)所示优化问题稳健重构信号的条件和重构误差上界。

定理 1^[15] 对 K 稀疏信号 $\mathbf{s} \in R^N$ 的压缩测量为 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{s} + \mathbf{n}$, $\mathbf{A} \in R^{M \times N}$, \mathbf{n} 为测量噪声且 $\|\mathbf{n}\|_2 < \varepsilon$, 若 $K < (2 + 2\mu(\mathbf{A})) / (3 + \sqrt{6})\mu(\mathbf{A})$, 则式(2)问题的解 $\hat{\mathbf{s}}$ 满足

$$\|\hat{\mathbf{s}} - \mathbf{s}\|_2 \leq \frac{\sqrt{3(1 + \mu(\mathbf{A}))}}{1 - (2K - 1)\mu(\mathbf{A})} \cdot (\eta + \varepsilon) \quad (4)$$

其中 $\eta \geq \varepsilon$ 为任一常数。

对于阵列 DOA 估计问题, 式(4)对应了信源信号的恢复误差, 而角度估计与信源信号恢复的支撑集对应, 因此角度估计与 $\mu(\mathbf{A})$ 相关。由定理 1 可知, $\mu(\mathbf{A})$ 越小, 角度估计精度则越高。

3.2 角度稀疏化模型

下面从阵列流形矩阵的相关性出发, 构造阵列 DOA 估计的最优空域稀疏化模型。

设均匀线阵的阵元间距为信源波长的一半, 则空域稀疏化对应的阵列流形矩阵为 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \cdots \ \mathbf{a}_N]$, $\mathbf{a}_n = [1 \ e^{-j\pi \sin \theta_n} \ \cdots \ e^{-j\pi(M-1) \sin \theta_n}]^T$ 。

令 $x_k = \sin \theta_k$, $k = 1, 2, \dots, N$, 则与空域稀疏化模型 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N\}$ 对应的阵列流形矩阵 \mathbf{A} 的相关性为

$$\mu(\mathbf{A}) = \max_{x_k \neq x_l} \frac{\left| \sin \left[\frac{M\pi}{2} (x_k - x_l) \right] \right|}{M \left| \sin \left[\frac{\pi}{2} (x_k - x_l) \right] \right|} \quad (5)$$

最优的空域稀疏化模型应当使得 $\mu(\mathbf{A})$ 达到最小, 即通过求解优化问题

$$\min_{x_1, x_2, \dots, x_N \in [-1, 1]} \max_{x_k \neq x_l} \frac{\left| \sin \left[\frac{M\pi}{2} (x_k - x_l) \right] \right|}{M \left| \sin \left[\frac{\pi}{2} (x_k - x_l) \right] \right|} \quad (6)$$

在区间 $[-1, 1]$ 中选取 N 个点。下面分情况讨论该优化问题的最优解。

(1) 当 $N \leq M$ 时 不妨取 $N = M$ 。若 N 为偶数, 可选取空域稀疏化模型满足 $x_k = 2k/M$, $k = -N/2, -N/2+1, \dots, N/2-1$; 若 N 为奇数, 可选取空域稀疏化模型满足 $x_k = 2k/M$, $k = -(N-1)/2, -N/2+3/2, \dots, (N-1)/2$, 两种情况都有 $\mu(\mathbf{A}) = 0$ 。已知 $x_k = \sin \theta_k$, 因此当 $N \leq M$ 时, 正弦间隔为 $\Delta = 1/M$ 的等正弦空域稀疏化模型使得相关性达到最小。

(2) 当 $N \geq 5M/4$ 且 N 取较大数值时 考虑函数 $f(y) = \frac{\sin(M\pi y)}{M \sin(\pi y)}$, $y \in [-1, 1]$ 。易知, 该函数具有如下性质:

(a) 对称性: $f(y)$ 在整个定义域上关于 $y = 0$ 对称, 即 $f(y) = f(-y)$; $f(y)$ 在正负区域上分别关于 $\pm 1/2$ 对称, 即当 $0 \leq y \leq 1$ 时, $f(y) = f(1-y)$; 当 $-1 \leq y \leq 0$ 时, $f(y) = f(-1-y)$ 。对称性表明函数 $f(y)$ 的取值由其在区域 $[0, 1/2]$ 上的取值完全决定。

(b) 极值点位置: $f(y)$ 具有 $2M-2$ 个极小值点(零点) $y = \pm 1/M, \pm 2/M, \dots, \pm(M-1)/M$; 同时具有 $2M-1$ 个极大值点 $y = 0, \pm 3/(2M), \pm 5/(2M), \dots, \pm(2M-3)/(2M), \pm 1$ 。函数在极大值点处的函数值随着远离 $0, \pm 1$ 而逐渐减小, 且有 $f(0) = f(1) = f(-1) = 1$, 如图 2 所示。

当 $N \geq 5M/4$ 时, 对空域进行等正弦稀疏化, 即

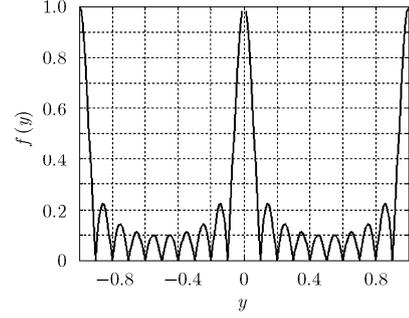


图 2 $M=10$ 时的函数 $f(y)$

在区间 $[-1, 1]$ 中等距选取 N 个点 x_1, x_2, \dots, x_N , 若 N 为偶数, 选取 $x_k = \sin \theta_k = 2k/N$, $k = -N/2, -N/2+1, \dots, N/2-1$; 若 N 为奇数, 选取 $x_k = \sin \theta_k = 2k/N$, $k = -(N-1)/2, -N/2+3/2, \dots, (N-1)/2$, 此时有

$$\max_{x_1, x_2, \dots, x_N \in [-1, 1]} \min_{x_k \neq x_l} \left\{ \frac{1}{2} |x_k - x_l| \right\} = \frac{1}{N} < \frac{1}{M} \quad (7)$$

即小于函数 $f(y)$ 的第 1 个零点。易证, 当 $N \geq 5M/4$ 且 N 取较大数值时, $f(1/N) > f(3/(2M))$, 由函数 $f(y)$ 的上述性质可知, 此时等正弦空域稀疏化模型对应的流形矩阵 \mathbf{A} 的相关性为 $\mu(\mathbf{A}) = f(1/N)$ 。

若对空域 $[-\pi/2, \pi/2]$ 进行等角度划分, 即 $\theta_k = -\pi/2 + k(\pi/N)$, $k = 0, 1, \dots, N$, 则

$$\max_{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N \in [-\pi/2, \pi/2]} \min_{\theta_k \neq \theta_l} \left\{ \frac{1}{2} |\sin \theta_k - \sin \theta_l| \right\} < \frac{1}{N} \quad (8)$$

因此, 等角度空域稀疏化得到的流形矩阵相关性大于 $f(1/N)$, 本文提出的等正弦空域稀疏化模型对应的阵列流形矩阵比等角度空域划分的流形矩阵相关性要小。

(3) 当 $M < N < 5M/4$ 时 此时难以通过理论分析获得式(6)所示优化问题的最优解, 可以第 2 种情况的近似最优解为初值, 使用遗传算法等进化优化算法求解式(6)问题, 从而获得最优的空域稀疏化模型。

4 仿真实验及分析

以下用实验首先验证, 利用本文方法获得的空域等正弦稀疏化模型对应的阵列流形矩阵的相关性比通常直接等角度划分的相关性小。

图 3 给出了当 M 分别取 10 和 20 时, N 从 10 取到 100 的情况下, 按照本文方法获得的阵列流形矩阵相关性与直接等角度划分结果的对比。由图 3 所示结果可以看出, 通过空域稀疏化模型的优化处理, 阵列流形矩阵的相关性得到了降低。

实验 1 基于等正弦空间稀疏化的 CS 稀疏重构的 DOA 估计算法与 MUSIC 算法之间的 DOA 估计谱峰对比。

本实验针对 K 个独立的远场窄带信源输入信号, 对比基于等正弦空间稀疏化的 CS 稀疏重构算法与 MUSIC 算法的 DOA 估计性能。实验设置信噪比为 $\text{SNR}=10$ dB, 均匀线阵的阵元数为 $M=40$, 全空间划分网格数为 $N=201$ 。为对比方便, 将 MUSIC 算法的搜索点取在该网格上, 使用快拍数为 100。

图 4 给出了信源非相干时本文算法与 MUSIC 算法的 DOA 估计谱峰对比结果, 图 4(a)中两个信源的入射角分别为 -8.1° 和 15.3° , 图 4(b)中两个信源的入射角分别为 -0.1° 和 5.3° 。实验结果表明, 当两信源相距较近时, 利用 1 个快拍数据的稀疏重构方法用于 DOA 估计时分辨率没有经典的 MUSIC 算法的分辨率高, 然而由此实验可知基于压缩感知思想利用较少的快拍数处理阵列信号的 DOA 估计问题是一种可行的方案。

下面从信号恢复性能的角度说明本文方法的有效性。在实际的应用中, 为了提高角度估计的精度, 一般选取较大的 N , 此时最优的空域稀疏化模型对应了等正弦的角度划分方式。下面的仿真试验主要对比等正弦角度划分和等角度划分的性能。

实验 2 等正弦 CS 稀疏重构算法与等角度 CS 稀疏重构算法的信源信号重构性能对比。

本实验旨在分析两种稀疏化方法的重构能力。图 5 给出了在不含噪情况下本文提出的等正弦 CS 稀疏重构与等角度 CS 稀疏重构算法的信源信号重构效果, 阵元数为 $M=40$, 网格数为 $N=200$, 实验设置信源个数为 $K=20$, K 个信源入射方向均匀分布在空间区域 $(20, 21, \dots, N-20)$ 的空间网格点上, 信号的幅度均设为 5。由图 5 所示结果可知, 等正弦 CS 稀疏重构算法几乎可以完全重构原始的信源信号, 如图 5(a)所示, 而等角度 CS 稀疏重构算法在相同的参数设置条件下存在较大的重构误差, 如图 5(b)所示, 这主要是由于等正弦流形矩阵的相关性比等角度流形矩阵的相关性小。

图 6 给出了在不同信源数和信噪比条件下等正弦 CS 稀疏重构算法和等角度 CS 稀疏重构算法所得

到的重构信号幅度方差的对比结果。图 6(a)的实验参数设置信噪比为 $\text{SNR}=30$ dB, 信源数为 $K=3, 4, \dots, 38$ 。图 6(b)设置的信源数为 $K=2$, 入射角为 -4.9° 和 4.9° , 阵元数均为 $M=40$, 网格数为 $N=200$, 信噪比为 $\text{SNR}=-5, -6, \dots, 30$ dB。实验结果表明, 在不同信源数和信噪比下, 基于等正弦 CS 稀疏重构算法得到的信号重构方差要小。此外, 从图 6(b)发现当信源数 K 大于 35 时, 本文方法性能显著降低, 这与压缩感知理论中信号稀疏度 K 与测量数据长度 M 以及信号长度 N 需要满足一定的数值条件相吻合, 当这一条件不能满足时, 信号的稀疏重构性能差。

实验 3 等正弦 CS 稀疏重构算法与等角度 CS 稀疏重构算法的信源 DOA 估计性能对比。

首先定义估计整体成功, 即指一次实验中空间同时存在的所有信源的 DOA 估计角度偏差均小于某一阈值 T 时, 则计一次整体估计成功, 整体成功概率则为整体估计成功的次数占总实验次数的比例。而累积成功概率用公式表示为

$$S_A = \sum_{k=1}^K s_k / (K \cdot Mt) \quad (9)$$

其中 s_k 表示在对一组空间信源的 Mt 次 DOA 估计实验中第 k 个信源估计成功的次数。本实验中取阈值 T 为 0.1° , $Mt=500$ 。实验设置信源数为 $K=2$, 入射方向为 -4.9° 和 4.9° 。阵元数为 $M=40$, 空间网格划分为 $N=200$, 信噪比为 $\text{SNR}=-5, -6, \dots, 30$ dB。

图 7 显示了不同信噪比下本文方法和等角度 CS 稀疏重构算法的 DOA 估计整体成功概率和累积成功概率, 从图 7 所示结果可知, 在此仿真实验中当信噪比低于 13 dB 时, 本文方法的 DOA 估计整体成功概率和累积成功概率高于等角度 CS 稀疏重构算法。

5 结论

本文将压缩感知理论应用于阵列信号的 DOA 估计问题中, 分析了信号的稀疏表示模型对信号稀疏恢复与信源 DOA 估计的影响, 基于相关性条件

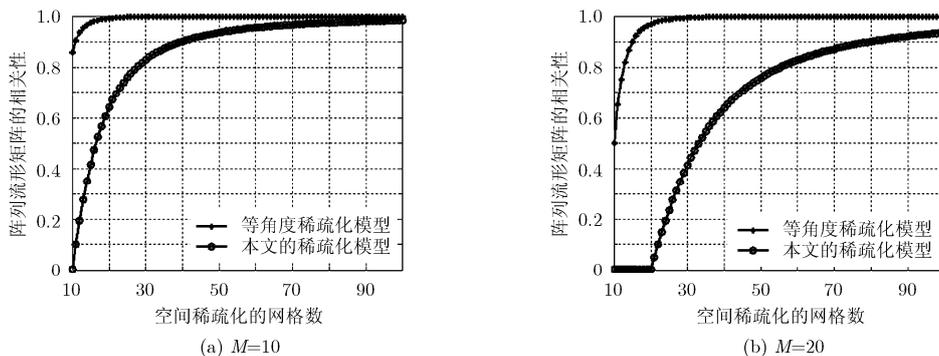


图3 本文提出的稀疏化模型获得的阵列流形矩阵相关性与等角度划分结果的对比

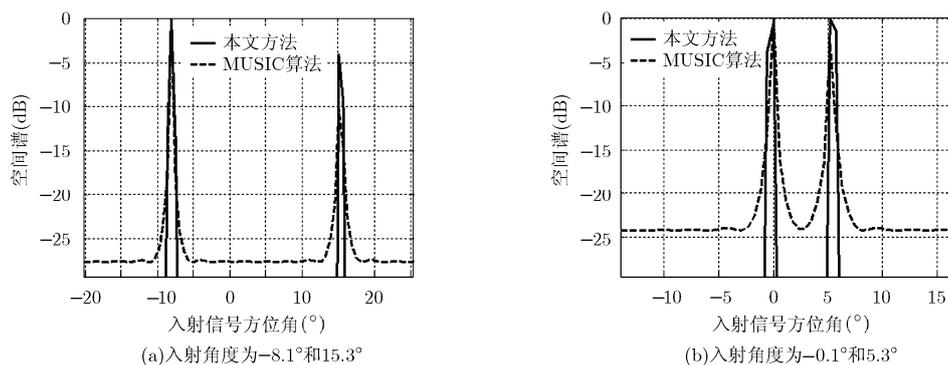


图 4 MUSIC 算法与单快拍 CS 算法的比较

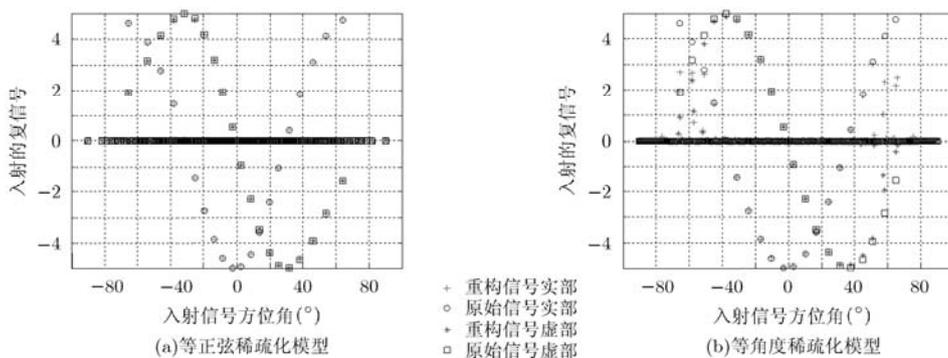


图 5 等正弦 CS 稀疏重构与等角度 CS 稀疏重构算法的信源信号重构

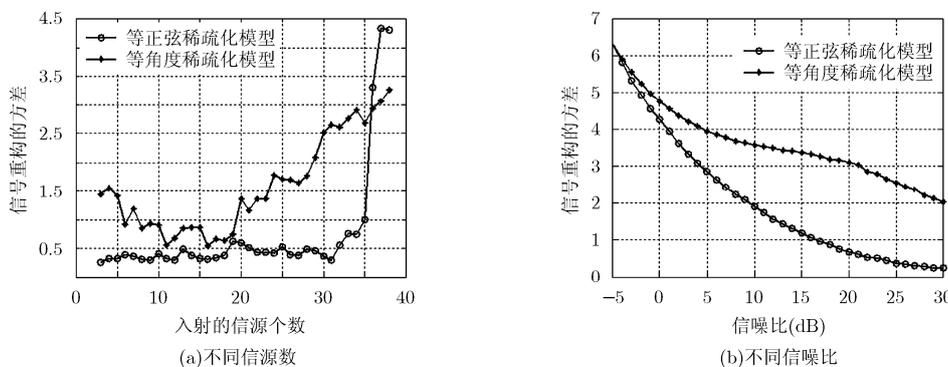


图 6 信号重构的均方根误差

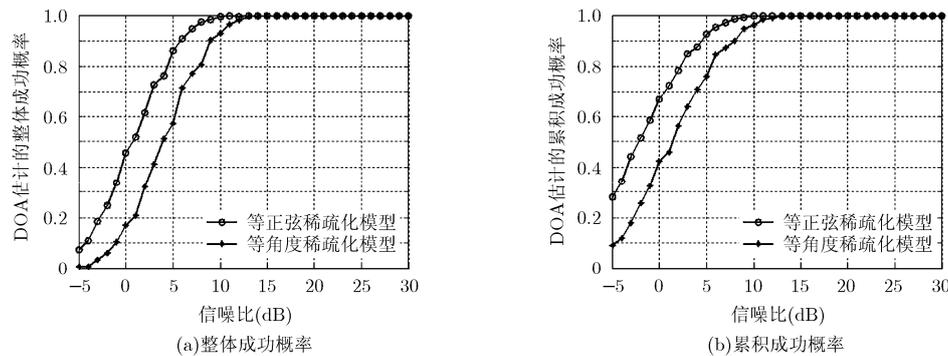


图 7 不同信噪比下信源 DOA 估计的成功概率

的理论分析,给出了基于压缩感知解决 DOA 估计问题时最优的信号稀疏表示模型。为了便于数学分析,本文的理论分析是建立在均匀线阵的假设前提下,然而,压缩感知理论的稀疏重构思想应用于信源 DOA 估计的本质在于信源信号的空间稀疏性,针对不同的阵列构型和相应的数学模型同样可以应用稀疏重构的思想和方法。为了提高角度估计的精度,在 DOA 估计问题的实际应用中一般选取较大的空间稀疏化程度 N, N 大于 M , 此时最优的空域稀疏化模型对应了等正弦稀疏化方式。数值实验对比也表明,等正弦信号空间稀疏化对应的阵列流形矩阵的相关性比传统的等角度信号空间稀疏化得到的阵列流形矩阵要小,具有更加显著的稀疏重构性能。

仿真实验验证表明,基于本文提出的信号稀疏化表示和稀疏重构模型,利用压缩感知理论处理 DOA 估计问题是一种可行的新方法。当然,该方法受到压缩理论研究的局限性,如果仅利用稀疏重构的思想实现一步估计,目前在许多方面还无法突破经典的具有超分辨性能的 MUSIC 算法的性能。近几年已有不少研究利用多测量矢量模型、一般误差模型的压缩感知理论和网格细化处理等方法以进一步提高稀疏重构方法的超分辨性能,而设计具有最优性能的稀疏重构模型是进行上述研究的前提之一。本文正是提出了一种 DOA 估计问题中的最优信号稀疏重构模型并进行了仿真实验的验证。

参 考 文 献

- [1] Donoho D. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [2] Candès E and Tao T. Decoding by linear programming[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(12): 4203-4215.
- [3] Malioutov D, Cetin M, and Willsky A. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(8): 3010-3022.
- [4] Cevher V, Boufounos P, Baraniuk R, et al. Near-optimal bayesian localization via incoherence and sparsity[C]. Proceedings of the International Conference on Information Processing in Sensor Networks, San Francisco, 2009: 205-216.
- [5] Duarte M. Localization and bearing estimation via structured sparsity models[C]. Proceedings of the IEEE Statistical Signal Processing Workshop, Ann Arbor, 2012: 333-336.
- [6] Kim J, Lee O, and Ye J. Compressive MUSIC: revisiting the link between compressive sensing and array signal processing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(1): 278-301.
- [7] Lee K, Bresler Y, and Junge M. Subspace methods for joint sparse recovery[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(6): 3616-3641.
- [8] Donoho D, Elad M, and Temlyakov V. Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presence of noise[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(1): 6-18.
- [9] Chi Yue-jie, Scharf L, Pezeshki A, et al. Sensitivity to basis mismatch in compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(5): 2182-2195.
- [10] Herman M and Strohmer T. General deviants: an analysis of perturbations in compressed sensing[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(2): 342-349.
- [11] Yang Zai, Xie Li-hua, and Zhang Ci-shen. Off-grid direction of arrival estimation using sparse bayesian inference[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(1): 38-43.
- [12] Liu Zhang-meng and Zhou Yi-yu. A unified framework and sparse bayesian perspective for direction-of-arrival estimation in the presence of array imperfections[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(15): 3786-3798.
- [13] Cai T and Zhang An-ru. Sharp RIP bound for sparse signal and low-rank matrix recovery[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2013, 35(1): 74-93.
- [14] Xu Zong-ben, Chang Xiang-yu, Xu Feng-min, et al. $L_{1/2}$ regularization: a thresholding representation theory and a fast solver[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2012, 23(7): 1013-1027.
- [15] Cai T, Wang Lie, and Xu Guang-wu. Stable recovery of sparse signals and an oracle inequality[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(7): 3516-3522.

林 波: 女, 1985 年生, 博士生, 研究方向为压缩感知、阵列信号处理。

张增辉: 男, 1980 年生, 博士, 讲师, 研究方向为压缩感知、阵列信号处理、空时自适应信号处理。

朱炬波: 男, 1967 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为系统科学、雷达信号处理、图像处理与数学成像。