

## 偶极子分离的矢量阵 MIMO 雷达多维角度估计算法

樊劲宇\* 顾红 苏卫民 王钊

(南京理工大学电子工程与光电技术学院 南京 210094)

**摘要:** 该文提出了一种基于 2 维矢量接收阵列的双基地 MIMO 雷达系统多目标 ADOD(Azimuth Direction Of Departure), ADOA(Azimuth Direction Of Arrival)和 EDOA(Elevation Direction Of Arrival)联合估计算法。雷达发射端采用均匀标量线阵,接收端将常规矢量阵元的每个电磁偶极子相互分离构成 2 维接收阵列。算法通过张量因子分解获取各流形矩阵,并利用 ESPRIT 算法估计目标的 ADOD。文中给出了接收阵列的一种特定阵元排列方式,并改进了矢量叉积法用于估计目标的 2D-DOA。与传统方法相比,该文所用阵列结构可通过扩展接收阵列孔径提高雷达的角度估计性能,相互分离的偶极子弱化了传统矢量阵的天线互耦效应。相应算法避免了谱峰搜索,能够自动配对,仿真实验证明了算法的有效性。

**关键词:** 双基地 MIMO 雷达; 波离角(DOD); 2 维波达角(2D-DOA); 矢量叉积测向; 偶极子分离; 张量分解

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)08-1841-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.016648

## MIMO Radar Multi-dimension Angle Estimation with Electromagnetic Vector Sensors of Noncollocating Dipoles/Loops

Fan Jin-yu Gu Hong Su Wei-min Wang Zhao

(School of Electronic Engineering and Optoelectronic Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** A novel algorithm for estimation of Azimuth Direction Of Departure (ADOD), Azimuth Direction Of Arrival (ADOA) and Elevation Direction Of Arrival (EDO A) based on bistatic MIMO radar with electromagnetic vector sensors is presented. The linear transmit array composes of multiple scalar sensors with uniform distribution, while the 2D receive array consist of several electromagnetic vector sensor subarrays. Each subarray contains six orthogonally oriented but spatially noncollocating dipoles/loops. With the application of tensor decomposition, the transmit/receive array manifolds are estimated. From the former, a group of multi-targets' DODs are calculated with an ESPRIT algorithm. An improved vector cross product direction finding algorithm is presented to estimate the targets' 2D-DOAs, based on the 2D receive array constructed with a presented arrangement of subarrays. The proposed array configuration has great advantage, in spatial aperture extending to refine the estimation accuracy, and in reducing mutual coupling. Corresponding algorithm avoid peak searching and parameter pairing processes. Simulation results are presented to verify the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** Bistatic MIMO radar; Direction Of Departure (DOD); 2D-Direction Of Arrival (2D-DOA); Vector cross product direction finding; Noncollocating dipole; Tensor decomposition

### 1 引言

近年来源于无线通信中多输入多输出(MIMO)技术的双基地 MIMO 雷达受到人们的广泛关注。文献[1]在传统相控阵雷达的基础上提出了双基地共址 MIMO 雷达的概念,相比传统阵列雷达具有更高的阵列自由度、更大的阵列孔径和更好的低截获性

能<sup>[2-4]</sup>。通过引入传统阵列雷达角度估计算法,双基地 MIMO 雷达可以同时测量目标的波达角(DOA)与波离角(DOD)实现目标定位。如文献[5]将 2 维多重信号分类(2D-MUSIC)算法引入 MIMO 雷达信号处理,提出了一种 2 维谱峰搜索法。文献[6]利用旋转不变子空间技术(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT),提出了 2 维 ESPRIT(2D-ESPRIT)算法,通过两次独立进行的 ESPRIT 算法分别估计出多个目标的 DOD 和 DOA,降低了运算量,但需要额外的配对算法。文献[7]在此基础上提出了一种自动配

2012-12-20 收到, 2013-04-03 改回

教育部博士点基金(20113219110018)和南京理工大学研究基金(2010ZDJH05, 2011ZDJH13)资助课题

\*通信作者: 樊劲宇 chisame904@gmail.com

对的 ESPRIT 算法。以上目标定位算法仅局限在 2 维平面上。文献[8]通过张量因子分解估计出信号子空间,在矩形收发阵列条件下可以同时估计出多个目标的方位向波离角(Azimuth DOD, ADOD)、俯仰向波离角(Elevation DOD, EDOD)、方位向波达角(Azimuth DOA, ADOA)、俯仰向波达角(Elevation DOA, EDOA)以及多普勒频率,并且这些参数间自动配对。以上各角度估计算法为了避免角度模糊,阵元间距要满足半波长限制。为了突破这一限制,电磁矢量传感器(ElectroMagnetic Vector Sensor, EMVS)被引入了阵列信号处理领域。

由 EMVS 构成的矢量阵列可以同时获取信号的空间信息和极化信息,因此基于 EMVS 的阵列雷达相比传统阵列雷达具有更高的目标检测性能。文献[9]提出了一种适用于单个 EMVS 阵元的矢量叉积测向法(Vector Cross-Product Direction-Finding, VCPDF)可以通过计算电磁场矢量获得 DOA 信息。文献[10]通过 EMVS 阵列获取入射波形的电磁场矢量传播方向信息,并将其用于解模糊算法,解决了传统 ESPRIT 算法在孔径扩展条件下的角度模糊问题。考虑到放置于同一点的天线间存在互耦效应,文献[11]将一个完备的 EMVS 阵元改进为各天线正交放置但相互分离的矢量阵列,并讨论了相应的测向算法,但只能实现单一方向余弦的高精度估计。文献[12]通过将 EMVS 技术引入 MIMO 雷达实现了 DOD, DOA 和极化信息的联合估计,通过扩展孔径提高了雷达参数估计性能,但只讨论了 2 维平面的目标定位问题,没有充分利用从矢量阵列中获取的多维角度信息,也没有考虑互耦效应带来的模型失真。

本文首先提出了一种基于偶极子分离结构的双基地矢量阵 MIMO 雷达系统结构。发射端为正交发射的标量阵列,接收端由多个平行于  $x$  轴的子阵组成,每个子阵包含 3 对电/磁偶极子,可获得  $x$  轴上的方向余弦,同时通过调整阵元排列构造出另一组平行于  $z$  轴的子阵,实现 2 维 DOA(2D-DOA)估计。基于以上阵列结构提出了相应的多目标 DOD 及 2D-DOA 联合估计算法。首先,从匹配滤波器输出的测量张量中估计出发射阵列各自的流形矩阵;然后,利用传统的子空间算法估计目标 DOD;最后,构造多个子阵的接收流形矩阵,再利用改进的 VCPDF 算法估计出目标的 2D-DOA。本文的角度估计算法无需额外的配对算法,采用偶极子分离的矢量阵结构削弱天线间的互耦效应,从而降低了隔离设备的使用成本,还可以通过扩展阵列孔径提高雷达的参数估计性能。

## 2 系统模型

### 2.1 基于 EMVS 的双基地 MIMO 雷达系统模型

常规矢量阵 MIMO 雷达的发射阵列由  $M$  个标量阵元组成,接收阵列由  $P$  个 EMVS 组成,每个 EMVS 包含  $\varepsilon$  个偶极子,因此共  $N=\varepsilon P$  个接收阵元。假设有  $K$  个不相关的远场目标,发射的正交窄带信号  $\mathbf{S}=[\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_m]^T \in \mathbb{C}^{M \times L}$  满足  $\mathbf{S}\mathbf{S}^H = \mathbf{I}_M$ , 其中  $(\cdot)^T$  表示转置,  $(\cdot)^H$  表示共轭转置,  $L$  为每个脉冲的采样点数,  $\mathbf{I}_M$  为  $M$  维单位矩阵。则接收到的第  $q$  个脉冲输出信号为

$$\mathbf{X}_q = \mathbf{A}_{pr} \mathbf{A}_q \mathbf{A}_t^T \mathbf{S} + \mathbf{N}_q, \quad q = 1, 2, \dots, Q \quad (1)$$

其中  $\mathbf{A}_t = [\mathbf{a}_{t1}, \dots, \mathbf{a}_{tk}]$  为发射阵列流形矩阵,  $\mathbf{a}_{tk}$  为第  $k$  个目标的发射导向矢量, 满足

$$\mathbf{a}_{tk} = \left[ 1, e^{-j2\pi d_t \cos \phi_{tk} / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi(M-1)d_t \cos \phi_{tk} / \lambda} \right]^T \quad (2)$$

$\phi_{tk} \in [0, 2\pi)$  为目标的 ADOD,  $\lambda$  为信号波长,  $d_t$  为发射阵元间距。  $\mathbf{A}_q$  是以  $\lambda_{kq} = c_{kq} e^{j2\pi f_{dk}(q-1)T}$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$  为对角元素的  $K$  维对角矩阵,  $c_{kq}$  和  $f_{dk}$  分别为第  $k$  个目标在第  $q$  个脉冲内的雷达截面积(RCS)和多普勒频率,  $T$  为脉冲重复周期。  $\mathbf{N}_q$  为零均值复加性高斯白噪声,  $Q$  为每个相干处理间隔(Coherent Processing Interval, CPI)内的脉冲个数,  $\mathbf{A}_{pr} = [\mathbf{a}_{pr1}, \dots, \mathbf{a}_{prK}]$  的第  $k$  列  $\mathbf{a}_{prk} = \mathbf{a}_{pk} \oplus \mathbf{a}_{rk}$  为第  $k$  个目标的接收导向矢量, 其中  $\oplus$  表示 Khatri-Rao 乘积,  $\mathbf{a}_{rk}$  具有类似式(2)的范德蒙德结构。完备矢量阵下  $\mathbf{a}_{pk}$  满足

$$\mathbf{a}_{pk} = \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \\ h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \theta & -\sin \phi \\ \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \\ -\sin \theta & 0 \\ -\sin \phi & -\cos \phi \cos \theta \\ \cos \phi & -\sin \phi \cos \theta \\ 0 & \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \gamma e^{j\eta} \\ \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中  $\mathbf{e}$  和  $\mathbf{h}$  分别表示电场和磁场的 3 个分量,  $\phi \in [0, 2\pi)$ ,  $\theta \in [0, \pi)$ ,  $\gamma \in [0, \pi/2]$  和  $\eta \in [-\pi, \pi)$  分别表示目标的 ADOA, EDOA, 极化幅角和极化相位差。  $\mathbf{X}_q$  经过匹配滤波器后得

$$\mathbf{Y}_q = \mathbf{X}_q \mathbf{S}^H = \mathbf{A}_{pr} \mathbf{A}_q \mathbf{A}_t^T + \mathbf{N}'_q, \quad q = 1, \dots, Q \quad (4)$$

从  $Q$  个匹配滤波输出信号中构造匹配滤波输出矩阵, 令  $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_Q]$ ,  $\mathbf{A}^T = [\boldsymbol{\lambda}_1^T, \boldsymbol{\lambda}_2^T, \dots, \boldsymbol{\lambda}_Q^T]$ ,  $\mathbf{N}' = [\mathbf{n}'_1, \mathbf{n}'_2, \dots, \mathbf{n}'_Q]$ , 其中  $\mathbf{y}_q = \text{vec}(\mathbf{Y}_q)$ ,  $\boldsymbol{\lambda}_q = \text{diag}(\mathbf{A}_q)$ ,  $\mathbf{n}'_q = \text{vec}(\mathbf{N}'_q)$ ,  $\text{vec}(\cdot)$  表示矩阵的列向量化,  $\text{diag}(\cdot)$  表示矩阵对角元素构成的列向量, 最终得到

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{A}_t \oplus \mathbf{A}_{pr}) \mathbf{A}^T + \mathbf{N}' \in \mathbb{C}^{(M \cdot N) \times Q} \quad (5)$$

利用 ESPRIT 等算法可从  $\mathbf{A}_t$  和  $\mathbf{A}_r = [\mathbf{a}_{r1}, \dots, \mathbf{a}_{rK}]$  中估计出目标的 ADOD 和 2D-DOA。当接收阵元间距大于  $\lambda/2$  时接收方向余弦会存在周期性模糊, 可以

通过  $\mathbf{A}_p = [\mathbf{a}_{p1}, \dots, \mathbf{a}_{pK}]$  求取归一化波印廷矢量  $\mathbf{p}$  (Poynting Vector)<sup>[9]</sup> 得到目标方向余弦  $u, v$  和  $w$  的粗略估计实现解模糊。

在实际工程中若发射波形未完全正交，导致匹配滤波主瓣下降，会影响 MIMO 雷达的目标检测性能。同时自相关矩阵  $\mathbf{S}\mathbf{S}^H = \mathbf{R}_M \neq \mathbf{I}_M$ ，式(4)变为  $\mathbf{Y}_q = \mathbf{A}_q \mathbf{A}_q^T \mathbf{R}_M + \mathbf{N}'_q$ ，这将在角度估计中引入误差。文献[13]提出了一种自适应脉冲压缩算法可以改善这一问题。此外，实际应用中接收端同时存在主极化分量和正交极化分量，这将使得波印廷矢量  $\mathbf{p}$  的估计存在误差。然而  $\mathbf{p}$  只是用于解决 DOA 算法的角度模糊问题，只要天线极化纯度能够保证由  $\mathbf{p}$  得到的方向余弦的估计误差不超出模糊解的模糊周期，就不会影响最终的 DOA 估计精度。本文仅考虑发射波形完全正交且接收天线极化纯度无穷大的理想情况。

### 2.2 偶极子分离的 2 维矢量接收阵模型

式(3)是建立在忽略天线之间互耦效应的基础上的，但实际工程中空间共点的偶极子间互耦效应问题将不可避免，通过把偶极子分散放置可以弱化其影响<sup>[11]</sup>。对每个六元子阵约束如下：(1) 3 个电偶极子和 3 个磁偶极子分别放置在两平行直线上；(2) 电偶极子  $E_x$  与  $E_y$  的距离等于磁偶极子  $H_x$  与  $H_y$  的距离， $E_y, E_z, H_y$  和  $H_z$  也满足相同的等距关系；(3) 电偶极子与磁偶极子对称排列。在此约束条件下，偶极子的排列方式有 3 种，如图 1(a), 1(b), 1(c)。

用矢量  $\bar{\mathbf{d}} = [\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}]^T$  表示平行线的指向， $\bar{u} = \sin \bar{\theta} \cdot \cos \bar{\phi}$ ， $\bar{v} = \sin \bar{\theta} \sin \bar{\phi}$  和  $\bar{w} = \cos \bar{\theta}$  分别表示 3 个方向余弦，其中  $\bar{\phi}$  和  $\bar{\theta}$  分别表示  $\bar{\mathbf{d}}$  的方位角和俯仰角。设  $H_x$  相对于  $E_x$  的坐标为  $(x_h, y_h, z_h)$ ，仿照波印廷矢量  $\mathbf{p}$  的求法从  $\mathbf{A}_{pr}$  中求得矢量  $\tilde{\mathbf{p}}$ ，仍将其称为归一化波印廷矢量。

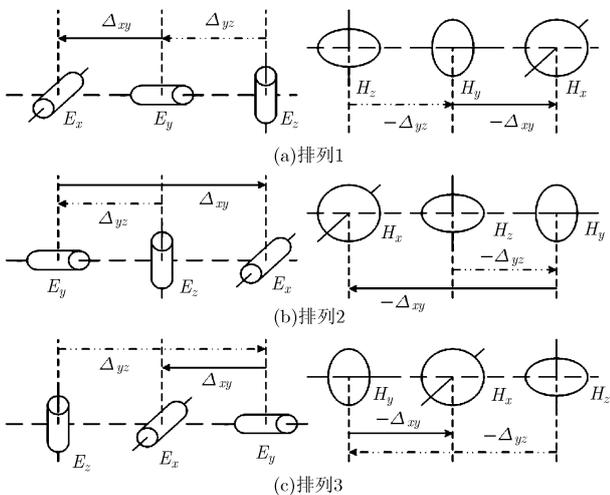


图 1 偶极子分离矢量阵排列方式

$$\tilde{\mathbf{p}} = e^{j2\pi(x_h u + y_h v + z_h w)/\lambda} \begin{bmatrix} u \cdot e^{-j2\pi(2\Delta_{xy} + \Delta_{yz})(\bar{u}u + \bar{v}v + \bar{w}w)/\lambda} \\ v \cdot e^{-j2\pi(\Delta_{xy} + \Delta_{yz})(\bar{u}u + \bar{v}v + \bar{w}w)/\lambda} \\ w \cdot e^{-j2\pi\Delta_{xy}(\bar{u}u + \bar{v}v + \bar{w}w)/\lambda} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$\tilde{\mathbf{p}}$  中每个元素的相位项包含存在周期性模糊的方向余弦高精度解，可以利用其幅度项中包含的低精度解实现解模糊。由式(6)可知每个子阵中  $E_x$  的坐标对  $\tilde{\mathbf{p}}$  的计算没有影响，因此可以用多个六元子阵来构造 2 维接收阵列。再将不同子阵的电偶极子阵和磁偶极子阵交叉放置，实现图 1 中 3 种排列方式，构造如图 2 所示由 18 个偶极子组成的 2 维接收阵列。

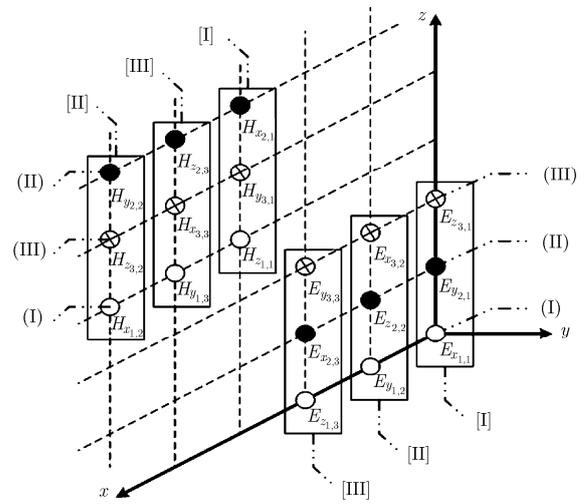


图 2 矢量接收阵列布阵方式

图 2 中阵元标注  $E_{x2,3}$  表示指向  $x$  方向的电偶极子，属于  $x$  向子阵(II)，同时属于  $z$  向子阵(III)，其它阵元标注以此类推。 $x$  方向和  $z$  方向的阵元间距均为  $d_r$ ，且阵元  $E_{y3,3}$  与  $H_{z1,1}$  的距离在  $x$  轴和  $z$  轴上的投影也均为  $d_r$ 。 $x$  向子阵(I)~(III)的阵元由图形“○”“●”“⊗”来区分， $z$  向子阵[I]~[III]的阵元用方框标出。该 2 维阵列在  $x$  方向和  $z$  方向同时存在 3 个六元子阵，可以得到方向余弦  $u$  和  $w$  的高精度解，再根据方向余弦的叉积关系求出  $v$  的高精度解。

## 3 基于偶极子分离的矢量阵 MIMO 雷达收发角度估计算法

### 3.1 张量因子分解估计阵列流形矩阵

式(5)中匹配滤波器的输出数据  $\mathbf{Y}$  具有多维结构，是测量张量  $\mathcal{Y} \in \mathbb{C}^{M \times N \times Q}$  的第 3 模式展开矩阵的转置，记为  $\mathbf{Y}_{(3)} = [\mathcal{Y}_{(3)}]^T$ ， $\mathbf{A}_t$ ， $\mathbf{A}_{pr}$  和  $\mathbf{A}$  称为张量的因子矩阵。同理存在另两个等效矩阵  $\mathbf{Y}_{(1)} = [\mathcal{Y}_{(1)}]^T$  和  $\mathbf{Y}_{(2)} = [\mathcal{Y}_{(2)}]^T$ 。张量因子分解就是根据矩阵  $\mathbf{Y}_{(1)}$ ， $\mathbf{Y}_{(2)}$  和

$\mathbf{Y}_{(3)}$  通过交替最小二乘算法 (Alternating Least Squares, ALS) 估计出矩阵  $\mathbf{A}_t$ ,  $\mathbf{A}_{pr}$  和  $\mathbf{A}$ , 使得代价函数  $\varepsilon = \|\mathbf{Y}_{(3)} - (\mathbf{A}_t \oplus \mathbf{A}_{pr})\mathbf{A}^T\|_F^2$  收敛到最小值。算法的主要步骤为: (1) 设定矩阵  $\mathbf{A}_t$ ,  $\mathbf{A}_{pr}$ ,  $\mathbf{A}$  的初值; (2) 给定  $\mathbf{A}_{pr}$ ,  $\mathbf{A}$ , 根据  $\hat{\mathbf{A}}_t = (\mathbf{A}_{pr} \oplus \mathbf{A})^+ \mathbf{Y}_{(1)}$  更新  $\hat{\mathbf{A}}_t$ , 式中  $[\cdot]^+$  表示 Moore-Penrose 逆矩阵; 同理, 根据  $\hat{\mathbf{A}}_{pr} = (\mathbf{A} \oplus \hat{\mathbf{A}}_t)^+ \mathbf{Y}_{(2)}$ ,  $\hat{\mathbf{A}} = (\hat{\mathbf{A}}_t \oplus \hat{\mathbf{A}}_{pr})^+ \mathbf{Y}_{(3)}$  依次更新  $\hat{\mathbf{A}}_{pr}$ ,  $\hat{\mathbf{A}}$ ; (3) 若代价函数收敛, 则本次更新得到的  $\hat{\mathbf{A}}_t$ ,  $\hat{\mathbf{A}}_{pr}$ ,  $\hat{\mathbf{A}}$  即为各流形矩阵的估计; 若不收敛则重复步骤(2)直至算法收敛。

由文献[14]可知当目标数  $K$  满足  $k_{A_t} + k_{A_{pr}} + k_A \geq 2K + 2$  时张量分解各列仅存在幅度和顺序上的模糊, 其中  $k_{A_t}$ ,  $k_{A_{pr}}$  和  $k_A$  分别表示矩阵  $\mathbf{A}_t$ ,  $\mathbf{A}_{pr}$  和  $\mathbf{A}$  的秩。由于  $k_{A_t} \leq M$ ,  $k_{A_{pr}} \leq N$ , 且当快拍数  $Q$  大于  $K$  时有  $k_A = K$ , 当目标数  $K$  满足  $K \leq M + N - 2$  时张量分解唯一。ALS算法得到的3个矩阵相同列对应同一目标, 各维角度可以实现自动配对。

### 3.2 基于 ESPRIT 算法的发射角估计

设发射阵列为均匀线阵, 将第 1 到  $(M-1)$  个阵元划分为第 1 个子阵, 第 2 到  $M$  个阵元划分为第 2 个子阵。设  $\mathbf{A}_t^{(1)}$  和  $\mathbf{A}_t^{(2)}$  分别为两个子阵的发射流形矩阵, 第  $k$  列分别为  $\mathbf{a}_{t,k}^{(1)}$  和  $\mathbf{a}_{t,k}^{(2)}$ , 利用旋转不变特性可得

$$\hat{\mathbf{a}}_{t,k}^{(2)} = c\mathbf{a}_{t,k}^{(2)} = c\mathbf{a}_{t,k}^{(1)}\hat{\Phi}_{\theta_{t,k}} = \hat{\mathbf{a}}_{t,k}^{(1)}\hat{\Phi}_{\theta_{t,k}} \quad (7)$$

其中  $c$  为由幅度模糊产生的任一复数, 易得

$$\hat{\Phi}_{\theta_{t,k}} = [\hat{\mathbf{a}}_{t,k}^{(1)}]^+ \hat{\mathbf{a}}_{t,k}^{(2)} = e^{-j2\pi d_t \cos \theta_{t,k} / \lambda} \quad (8)$$

其中  $\hat{\mathbf{a}}_{t,k}^{(1)}$ ,  $\hat{\mathbf{a}}_{t,k}^{(2)}$  为从  $\hat{\mathbf{A}}_t$  得到的  $\mathbf{a}_{t,k}^{(1)}$ ,  $\mathbf{a}_{t,k}^{(2)}$  的估计, 则第  $k$  个目标的 ADOD 的估计为

$$\hat{\phi}_{t,k} = \cos^{-1} \left( \frac{\arg(\hat{\Phi}_{\theta_{t,k}})}{2\pi d_t} \cdot \lambda \right) \quad (9)$$

$\arg(\cdot)$  表示取复数的幅角,  $\cos^{-1}(\cdot)$  表示反余弦函数。该算法要求发射阵元间距满足  $d_t \leq \lambda/2$ 。

### 3.3 偶极子分离矢量阵 2D-DOA 估计

对于图 1 中所述偶极子分离的六元矢量接收子阵, 通过 3.1 节中算法可求得流形矩阵的估计  $\hat{\mathbf{A}}_{pr}^{(6)}$ , 取第  $k$  列导向矢量即可通过式(6)估计出第  $k$  个目标的归一化波印廷矢量。以图 2 中指向  $x$  轴正方向的子阵(I)为例, 可得  $\bar{u}=1$ ,  $\bar{v}=\bar{w}=0$ ,  $x_h=5d_r$ ,  $y_h=0$ ,  $z_h=3d_r$ ,  $\Delta_{xy}=\Delta_{yz}=d_r$ 。令该子阵估计出的归一化波印廷矢量为  $\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)}$ , 则

$$\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)} = \begin{bmatrix} u \cdot e^{j2\pi d_r(2u+3w)/\lambda} \\ v \cdot e^{j2\pi d_r(3u+3w)/\lambda} \\ w \cdot e^{j2\pi d_r(4u+3w)/\lambda} \end{bmatrix} \quad (10)$$

令  $[\tilde{\mathbf{q}}_x^{(1)}]_1 = e^{j\arg([\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)}]_1)} = e^{j2\pi d_r(2u+3w)/\lambda}$ , 其中  $[\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)}]_1$ ,  $[\tilde{\mathbf{q}}_x^{(1)}]_1$  分别表示向量  $\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)}$ ,  $\tilde{\mathbf{q}}_x^{(1)}$  的第 1 个元素。则由子阵(I)求得的  $u$ ,  $v$  和  $w$  的低精度解为

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}'_{x,1} &= [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)}]_1 \cdot ([\tilde{\mathbf{q}}_x^{(1)}]_1)^* \\ \hat{v}'_{x,1} &= [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)}]_2 \cdot ([\tilde{\mathbf{q}}_x^{(1)}]_2)^* \\ \hat{w}'_{x,1} &= [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)}]_3 \cdot ([\tilde{\mathbf{q}}_x^{(1)}]_3)^* \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

仿照式(10)求法可得  $\tilde{\mathbf{p}}_x^{(2)}$ ,  $\tilde{\mathbf{p}}_x^{(3)}$ ,  $\tilde{\mathbf{p}}_z^{(1)}$ ,  $\tilde{\mathbf{p}}_z^{(2)}$  和  $\tilde{\mathbf{p}}_z^{(3)}$  分别对应图 2 中子阵(II), (III), (I), (II) 和 (III):

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mathbf{p}}_x^{(2)} &= \begin{bmatrix} u \cdot e^{j2\pi d_r(4u+4w)/\lambda} \\ v \cdot e^{j2\pi d_r(2u+4w)/\lambda} \\ w \cdot e^{j2\pi d_r(3u+4w)/\lambda} \end{bmatrix}, & \tilde{\mathbf{p}}_x^{(3)} &= \begin{bmatrix} u \cdot e^{j2\pi d_r(3u+2w)/\lambda} \\ v \cdot e^{j2\pi d_r(4u+2w)/\lambda} \\ w \cdot e^{j2\pi d_r(2u+2w)/\lambda} \end{bmatrix}, \\ \tilde{\mathbf{p}}_z^{(1)} &= \begin{bmatrix} u \cdot e^{j2\pi d_r(3u+2w)/\lambda} \\ v \cdot e^{j2\pi d_r(3u+3w)/\lambda} \\ w \cdot e^{j2\pi d_r(3u+4w)/\lambda} \end{bmatrix}, & \tilde{\mathbf{p}}_z^{(2)} &= \begin{bmatrix} u \cdot e^{j2\pi d_r(4u+4w)/\lambda} \\ v \cdot e^{j2\pi d_r(4u+2w)/\lambda} \\ w \cdot e^{j2\pi d_r(4u+3w)/\lambda} \end{bmatrix}, \\ \tilde{\mathbf{p}}_z^{(3)} &= \begin{bmatrix} u \cdot e^{j2\pi d_r(2u+3w)/\lambda} \\ v \cdot e^{j2\pi d_r(2u+4w)/\lambda} \\ w \cdot e^{j2\pi d_r(2u+2w)/\lambda} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

将所有求得的  $u$ ,  $v$  和  $w$  的低精度解取平均作为其低精度估计  $\hat{u}'$ ,  $\hat{v}'$  和  $\hat{w}'$ 。

波印廷矢量的相位项包含方向余弦  $u$  和  $w$  的信息, 由式(10)可得  $\tilde{\mathbf{q}}_x^{(1)}$  的各元素间存在旋转不变因子  $e^{j2\pi d_r u / \lambda}$ , 因此还可以得到  $u$  的高精度解。用式(10), 式(12)构造如下向量:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{g}_u^{(1)} &= \left[ [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(3)}]_3 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)}]_1 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(2)}]_2 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(3)}]_3 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(1)}]_1 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(2)}]_2 \right. \\ &\quad \left. [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(3)}]_1 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)}]_2 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(2)}]_3 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(1)}]_1 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(2)}]_2 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(3)}]_3 \right] \\ \mathbf{g}_u^{(2)} &= \left[ [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(3)}]_1 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)}]_2 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(2)}]_3 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(1)}]_1 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(2)}]_2 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(3)}]_3 \right. \\ &\quad \left. [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(3)}]_2 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)}]_3 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(2)}]_1 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(2)}]_2 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(3)}]_3 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(1)}]_1 \right] \\ \mathbf{g}_w^{(1)} &= \left[ [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(3)}]_3 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)}]_1 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(2)}]_2 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(3)}]_3 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(1)}]_1 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(2)}]_2 \right. \\ &\quad \left. [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)}]_1 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(2)}]_2 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(3)}]_3 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(3)}]_1 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(1)}]_2 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(2)}]_3 \right] \\ \mathbf{g}_w^{(2)} &= \left[ [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)}]_1 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(2)}]_2 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(3)}]_3 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(3)}]_1 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(1)}]_2 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(2)}]_3 \right. \\ &\quad \left. [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(2)}]_2 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(3)}]_3 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_x^{(1)}]_1 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(3)}]_2 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(1)}]_3 \quad [\tilde{\mathbf{p}}_z^{(2)}]_1 \right] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中  $[\tilde{\mathbf{p}}_a^{(b)}]_c$  表示指向坐标轴  $a$  的第  $b$  个子阵估计出的归一化波印廷矢量的第  $c$  个元素。通过观察各  $[\tilde{\mathbf{p}}_a^{(b)}]_c$  的表达式可得  $\mathbf{g}_u^{(1)} \cdot e^{j2\pi d_r u / \lambda} = \mathbf{g}_u^{(2)}$ ,  $\mathbf{g}_w^{(1)} \cdot e^{j2\pi d_r w / \lambda} = \mathbf{g}_w^{(2)}$ , 由此可求得  $u$  和  $w$  的高精度解

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}'' &= \frac{\lambda}{2\pi d_r} \arg[(\mathbf{g}_u^{(1)})^+ \mathbf{g}_u^{(2)}] \\ \hat{w}'' &= \frac{\lambda}{2\pi d_r} \arg[(\mathbf{g}_w^{(1)})^+ \mathbf{g}_w^{(2)}] \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

当阵元间距  $d_r > \lambda/2$  时  $\hat{u}'$  和  $\hat{w}'$  存在一组间隔为  $\lambda/d_r$  的模糊解, 此时可通过低精度解  $\hat{u}'$  为  $\hat{w}'$  解模糊。构造代价函数  $\varepsilon = |\hat{u}' - \hat{w}' - n'' \cdot \lambda/d_r|$ , 其中  $n''$  是区间  $[(-\hat{u}' - 1) \cdot \lambda/d_r, (-\hat{u}' + 1) \cdot \lambda/d_r]$  内的所有整数中使得  $\varepsilon$  取值最小的整数, 则  $\hat{u}'$  的不模糊解为

$$\hat{u} = \hat{u}' + n'' \cdot \lambda/d_r \quad (15)$$

同理可求得方向余弦  $w$  的高精度不模糊估计  $\hat{w}$ 。由于整个 2 维接收阵列分布在  $xz$  平面内, 各阵元接收到的入射波在  $y$  轴方向上并不存在因阵元位置而产生的波程差, 从式(11)中只能得到  $\hat{v}$ , 其估计精度不如式(15)中的  $\hat{u}$ 。将  $\hat{u}, \hat{w}$  分别沿  $x, z$  轴构造成向量  $\hat{u} = [\hat{u}, 0, 0]$  和  $\hat{w} = [0, 0, \hat{w}]$ , 通过  $\hat{v} = \hat{w} \times \hat{u} = [0, \hat{v}, 0]$  即可求得方向余弦  $v$  的高精度估计  $\hat{v}$ , 最终得到第  $k$  个目标的 2D-DOA 估计

$$\left. \begin{aligned} \hat{\phi}_r &= \arctan\left(\frac{\hat{v}}{\hat{u}}\right) \\ \hat{\theta}_r &= \arccos(\hat{w}) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

### 4 仿真实验

本节通过蒙特卡罗仿真实验验证本文所提算法的有效性, 并与文献[8,10]中算法的估计精度作对比。假设本文所用的矢量接收阵列具有如图2所示结构, 文献[8]的标量接收阵列为  $xz$  平面上的  $3 \times 6$  均匀面阵,  $x$  方向阵元个数大于  $z$  方向, 阵元间距为  $\lambda/2$ , 文献[10]的矢量接收阵列由3个常规六元完备矢量阵元在  $xz$  平面上组成 L 型阵列, 阵元间距与本文所用阵列相同。为保证可比性, 3种 MIMO 雷达接收阵元个数相同, 发射阵列均为水平放置的 5 阵元均匀线阵, 阵元间距为  $\lambda/2$ 。5 个不相关的远场目标的参数  $\{\phi_t, \phi_r, \theta_r, \gamma, \eta\}$  分别为  $\{88^\circ, 65^\circ, 83^\circ, 45^\circ, -90^\circ\}$ ,  $\{73^\circ, 72^\circ, 79^\circ, 45^\circ, 90^\circ\}$ ,  $\{84^\circ, 81^\circ, 71^\circ, 45^\circ, 90^\circ\}$ ,  $\{69^\circ, 68^\circ, 73^\circ, 45^\circ, -90^\circ\}$  和  $\{79^\circ, 75^\circ, 80^\circ, 45^\circ, 90^\circ\}$ 。噪声为相互独

立的零均值复加性高斯白噪声。以所有目标对应角度估计的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)来衡量算法性能, 进行 100 次独立的蒙特卡罗实验。各图中实线、点划线和虚线分别表示本文提出算法、标量阵雷达和常规矢量阵雷达的仿真数据, 对应下标分别为  $d, s$  和  $v$ 。

图3为 3 种 MIMO 雷达对目标 ADOD, ADOA, EDOA 的估计误差随信噪比变化曲线。快拍数为 100, 信噪比变化范围为  $[0 \text{ dB}, 30 \text{ dB}]$ , 矢量接收阵列的阵元间距为  $10\lambda$ , 空间内存在前 3 个目标。由图可知, 随着信噪比提高, 3 种 MIMO 雷达估计误差同步下降。由于阵元间距的增大, 矢量阵 MIMO 雷达的估计精度均大于标量阵 MIMO 雷达, 这个优势在低信噪比时仍然保持。本文提出的算法与常规矢量阵 MIMO 雷达估计精度相当, 但是可以降低天线互耦效应。

图4为本文提出的 MIMO 雷达和常规矢量阵 MIMO 雷达对目标参数估计误差随接收阵元间距变化曲线。快拍数为 100, 信噪比为  $0 \text{ dB}$ , 阵元间距变化范围为  $[2\lambda, 20\lambda]$ , 目标数为 3。由图4可知, DOA 估计误差随着阵元间距的增大而减小, 本文提出的算法与常规矢量阵 MIMO 雷达相比并没有因为阵元分离而使得性能大幅下降。由于发射阵元间距不变, 因此 DOD 估计误差变化不大。

图5为 3 种 MIMO 雷达对目标参数估计误差随快拍数变化曲线, 快拍数变化范围为  $[10, 100]$ , 信噪比为  $0 \text{ dB}$ , 矢量阵阵元间距为  $10\lambda$ , 目标数为 3。由图5可知, 估计误差随快拍数的增大而减小, 且在低快拍数条件下本文提出的算法与常规矢量阵 MIMO 雷达性能相当, 均比标量阵 MIMO 雷达具有更高的估计精度。

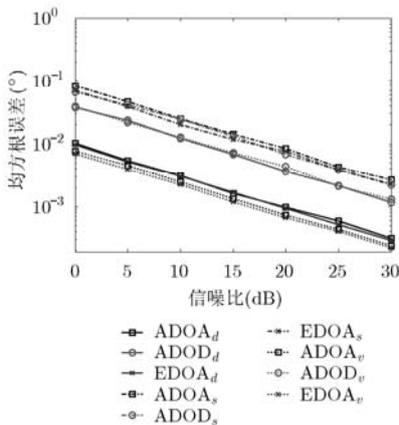


图3 估计误差与信噪比关系曲线

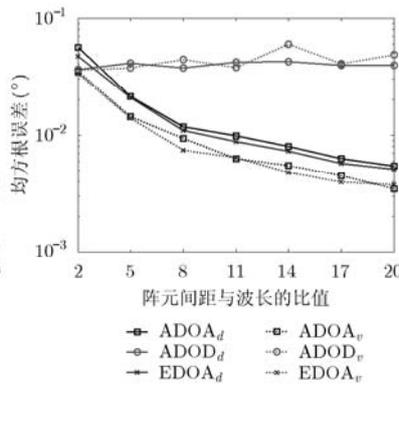


图4 估计误差与接收阵元间距关系曲线

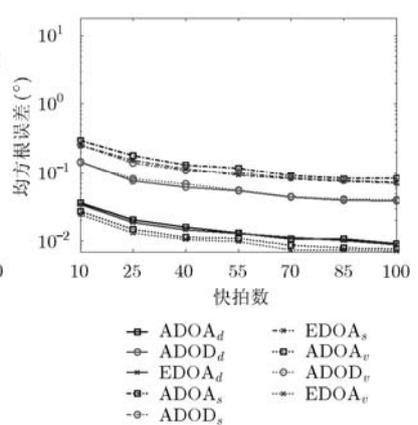


图5 估计误差与每个 CPI 内快拍数关系曲线

图6为3种MIMO雷达对目标参数估计误差随空间内目标个数变化曲线。快拍数为100，信噪比为0 dB，矢量阵阵元间距为 $10\lambda$ ，目标数变化范围为[1, 5]。由图6可知，本文提出的算法与常规矢量阵MIMO雷达在目标数增大时估计误差的上升幅度均低于标量阵MIMO雷达。

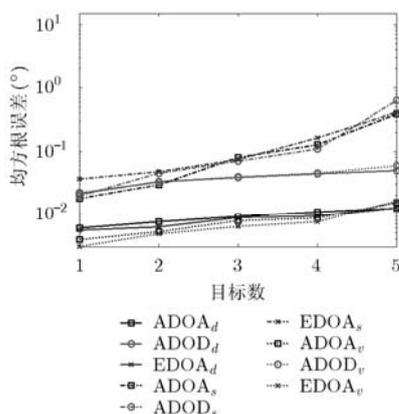


图6 估计误差与目标数关系曲线

## 5 结论

本文提出了一种基于EMVS的双基地MIMO雷达目标多参数估计算法，用于实现阵列孔径扩展，并削弱天线互耦效应。该雷达发射阵列为标量阵列，接收阵列作为一种电磁偶极子相互分离的2维矢量阵列。文中提出了一种存在子阵的复用接收阵排列方式，并讨论了相应的角度估计算法，该算法首先从测量张量中分解出各流形矩阵，然后利用经典算法(如ESPRIT算法)估计出DOD，最后改进了VCPDF算法以估计2D-DOA。仿真结果表明该算法在不同信噪比、快拍数和目标数的条件下都具有良好的估计性能，不需要额外的配对算法，而且接收阵列间距不受半波长限制，可通过扩展孔径提高角度估计精度。

## 参考文献

- [1] Rabideau D J and Parker P. Ubiquitous MIMO multifunction digital array radar[C]. The Thirty-Seventh Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, California, USA, 2003: 1057-1064.
- [2] Wang H, Liao G, Wang Y, et al. On parameter identifiability of MIMO radar with waveform diversity[J]. *Signal Processing*, 2011, 91(8): 2057-2063.
- [3] Gogineni S and Nehorai A. Sparsity-based MIMO noise radar for multiple target estimation[C]. 2012 IEEE 7th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM), Hoboken, NJ, 2012: 33-36.
- [4] Hassaniien A and Vorobyov S A. Subspace-based direction finding using transmit energy focusing in MIMO radar with colocated antennas[C]. 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Prague, Czech Republic, 2011: 2788-2791.
- [5] Ji L, Conan J, and Pierre S. Joint estimation of channel parameters for MIMO communication systems[C]. The 2nd International Symposium on Wireless Communication Systems, Siena, Italy, 2005: 22-26.
- [6] Duofang C, Baixiao C, and Guodong Q. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(12): 770-771.
- [7] Jinli C, Hong G, and Weimin S. Angle estimation using ESPRIT without pairing in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(24): 1422-1423.
- [8] Yuanbing C, Hong G, and Weimin S. Joint 4-D angle and Doppler shift estimation via tensor decomposition for MIMO array[J]. *IEEE Communications Letters*, 2012, 16(6): 917-920.
- [9] Nehorai A and Tichavsky P. Cross-product algorithms for source tracking using an EM vector sensor[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(10): 2863-2867.
- [10] Zoltowski M D and Wong K T. ESPRIT-based 2-D direction finding with a sparse uniform array of electromagnetic vector sensors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(8): 2195-2204.
- [11] Wong K T and Xin Y. "Vector Cross-Product Direction-Finding" with an electromagnetic vector-sensor of six orthogonally oriented but spatially noncollocating dipoles/loops[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(1): 160-171.
- [12] 王克让, 朱晓华, 何劲. 基于矢量传感器MIMO雷达的DOD+DOA和极化联合估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(1): 160-165.  
Wang Ke-rang, Zhu Xiao-hua, and He Jin. Joint DOD DOA and polarization estimation for MIMO radar with electromagnetic vector sensors[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(1): 160-165.
- [13] 刘韵佛, 刘峥, 谢荣. 互相关干扰下的MIMO雷达自适应脉冲压缩方法[J]. *西安电子科技大学学报(自然科学版)*, 2011, 38(4): 89-94.  
Liu Yun-fo, Liu Zheng, and Xie Rong. Adaptive pulse compression for MIMO radar in cross correlation interference[J]. *Journal of Xidian University*, 2011, 38(4): 89-94.
- [14] Ahmad K, Laurent A, and Lieven D L. Iterative methods for the canonical decomposition of multi-way arrays: application to blind underdetermined mixture identification[J]. *Signal Processing*, 2011, 91(8): 1789-1802.

樊劲宇: 男, 1985年生, 博士生, 研究方向为MIMO雷达阵列信号处理、目标定位等。

顾红: 男, 1967年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为噪声雷达、MIMO雷达信号处理、雷达成像、目标识别等。

苏卫民: 男, 1959年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为阵列信号处理、雷达成像等。