## 基于多测量动态聚类的压缩感知增强成像方法

王鹏宇\* 宋千 周智敏

(国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

**摘 要:**噪声环境下的稀疏信号重构可以转换为带约束的二次规划问题,通过正则化算法可以有效求解,而正则化 参数 λ 却是影响重构质量的重要因素。广义交叉验证(Generalized Cross-Validation, GCV)算法是噪声未知条件下 估计 λ 的有效算法,但当信噪比较低时却无法保证 λ 收敛于全局最优,导致重构图像信杂比降低,甚至造成目标丢 失。为实现低信噪比环境下稀疏信号的稳健重构,该文提出基于多测量动态聚类(Multi-Measurement Dynamic Clustering, MMDC)的压缩感知(Compressive Sensing, CS)增强成像方法。新方法首先对初始观测数据进行多次随 机抽取,然后通过CS处理获得重构图像序列,最后利用动态聚类算法实现对原信号的稳健重构,在改善重构图像 质量的同时也有效地抑制了杂波。另外,鉴于GCV计算量大及MMDC对 λ 估计误差的不敏感,该文提出基于简化 GCV算法的MMDC增强成像方法,仿真及实测数据的处理结果均验证了所提方法的有效性。

关键词: 雷达增强成像; 压缩感知; 动态聚类; 广义交叉验证; 杂波抑制

中图分类号: TN957.52 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2013)11-2664-08 DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.01582

# Enhanced Compressive Imaging Approach Based on Multi-measurement and Dynamic Clustering

Wang Peng-yu Song Qian Zhou Zhi-min

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology,

Changsha 410073, China)

Abstract: In noisy environments, signal reconstruction can be converted into the issue of bound constrained quadratic programming which can be resolved by the regularization programming algorithm, but the reconstruction quality depends heavily on the regularization parameter  $\lambda$ . Without any apriori knowledge of noise, the Generalized Cross-Validation (GCV) algorithm provides a suitable way for  $\lambda$  estimation. But in low Signal-to-Noise Ratio (SNR) conditions, it is difficult for GCV to guarantee  $\lambda$  perfect convergence at the global optimum, which results in the Signal-to-Clutter Ratio (SCR) of the reconstructed image declining and targets missing. For robust reconstruction in low SNR conditions, the enhanced compressive imaging approach based on Multi-Measurement and Dynamic Clustering (MMDC) is proposed in this paper. First, it extracts randomly the original measured data by multiple times. Second, it receives the image series by CS processing. Finally, it implements robust reconstruction by clustering the image series with DC algorithm. Both the simulated and experimental results indicate that MMDC not only improves the reconstruction quality, but also receives effective clutter suppression. Due to the heavy computation of GCV and the insensitivity of MMDC to  $\lambda$  estimation error, the MMDC based on a simplified GCV algorithm is also proposed in this paper.

**Key words**: Enhanced radar imaging; Compressive Sensing (CS); Dynamic Clustering (DC); Generalized Cross-Validation (GCV); Clutter suppression

1 引言

压缩感知(Compressive Sensing, CS)是近几年 发展起来建立在信号稀疏表示和逼近理论基础上的

\*通信作者: 王鹏宇 kedawangpengyu@yahoo.com.cn

新的研究领域<sup>[1]</sup>,它充分利用目标信号的稀疏特性, 通过最优化求解就可以从少量的随机测量数据以高 概率重构出原信号。CS理论发展至今,已成功应用 于 合成孔径 雷达<sup>[2]</sup>(Synthetic Aperture Radar, SAR)、逆合成孔径雷达<sup>[3]</sup>以及地表穿透雷达<sup>[4]</sup>的高 分辨成像。由CS理论可知:稀疏信号重构的实质是 求解欠定方程组的既定解,虽然方程组的欠定使得 正确解的求解成为一个概率事件,但信号的稀疏性 约束却在一定程度上保证了方程组解的确定性,换

<sup>2012-12-07</sup> 收到, 2013-05-30 改回

国家自然科学基金项目(61271441),全国优秀博士学位论文作者专 项资金(201046)和新世纪优秀人才支持计划(NCET-10-0895)资助课 题

言之,如果信号是稀疏或可压缩的,那么就可以根 据少量的随机投影以高概率重构。但对实际环境中 的含噪信号而言,噪声在破坏其稀疏性的同时也弱 化了对欠定方程组解的约束,导致信号重构概率的 降低,造成CS对信号重构的不精确甚至无效。为解 决这一问题,近年来研究人员提出了一些行之有效 的算法,包括CSDN算法<sup>[5]</sup>、LASSO算法<sup>[6]</sup>、GP算 法<sup>[7]</sup>、FOCUSS算法<sup>[8,9]</sup>等,其中CSDN算法与LASSO 算法分别适用于噪声已知和目标稀疏度已知的情 况,而基于L范数的GP算法则将含噪稀疏信号的重 构转换为带约束二次规划(Bound Constrained Quadratic Programming, BCQP)问题,并且不需要 对噪声与目标稀疏性做任何先验假设。虽然基于  $l_{n}$  (0 < p < 1) 范数的FOCUSS算法是其它3种算法 的一般形式,并且能够较为有效地减少数据冗余度, 但是1。范数优化是一个非凸规划问题,有许多数学 问题亟待解决,因此适用性不强。从算法稳健性及 实用性考虑,本文采用GP算法用于稀疏信号的重构 处理。尽管上述重构方法采取了不同的约束形式, 但对噪声的抑制都采用了2-范数的约束形式,由于 2-范数无法体现信号的稀疏性,这使得恢复信号的 稀疏度与无噪条件下的精确值具有较大偏差,导致 恢复信号的系数幅度较真实幅值偏小,这是压缩感 知理论中恢复含噪信号时普遍存在的问题,即幅度 损失,这是现有恢复算法中的难点问题。

尽管CS理论及应用得到了广泛发展,但在设计 实际的CS雷达系统之前仍有许多未解难题<sup>[10]</sup>,因此 现阶段CS重构研究所用的随机测量数据集大多是 对Nyquist采样获得的完备数据的随机抽取子集<sup>[11]</sup>。 虽然基于正则规划的GP算法是一种较为稳健的稀 疏含噪信号重构方法,但重构质量却在较大程度上 依赖于正则化参数λ的估计准确度。λ的选择是正 则规划的基本问题,一般可以利用对观测数据的统 计分析进行估计,如SURE(Stein's Unbiased Risk Estimator) 算法<sup>[12]</sup>、GCV(Generalized Cross-Validation)算法<sup>[13]</sup>以及用于图像处理的L-curve算 法<sup>[14]</sup>等。其中,SURE算法与GCV算法都是通过求 解预测风险(或预测均方误差)的期望值最小来估计  $\lambda$ ,其不同之处在于SURE算法要求噪声方差已知或 可精确估计,而GCV算法则不需要噪声方差的任何 先验知识,适用性更强。L-curve算法则是通过搜索 稀疏系数2范数与估计误差的对数曲线拐点来估计  $\lambda$ ,虽然拐点处的 $\lambda$ 能够平衡正则误差与稀疏系数 扰动误差,但是估计的 $\lambda$ 较SURE与GCV算法相比 偏小,难以获得较为满意的重构结果,因此本文采 用GCV算法估计λ。虽然文献[15]给出了GCV算法 的具体流程,但仿真试验只对高信噪比(10~30 dB) 条件下算法的有效性进行了验证,然而对于实际 SAR系统而言,大观测角会导致有效观测数据的信 噪比降低(通常在0 dB以下),这使得研究GCV算法 在较低信噪比条件下对稀疏信号稳健重构的适用性 将变得尤为重要。由于低信噪比条件下的噪声能量 远大于信号能量,噪声在破坏信号稀疏性的同时也 会导致GCV算法对λ的有偏估计而无法收敛于全局 最优值,造成重构图像的信噪比下降甚至丢失目标。

由于CS重构问题可视为概率事件,先验条件(测 量矩阵、正则化参数、重构算法等)决定着信号的重 构概率,经过多次测量及重构处理后,对于每个像 素点均存在一个重构序列,随着测量次数的增加, 每个像素点成功重构的比例将越来越趋近于重构概 率,这就启发作者设计一种新的CS重构方法,它综 合利用多次随机观测的结果通过聚类算法实现对含 噪信号的有效重构,这即为本文将要讨论的多测量 动态聚类(Multi-Measurement Dynamic Clustering, MMDC)方法。本文首先在第2节介绍了压缩感知原 理并给出GCV算法的处理流程,然后通过仿真试验 对正则化参数的影响性进行了分析,为实现稳健重 构,文章第3节主要对MMDC方法进行了详细介绍, 包括: 数据子集的随机抽取、正则化参数估计以及 利用动态聚类算法提取像素点序列中心,与传统雷 达成像的相干处理方法(均匀加权)相比具有较好的 重构效果。另外,由于GCV算法估计 $\lambda$ 的计算量较 大,以及MMDC方法对 $\lambda$ 估计误差的不敏感性,本 文又提出了基于简化GCV估计的MMDC重构方法, 该方法将GCV算法对 $\lambda$ 的最佳估计变为区间估计, 在降低λ估计计算复杂度的同时利用MMDC方法依 然可以实现信号的稳健重构。

## 2 压缩感知原理及GCV算法

根据CS理论,一个长度为*N*的信号*x*可以通过 如下线性测量获取,表达式为

 $y = \Phi_{M \times N} x + w = \Phi_{M \times N} \Psi_{N \times N} \alpha + w = \Theta_{M \times N} \alpha + w$  (1) 其中  $\Phi_{M \times N}$ 称为测量矩阵, y 为x 的测量数据, w 是 方差为  $\sigma^2$  的加性高斯白噪声,  $\alpha$  为稀疏系数。如果 信号 x 在空间  $\Psi_{N \times N}$  中稀疏并且矩阵  $\Theta_{M \times N}$  满足严格 等距准则(Restricted Isometry Property, RIP), 那 么  $\alpha$  就可以从少量的测量数据 y 中通过求解凸  $l_i$ 范 数最小问题以高概率重构,表达式为

 $\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \arg\min \|\boldsymbol{\alpha}\|_{1}, \text{ s.t. } \|\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{y}\|_{2} < \varepsilon$ (2) 其中  $\varepsilon = \sqrt{2 \lg N \sigma}$  为重构误差阈值。当信号长度 N 固定时, ε则决定于噪声方差,因此式(2)的求解在 较大程度上受制于噪声分布特性的已知程度。在实 际环境中,噪声的分布特性是未知确定的,而且很 难准确估计,现有大部分研究也都是基于噪声已知 的假设,为了避免将噪声引入重构方程,通过求解 式(3)也可以实现对α的重构。

$$\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{\lambda} = \arg\min\left(\|\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{y}\|_{2}^{2} + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_{1}\right)$$
(3)

尽管式(3)采用了与式(2)不同的形式,但在求解 同一问题上是彼此等价的。式(3)属于正则化算法, 其在求解α时不需要噪声的任何先验知识,只需估 计λ的最优值即可。基于预测误差最小准则的GCV 算法通过求解式(4)最小可以实现对λ的最优估计

$$\boldsymbol{V}_{\lambda} = N \left\|\boldsymbol{\Theta}\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{\lambda} - \boldsymbol{y}\right\|_{2}^{2} / \left[\operatorname{tr}\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}_{\lambda}\right)\right]^{2}$$
(4)

其中 $A_{\lambda}$ 是与测量数据相关的影响矩阵,近似表达式为

$$\boldsymbol{A}_{\lambda} = \boldsymbol{\Theta} (2\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Theta} + \lambda K(\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{\lambda}, \beta))^{-1} 2\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{H}}$$
(5)

其中 $\hat{\alpha}_{\lambda}$ 为 $\lambda$ 对应的稀疏系数向量,  $K(\hat{\alpha}_{\lambda},\beta)$ 为对角 矩阵, 第i个对角元素为 $\beta(|(\hat{\alpha}_{\lambda})_{i}|^{2} + \beta)^{-3/2}$  ( $\beta = 10^{-7}$ 为常量)。在大多数情况下,  $V_{\lambda}$ 估计曲线具有 单峰特性,峰值对应的 $\lambda$ 即为全局最优,但由于求 解过程引入了数学近似,易于造成 $V_{\lambda}$ 曲线的振荡, 尤其是最优 $\lambda$ 较小时更为明显。下面给出基于黄金 分割搜索方法的GCV算法的主要步骤<sup>[15]</sup>:

(1)确定  $\lambda$  的初始取值区间  $I = [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$  (一般 取  $I = [10^{-8}, 10^2]$ );

(2)根据黄金分割比 $\gamma = 0.618$ 给出迭代初值  $\lambda_1, \lambda_2 \in I$ 

$$\left. \begin{aligned} & \lg \lambda_1 = \lg \lambda_{\min} + (1 - \gamma) (\lg \lambda_{\max} - \lg \lambda_{\min}) \\ & \lg \lambda_2 = \lg \lambda_{\min} + \gamma (\lg \lambda_{\max} - \lg \lambda_{\min}) \end{aligned} \right\}$$
(6)

(3)计算 $V_{\lambda_1}$ 和 $V_{\lambda_2}$ ;

(4)确定新的取值区间  $\tilde{I}$ : 当 $V_{\lambda_2} - V_{\lambda_1} > \delta$  ( $\delta$  为 正常量,取 $\delta = 10^{-6}$ )时,  $\tilde{I} = [\lambda_{\min}, \lambda_2]$ ; 否则

0.08

到 9 9 9

0.04 0.02



(5)当 lg  $\lambda_{\text{max}} - \log \lambda_{\min} < \xi$  (  $\xi$  是迭代终止门限, 取  $\xi = 10^{-2}$  )时, 迭代终止,  $\lambda_{\text{est}} = \lambda_{\min}$ ; 否则返回步骤(2);

图 1 给出了不同信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)条件下 $\lambda_{est}$ 随测量数据量(大小不同的同分布 测量矩阵)变化的统计曲线,可以看出:当 SNR 低 于 0 dB 时,GCV 估计的 $\lambda_{est}$ 均在较小的取值范围 ([10<sup>-2</sup>,10<sup>0</sup>])内振荡,这恰好验证了文献[15]中 $\lambda_{est}$ 较 小时 GCV 估计的非最优收敛问题。尽管 $\lambda_{est}$ 的均值 与方差都比较小,但对 CS 重构质量的影响却不可 忽略。

下面通过仿真试验对基于GCV算法的正则规 划稀疏重构方法进行验证,在此定义SNR为原始回 波域的目标信号与噪声的能量比。图2(a)为仿真目 标场景,其中4个理想点目标(幅度为1)随机布置于2 m×2m成像空间中,设稀疏成像网格方位向与距离 向的成像分辨率均为0.1m,且假设目标完全落于成 像网格内。雷达采用收发分置的双天线配置,在各 方位采样点(共30)处接收频带范围为0.5~1.0 GHz, 跳频间隔为4 MHz的步进频率(Stepped Frequency, SF)回波。此外,如不做特殊说明,本文所有后向投 影(Back Projection, BP)算法及CS处理得到的图像 均为非归一化的对数幅度图,显示幅度限定在 -20 ~0 dB, 图中目标均用虚线圆圈标出。图2(b) 是无噪声条件下利用随机抽取的20%测量数据通过 CS处理得到的重构结果,其中测量矩阵 $\phi$ 由0,1元 素构成的随机Bernoulli矩阵<sup>[16]</sup>。图2(c)是SNR为-15 dB时基于完备数据的BP成像结果,可以看出:较低 的信噪比不仅造成图像质量恶化(出现较强杂波), 而且使得临近目标难以区分。如果对该信噪比下的 数据进行20%的随机抽取,然后利用GCV算法估计 λ<sub>est</sub>, 图 2(d) ~ 图 2(f) 分别是不同正则化参数  $(\lambda_{est}, 10^{-1}\lambda_{est}, 10^{1}\lambda_{est})$ 下CS的重构结果,对比可知:



图1  $\lambda_{est}$  随SNR与测量数据量的统计值曲线

(1)低信噪比条件下GCV算法很难保证 $\lambda_{est}$ 收 敛于全局最优值 $\lambda_{opt}$ ,因此导致图像重构质量降低: 当 $\lambda = 10^{-1}\lambda_{est} \ll \lambda_{opt}$ 时,目标淹没于杂波中,且存 在目标丢失的情况;当 $\lambda = 10^{1}\lambda_{est} \gg \lambda_{opt}$ 时,虽然杂 波较少,但目标丢失情况严重;

(2) λ 恒虚警检测器的虚警概率具有相似的特性,不同的是CS重构目标数量与参数λ成反比。

## 3 基于GCV算法的MMDC方法

根据前文所述,低信噪比条件下对单次测量数 据利用GCV估计λ并进行CS重构处理将变得不再 合适,为解决这一问题,本文提出了MMDC增强成 像方法,该方法主要包括两个部分:一个是对观测 数据的多次随机抽取及CS处理;另一个是利用动态 聚类算法提取重构序列图像稳健的聚类中心并作为 最终输出。

由式(3)可知, CS重构问题可以转化为一个非线 性最佳规划问题,其解的非解析性使得无论目标还 是杂波的概率密度函数(Probability Density Function, PDF)都无法解析给出,但蒙特-卡罗 (Monte Carlo, MC)仿真方法则为分析该问题提供 了可能。基于相同的仿真场景并保持测量矩阵 **Φ**大 小、分布特性不变,图3(a)给出了目标与杂波重构 幅度随SNR(-20~0 dB)变化曲线,可以看出:随着 SNR的增大,目标重构幅度也逐渐趋于实际值。当 SNR为-15 dB时进行1000次随机测量及CS重构处 理,图3(b)给出了目标与杂波去除零值后的幅度直 方图。由文献[17]可知:杂波PDF是一个混合模型, 它是零值处的Dirac函数与Generalized Pareto (GP) PDF之和,而图3(b)中的杂波幅度直方图恰好与之 吻合。另外,通过对图3(b)中目标幅度直方图的统 计可知,目标近似服从高斯分布。图3结果表明:当 信噪比较低时,虽然利用单次观测很难实现有效重 构,但目标与杂波在统计意义上具有可分性,即通 过多次CS重构和聚类处理可以实现目标的稳健重 构,这即为MMDC增强成像方法的核心。换言之, 对目标而言,经过多次观测及CS处理,重构幅度序 列由于零值较少而存在一致的非零聚类中心;但对 杂波而言,由于其重构幅度序列中均存在较多零值, 使其聚类中心往往收敛于近零值。

为衡量重构图像质量,定义重构图像稀疏度 $I_s$ 与重构图像标准差 $I_{sp}$ ,表达式为

$$\mathbf{I}_{S} = \left\| \widehat{\boldsymbol{\alpha}}^{l} \right\|_{S} = \left\| \widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{Sort}-Q}^{l} \right\|_{S} \\
\mathbf{I}_{\text{SD}} = \left\| \widehat{\boldsymbol{\alpha}}^{l} \right\|_{\text{SD}} = \left\| \widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{Sort}-Q}^{l} \right\|_{\text{SD}}$$
(7)

其中 $\hat{\alpha}^l$ 表示MMDC中第l次CS重构所得稀疏向量,  $I_s = \|\cdot\|_s$ 用于表示重构目标个数,该范数是计算 $\hat{\alpha}^l$ 中幅度超过均值的像素数。 $I_{sD} = \|\cdot\|_{sD}$ 则用于表示 重构图像的变化量,该范数是计算 $\hat{\alpha}^l$ 的幅度标准 差。但鉴于重构图像中零值像素点较多,易于造成 式(7)中范数 $\|\cdot\|_s$ 的计算偏差,因此本文用式(8)代替

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_{S} &= \left\| \widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{Sort-}Q}^{l} \right\|_{S} \\
\mathbf{I}_{\text{SD}} &= \left\| \widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{\text{Sort-}Q}^{l} \right\|_{\text{SD}}
\end{aligned} \tag{8}$$

其中 $\hat{\alpha}_{sort-Q}^{l}$ 则表示 $\hat{\alpha}^{l}$ 按幅度降序排列后前Q个值构成的幅度向量。

对不同SNR条件下的数据进行MMDC处理,图 4给出了重构图像特征  $I_s 与 I_{sD}$ 随SNR与迭代次数 的变化曲线,可以看出: $I_s 与 I_{sD}$ 具有相似的变化 趋势,即随着SNR或迭代次数的增加而减小,因此 适合衡量MMDC的重构效果。



图2 仿真点目标CS重构结果



图3 噪声条件下的目标与杂波幅度统计



图4 重构图像特征随SNR和迭代次数的变化曲线

下面给出MMDC增强成像方法具体步骤,对应的流程图如图5所示。

(1)划分稀疏成像空间网格并根据成像模型构造字典**Ψ**;

(2)生成初始测量矩阵 Φ 并依此获取初始观测 数据 y;

(3)从  $\boldsymbol{\Phi}$  中随机抽取  $M = o(\mu^2(\boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Psi}) \lg N)$  行作 为观测子矩阵  $\boldsymbol{\Phi}_l$ ,并以同样方法从  $\boldsymbol{y}$  中获得观测子 集  $\boldsymbol{y}_l$ ;

(4)如果l = 0,则利用 $\boldsymbol{\Phi}_l$ , $\boldsymbol{y}_l$ , $\boldsymbol{\Psi}$ 通过GCV估 计 $\lambda_{\text{est}}$ ;否则,转至步骤(5);

(5)利用 $\Psi$ ,  $\lambda_{\text{est}}$ ,  $\boldsymbol{y}_l$ ,  $\boldsymbol{\Phi}_l$ 求解式(3);

(6) 如 果 l = 1 , 则  $\hat{\alpha}_{DC}^{l} = \hat{\alpha}_{l}$  , 否 则  $\hat{\alpha}_{DC}^{l} = DC([\hat{\alpha}_{1}, \dots, \hat{\alpha}_{l}]);$ 



图5 MMDC方法处理流程

排序: 按幅度对  $\hat{\alpha}_{DC}^{l}$  降序排列;

数据选取:选取幅值较大的前Q个像素;

加权聚类:以欧氏距离作为加权因子对重构图 像进行加权平均;

(7)计算  $\Delta \mathbf{I}_{S} = |\mathbf{I}_{S}^{l} - \mathbf{I}_{S}^{l-1}| / \mathbf{I}_{S}^{l} 与 \Delta \mathbf{I}_{SD} = |\mathbf{I}_{SD}^{l} - \mathbf{I}_{SD}^{l-1}| / \mathbf{I}_{SD}^{l};$ 

(8)如果  $\Delta I_s > \varepsilon_s$  或  $\Delta I_{SD} > \varepsilon_{SD}$  (其中  $\varepsilon_s$  和  $\varepsilon_{SD}$  )为预先设定的终止阈值),那么 l = l + 1,并返回步骤(3);否则迭代终止。

## 4 仿真及实测数据的处理与分析

本节通过对仿真及实测数据的处理来证明 MMDC方法的有效性,为对比分析DC算法的收敛 速度和杂波抑制效果,本节引入了均值法。为与图2 仿真结果进行对比,本节依然采用与图2相同的仿真 参数设置,表1给出了MMDC方法所需参数的具体 值,其中"[•]"为上取整操作。

表1 MMDC仿真参数设置

))

图6与图7分别是利用DC算法和均值法得到的 重构结果,而图8则是对应的单次CS重构结果,可 以看出:低信噪比条件下,利用GCV算法估计的 $\lambda_{est}$ 进行CS重构时,尽管单次重构存在目标丢失、信杂 比恶化的情况,但无论是均值法还是DC算法都可以 对目标实现较为稳健的重构,但不同的是,DC算法

的非均匀加权使其具有较快的收敛速度,而且能够 更为稳健地提取聚类中心并有效消除重构误差,当 迭代次数达到15时,目标基本得到稳健重构。相比 之下,均值法则需要更多的迭代次数才能达到较为 满意的重构结果,但却是以增加计算量与存储量为 代价。



#### 图6 不同迭代次数下DC算法重构结果



(a)第1次重构



(b)第5次重构



(c)第10次重构



(d)第15次重构



图9为图像重构误差随迭代次数的变化曲线,由 图可知:尽管均值法与DC算法都无法实现原图像的 精确重构,但与均匀加权的均值法相比,基于非均 匀加权的DC算法能够随着迭代次数的增加而逐步 减小图像重构误差,具有更优的幅度重构能力。

为进一步证明MMDC算法的有效性,在此将其 用于步进频率前视探地虚拟孔径雷达(Steppedfrequency Forward-looking Ground Penetrating Virtual Aperture Radar, SFGPVAR)实测数据的处 理。SFGPVAR系统采用分裂发射孔径配置实现了 方位向的孔径合成,通过发射步进频率连续波合成



图9 图像重构误差迭代曲线

超宽频带信号,能够获得探测区域的2维高分辨图 像<sup>[18]</sup>。系统采用8锁相环(Phase Locked Loop, PLL) 结构设计,具有并行、分时频率捷变的能力,可以 实现频率点间的快速、任意跳变,为实现方位-频率 域回波随机压缩采样提供了硬件保障。鉴于系统的 低频超宽带特性,小尺寸目标的近似点散射特性成 立。图10(a)为外场实测0.1 m金属三面角反射器的 BP图像,虽然三面角的回波响应较强,但图像的信 杂比并不高。利用随机抽取的20%数据直接进行CS 处理,结果如图10(b)所示,三面角基本得到有效重 构,但重构图像的信杂比依然不高,存在较多重构 杂波。利用与图10(b)相同数据,图10(c)给出了 MMDC的重构结果,可以看出:MMDC不仅改善了 重构图像质量,而且也有效地抑制了重构杂波。

## 5 简化GCV估计的MMDC方法

根据前文的讨论分析不难发现,基于GCV算法的MMDC重构方法能够实现对目标的稳健重构是以牺牲计算量为代价的,为提高重构效率,下面对MMDC方法计算量进行简要分析,首先定义如下变量:

(1)将基于测量子集的CS重构计算量设定为一个计算单元,用变量*C<sub>B</sub>表示*;

(2)设GCV算法估计 $\lambda_{est}$ 进行CS重构的次数为 $P_{GCV}$ ;

(3)MMDC处理过程中CS重构次数为 P<sub>MMDC</sub>;

(4) 定 义 参 数 L 为 数 据 抽 取 比 (由表1可知 L = 2.5)。

另外,在MMDC方法仿真过程中发现:CS的计 算量与数据量的大小成正比例关系,表2给出了单次 CS重构与MMDC方法的计算量对比。根据上节的仿 真结果,有*P*<sub>GCV</sub> = *P*<sub>MMDC</sub> = 15,那么由表2可计算 出两者重构效率比为0.58,即MMDC方法的重构效 率较单次CS重构提高了近42%。

从表2的计算量对比也不难发现:MMDC计算 效率的提高主要在GCV估计部分,图11给出了单次 CS重构过程中GCV估计 $\lambda_{est}$ 的收敛曲线,可以看出: GCV算法将大部分计算量都集中于 $\lambda_{est}$ 的精确估 计,尽管此时 $\lambda_{max}$ 与 $\lambda_{min}$ 之间的差值已经很小。

由前文可知:当信杂比较低时,GCV估计得到 的 $\lambda_{est}$ 普遍较小且存在偏差,但MMDC方法却并不 受此影响,依然可以获得较为稳健的重构,因此可 将GCV估计过程进行简化,下面给出S-GCV算法的 主要步骤:

(1)确定  $\lambda$  的初始取值区间  $I = [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$ ,在此 取  $I = [10^{-8}, 10^2]$ ;

(2)GCV算法的步骤(2)~步骤(4);

(3)如果 $\lambda_{\max} - \lambda_{\min} < \xi (\xi = 10^{-2})$ ,那么迭代终止 $\lambda_{est} = (\lambda_{\min} + \lambda_{\max})/2$ ;否则返回上一步。

尽管S-GCV算法增大了 $\lambda$ 的估计误差,但通过 MMDC处理,依然可以获得较为满意的结果,如图 12所示,而此时两者的迭代次数分别为 $P_{\text{S-GCV}} = 6$ 和  $P_{\text{MMDC}} = 21,较单次CS处理,重构效率提高了57%。$ 

## 6 结束语

本文提出的基于多测量动态聚类(MMDC)压缩 感知增强成像方法能够实现低信噪比环境下信号的 稳健重构。该方法首先利用观测子集通过广义交叉 验证(GCV)算法估计正则化参数λ,然后通过对测 量数据的多次随机测量及CS处理以获得重构图像 序列,最后利用动态聚类算法对序列图像进行聚类 处理得到最终图像,无论是仿真还是实测结果均验 证了MMDC方法在目标重构和杂波抑制方面的能 力,重构效率较单次CS重构提高了近42%。另外,



(a) BP图像

(b)单次CS重构

(c) MMDC重构

图10 实测金属三面角处理结果

#### 表2 单次CS与MMDC计算量对比表

	GCV估计	目标重构	总计算量	效率比
MMDC	$2P_{\rm GCV}C_B$	$P_{\rm MMDC}C_B$	$\left(2P_{ m GCV}+P_{ m MMDC} ight)C_B$	$2P_{\rm GCV} + P_{\rm MMDC}$
单次CS	$2LP_{\rm GCV}C_B$	$LC_B$	$L\left(2P_{ m GCV}+1 ight)C_B$	$\left(2P_{\rm GCV}+1\right)L$



图11 GCV估计 $\lambda$ 的迭代收敛曲线

(a) 5次迭代





展了全新的思路。



(c) 15次迭代

(d) 20次迭代

图12 基于S-GCV估计的MMDC处理结果

### 参考文献

- Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on [1] Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- Liu Ji-hong, Xu Shao-kun, Gao Xun-zhang, et al.. Novel [2]imaging methods of stepped frequency radar based on compressed sensing[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2012, 23(1): 47-56.
- [3]Ye Fan, Liang Dian-nong, and Zhu Ju-bo. ISAR enhancement technology based on compressed sensing[J]. Electronics Letters, 2011, 47(10): 620-621.
- Gurbuz A C, McClellan J H, and Scott W R. Compressive [4]sensing of underground structures using GPR[J], Digital Signal Processing, 2012, 22(1): 66-73.
- Donoho D L and Tsaig Y. Extensions of compressed sensing [5][J]. Signal Processing, 2006, 86(3): 535-548.
- Tibshirani R. Regression shrinkage, and selection via the [6] lassor[J]. The Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 1996, 58(1): 267-288.
- [7] Figueiredo M A T, Nowak R D, and Wright S J. Gradient projection for sparse reconstruction: appficalion to compressed sensing and other inverse problems[J]. Journal of Selected Topics in Signal Processing: Special Issue on Convex Optimization Methods for Signal Processing, 2007, 1(4): 586 - 598
- [8] Gorodnitsky I F and Rao B D. Sparse signal reconstruction from limited data using FOCUSS: a re-weighted norm minimization algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45(3): 600-616.
- [9] Rao B D, Engan K, Cotter S F, et al.. Subset selection in noise based on diversity measure minimization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(3): 760-770.
- [10] Baraniuk R and Steeghs P. Compressive radar imaging [C]. IEEE Radar Conference, Waltham, MA, 2007, 4: 128-133.
- Gurbuz A C, James H M, and Waymond R S. A compressive [11] sensing data acquisition and maging method for stepped

frequency GPRs[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(7): 2640-2650.

[12] Stein C M. Estimation of the mean of a multivariate normal distribution[J]. The Annals of Statistics, 1981, 9(6): 1135 - 1151.

鉴于GCV算法计算量大以及MMDC方法对λ估计

误差的不敏感性,本文提出了基于简化 GCV(S-GCV)算法的MMDC方法, 仿真结果表明该

方法在保持重构效果的同时可以进一步提高重构效

率。纵观本文,可以说,MMDC方法并不是一个具

体的增强成像方法,所包含的重构算法和聚类方法

都可以利用相似的算法代替,其本质上是一种低

SNR条件下实现信号稳健重构的处理框架,不仅提

高了重构效率,也为噪声环境下信号的稳健重构拓

- [13]Golub G H, Heath M, and Wahba G. Generalized crossvalidation as a method for choosing a good ridge parameter[J]. Technometrics, 1979, 21(20): 215-223.
- [14] Hansen P C. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve[J]. SIAM Review, 1992, 34(4): 561-580.
- [15]Batu O and Cetin M. Parameter selection in sparsity-driven SAR imaging[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(4): 3040-3050.
- [16] Yu Guoshen and Sapiro G. Statistical compressed sensing of Gaussian mixture models[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(12): 5842-5858.
- [17]Anitori L and Hoogeboom P. False alarm probability estimation for compressive sensing radar[C]. 2011 IEEE Radar Conference, Kansas City, MO, USA, 2011, 5: 206-211.
- [18] 王鹏宇, 宋千, 周智敏. 基于目标物理特征和压缩感知的地雷 目标鉴别方法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(8):1885-1892. Wang Peng-yu, Song Qian, and Zhou Zhi-min. A physicsbased landmine detection approach with compressive sensing [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(8): 1885-1892.
- 王鹏宇: 男, 1983 年生, 博士生, 研究方向为超宽带 SAR 成像 技术、压缩感知成像及目标鉴别.
- 男, 1973年生, 研究员, 硕士生导师, 研究方向为实时 宋 千: 信号处理、超宽带 SAR 信息处理技术以及超宽带探地雷 计技术.
- 周智敏: 男, 1957 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为先 进探测系统和技术、合成孔径雷达系统、合成孔径雷达 成像及目标检测.