

对称 α 稳定分布中预处理的分数低阶协方差时差估计

田 瑶 张 莉

(解放军信息工程大学信息工程学院 郑州 450002)

摘 要: 该文针对传统算法中预处理函数类型有限, 对预处理函数所带来的性能改进分析不足及分数低阶协方差时差估计算法精度不够高的缺点进行改进, 提出一类预处理函数, 指出其需要满足的一组条件; 并理论推导得到接收信号通过任意满足该组条件的函数处理后, 其分数低阶协方差的方差减小且是无偏估计, 从而提高了分数低阶协方差的峰值检测精度, 提高了时差估计精度。最后提出了两种满足条件的预处理函数, 仿真验证了在对称 α 稳定分布噪声中该文算法提高时差估计精度的有效性及在高斯噪声环境下的适用性。

关键词: 信号处理; 对称 α 稳定分布; 时差估计; 分数低阶协方差; 预处理函数

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)11-2771-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.01554

Preprocessed Fractional Lower-order Covariance Time Delay Estimation under Symmetric α -stable Conditions

Tian Yao Zhang Li

(Institute of Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: This paper proposes a category of preprocessing functions and the conditions they should meet as to the problems that the type of traditional preprocessing functions is limited and the analysis for the performance improvement caused by the functions is inadequate. Through mathematical reasoning the conclusion is drawn that the variance of the received signals' fractional lower-order covariance decreases and is unbiased by passing them through the preprocessing functions, improving the detection precision of the peak of the fractional lower-order covariance, that results in the improvement of precision of time delay estimation. Finally, two preprocessing functions are proposed. The simulation results indicate that the proposed method is effective and can be used under Gaussian noises.

Key words: Signal processing; Symmetric α -stable distributions; Time delay estimation; Fractional lower-order covariance; Preprocessing functions

1 引言

近几十年来时差估计是一个活跃的研究课题, 它在许多领域有着重要的作用^[1,2], 其中一个典型应用是利用其对目标进行定位, 由于目标的定位精度随时差估计精度增加而提高, 如文献[3]中提到, 对于调频广播信号定位系统, 当时差估计精度由 $1\mu\text{s}$ 提高到 $0.1\mu\text{s}$ 时, 定位的距离精度能够提高 1.5% 左右, 因而有必要提高时差估计精度; 同时实际中许多噪声的概率密度函数拖尾衰减比高斯概率密度函数慢, 如水声噪声, 低频大气噪声, 移动无线电信道中的电磁噪声等, 它们不具有有限的二阶矩, 此时基于噪声是高斯分布假设的传统时差估计算法^[4]性能退化, 而 α 稳定分布^[5,6]能够很好地模拟此类噪

声, 因此提高 α 稳定分布噪声下的时差估计精度具有重要的实际意义。

文献[7]通过对 LMP-HB 算法中误差函数采用反正切函数进行处理, 提出了适用于 α 稳定分布噪声的 ATAN-HB 算法, 但它属于自适应类算法, 有实时性不高、实现复杂的缺点; 共变算法^[8]实现简单但由于共变的方差无限且需要事先对参数 α 的范围进行估计, 因此实际应用效果不佳; 文献[9]提出了利用对数型, sigmoid 型和反正切型函数对分数低阶稳定分布过程进行预处理, 得到了广义分数低阶协方差谱, 从而能够对谐波信号频率进行有效识别。文献[10]采用 sigmoid 型函数和反正切函数对 SCOT 加权的分数低阶协方差进行处理, 指出改进后算法在 α 稳定分布噪声下仍然有效。

虽然上述文献都使用预处理函数来解决 α 稳定分布噪声下的相关问题, 但是它们均仅指出改进算

2012-11-30 收到, 2013-06-05 改回

国家自然科学基金(61201380)资助课题

*通信作者: 田瑶 amberty@sohu.com

法能在 α 稳定分布噪声下保持韧性,但实际上原算法如 LMP-HB, SCOT 加权的分数低阶协方差等在上述噪声下也是适用的,文中并没有理论分析改进后算法性能是否能够提高。同时,上述文献提出的预处理函数局限在反正切, sigmoid 等类型,没有提出更多有效的预处理函数。

分数低阶协方差算法^[8]相对于自适应类算法具有运算量小、实时性好、实现简单的优点,相对于共变算法它具有有限的方差,精度较高且无需对 α 进行参数估计的优点,但其精度在某些应用场合仍不能满足要求。本文针对上述问题,提出了一类预处理函数及其所需满足的条件,理论证明了通过使用该类函数对接收信号进行预处理,再使用分数低阶协方差算法的改进算法降低了接收信号的分数低阶协方差的方差值,从而提高了峰值的检测精度,进而增加了时差估计精度;最后,提出了两种满足上述条件的预处理函数,仿真验证了该算法在对称 α 稳定分布噪声下提高时差估计精度的有效性及在高斯噪声中的适用性,增加了分数低阶协方差算法的实际应用价值。

2 预处理函数及改进算法性能分析

2.1 对称 α 稳定(Symmetric α -Stable, SaS)分布下时差估计模型

α 稳定分布的概率密度函数没有闭式解,常使用它的特征函数 $\varphi(t)$ 来描述该分布^[11], 其有 4 个参数: α 是特征指数,它的取值范围是 $0 < \alpha \leq 2$, α 越小,概率密度函数的拖尾越厚重,因此脉冲性越强。 a 为位置参数,范围是 $-\infty < a < \infty$ 。 γ 是分散系数,其取值范围是 $\gamma > 0$,它反映了分布样本相对于均值的离散程度。 β 称为对称参数,范围是 $-1 \leq \beta \leq 1$ 。 $\alpha = 2$ 且 $\beta = 0$ 时的 α 稳定分布即为高斯分布; $\beta = 0$ 时,分布关于 a 对称,称为对称 α 稳定分布^[12](S α S),是 α 稳定分布的特殊情形。

设 $s(t)$ 是无噪信号, $v_1(t)$ 和 $v_2(t)$ 是满足(S α S) 稳定分布的噪声,在时刻 t 得到两路带噪接收信号为 $x_1(t)$, $x_2(t)$, 时差估计算法的模型为

$$\left. \begin{aligned} x_1(t) &= s(t) + v_1(t) \\ x_2(t) &= Cs(t-D) + v_2(t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

在该模型中,信号 $s(t)$ 与噪声 $v_1(t)$, $v_2(t)$ 三者间互不相关,且 $s(t)$ 的概率密度函数满足 $f_s(x) = f_s(-x)$, 目标是估计时差 D ; C 表示信号经过传输到接收端时所产生的幅度增益,本文假设 $C = 1$ 。

2.2 分数低阶协方差算法及预处理函数条件

针对 α 稳定分布噪声环境,文献^[8]提出了分数低阶协方差时差估计算法。

$$\begin{aligned} R_d(\tau) &= E \left[x_2(t)^{(a)} x_1(t+\tau)^{(b)} \right], \\ 0 &\leq a < \alpha/2, 0 \leq b < \alpha/2 \end{aligned} \quad (2)$$

其中函数 $x^{(a)} = |x|^a \text{sign}(x)$, $\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

$R_d(\tau)$ 称为两路接收信号的分数低阶协方差(FLOC), τ 为计算两路信号的分数低阶协方差时,对 $x_1(t)$ 的平移量;对 $R_d(\tau)$ 进行峰值检测,峰值所对应的位置即为时差估计值 $\hat{D} = -\arg \max_{\tau} R_d(\tau)$ 。

本文对分数低阶协方差算法进行改进,提出了一类预处理函数 $y = \theta(x)$, $x \in (-\infty, \infty)$, 只要满足如下条件: (1) $\theta(-x) = -\theta(x)$; (2) $0 < (d\theta(x)/dx) < 1$; (3) $|\theta(x)| \leq A$, A 为常数。则对接收信号 $x_i(t)$, $i = 1, 2$ 用该函数进行预处理后得到的信号 $y_i(t)$, $i = 1, 2$ 采用分数低阶协方差运算,时差估计精度就能得到提高。

2.3 改进算法性能分析

设接收信号的采样速率为 f_s , 采样间隔 $T_s = 1/f_s$, 码元速率为 R_b , 则每个码元内采样的点数为 f_s/R_b , 有长度为 N 的观测值 $x_i(nT_s)$, $n = 1, 2, \dots, N$, $i = 1, 2$; 简记为 $x_i(n)$, $n = 1, 2, \dots, N$, $i = 1, 2$, 文中其它的离散变量亦进行相应的简记。未经预处理函数处理后相应的观测值为 $y_i(n) = \theta(x_i(n))$, $n = 1, 2, \dots, N$, $i = 1, 2$ 。设改进前 $x_i(t)$, $i = 1, 2$ 和改进后 $y_i(t)$, $i = 1, 2$ 的 FLOC 的估计值离散形式分别为 $\hat{R}_{d_1}(k)$ 和 $\hat{R}_{d_2}(k)$, 两路原始接收信号经过采样后 τ 所对应的的离散值,经过上述简记后,用 k 表示。不妨设真实时差 D 为采样间隔的整数倍,即 $D = d/f_s$, $d \in Z$, Z 为整数集合。

随 k 取值变化,分 $|k+d| > f_s/R_b$, $|k+d| < f_s/R_b$ 且 $k = -d$, $|k+d| < f_s/R_b$ 且 $k \neq -d$ 3 种状态进行讨论,如图 1(a)~图 1(c)所示。虚线表示 $x_1(n)$, 上半个图中实线表示 $x_1(n+k)$ (注:图 1(a)中 $|k+d| > f_s/R_b$ 有 $k+d > f_s/R_b$ 和 $k+d < -f_s/R_b$ 两种情况,每种情况对应一条实线), 下半个图中实线表示 $x_2(n)$ 。虽然图中只画出 $d > f_s/R_b$ 的情况,但是易知对于 $d \leq f_s/R_b$ 的情况,下面讨论同样适用。

(1) 当 $|k+d| > f_s/R_b$ 时, $x_1(n+k)$, $x_2(n)$ 是不同码元的采样,因此不相关,于是有

$$\begin{aligned} E[\hat{R}_{d_1}(k)] &= E \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_2(n)^{(a)} x_1(n+k)^{(b)} \right] \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N E \left[x_2(n)^{(a)} x_1(n+k)^{(b)} \right] \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N E \left[x_2(n)^{(a)} \right] E \left[x_1(n+k)^{(b)} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

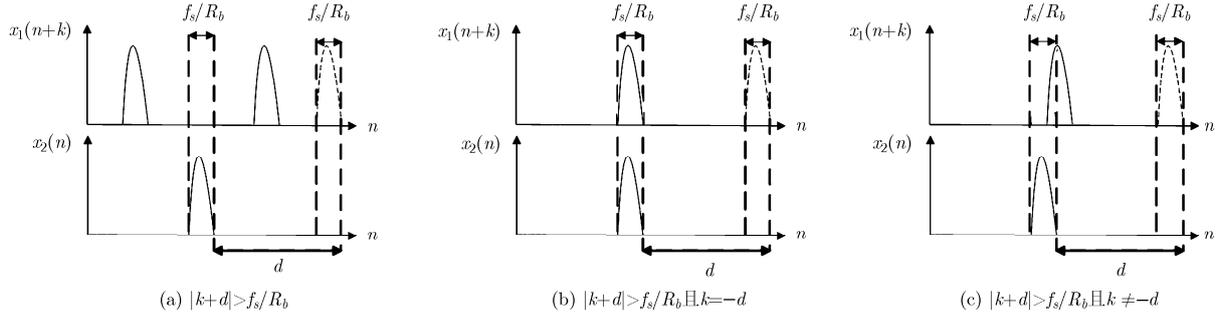


图 1 不同 k 值下两路接收信号的相关性

由于 $x_2(n)$ 具有对称的概率密度函数，并且 $\varphi(x) = x^{(a)}$ 是 x 的奇函数，因此

$$E[x_2(n)^{(a)}] = 0 \tag{4}$$

将式(4)代入式(3)，有

$$E[\widehat{R}_{d_1}(k)] = 0 \tag{5}$$

故

$$\begin{aligned} \text{var}[\widehat{R}_{d_1}(k)] &= E[\widehat{R}_{d_1}^2(k)] - E^2[\widehat{R}_{d_1}(k)] = E[\widehat{R}_{d_1}^2(k)] \\ &= E\left[\left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_2(n)^{(a)} x_1(n+k)^{(b)}\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{N^2} \left\{ \sum_{n=1}^N E[|x_2(n)|^{2a} |x_1(n+k)|^{2b}] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n,m=1(n \neq m)}^N E[x_2(n)^{(a)} x_1(n+k)^{(b)} \right. \\ &\quad \left. \cdot x_2(m)^{(a)} x_1(m+k)^{(b)}] \right\} \tag{6} \end{aligned}$$

同理可得，对于经满足条件(1)的函数预处理后的信号 $y_1(n), y_2(n)$ ，有

$$\begin{aligned} \text{var}[\widehat{R}_{d_2}(k)] &= E[\widehat{R}_{d_2}^2(k)] - E^2[\widehat{R}_{d_2}(k)] = E[\widehat{R}_{d_2}^2(k)] \\ &= E\left[\left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y_2(n)^{(a)} y_1(n+k)^{(b)}\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{N^2} \left\{ \sum_{n=1}^N E[|y_2(n)|^{2a} |y_1(n+k)|^{2b}] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n,m=1(n \neq m)}^N E[y_2(n)^{(a)} y_1(n+k)^{(b)} \right. \\ &\quad \left. \cdot y_2(m)^{(a)} y_1(m+k)^{(b)}] \right\} \tag{7} \end{aligned}$$

由于 $x_1(t), x_2(t)$ 的概率密度函数 $f_{x_1}(x), f_{x_2}(x)$ 满足

$$f_{x_i}(x) = f_{x_i}(-x), i = 1, 2 \tag{8}$$

故 $x_1(n), x_2(n)$ 的取值关于 0 具有很强的对称性，因此，当 $n \neq m$ 时， $x_2(n)^{(a)} x_1(n+k)^{(b)} x_2(m)^{(a)} x_1(m+k)^{(b)}$ 的联合概率密度 $f_{x_2 x_1 x_2 x_1}(x)$ 满足

$$f_{x_2 x_1 x_2 x_1}(x) = f_{x_2 x_1 x_2 x_1}(-x) \tag{9}$$

故 $n \neq m$ 时易得到

$$E[x_2(n)^{(a)} x_1(n+k)^{(b)} x_2(m)^{(a)} x_1(m+k)^{(b)}] = 0 \tag{10}$$

同理

$$E[y_2(n)^{(a)} y_1(n+k)^{(b)} y_2(m)^{(a)} y_1(m+k)^{(b)}] = 0 \tag{11}$$

将式(10)、式(11)分别代入式(6)、式(7)得到

$$\text{var}[\widehat{R}_{d_1}(k)] = \frac{1}{N^2} \sum_{n=1}^N E[|x_2(n)|^{2a} |x_1(n+k)|^{2b}] \tag{12}$$

$$\text{var}[\widehat{R}_{d_2}(k)] = \frac{1}{N^2} \sum_{n=1}^N E[|y_2(n)|^{2a} |y_1(n+k)|^{2b}] \tag{13}$$

由 2.2 节中预处理函数条件(2)易知

$$|\theta(x)| < |x| \tag{14}$$

又因 $\phi(x) = x^m, (x > 0; m > 0)$ 是关于 x 的单调递增函数且取值恒大于 0，结合式(14)有

$$\begin{aligned} |y_2(n)|^{2a} |y_1(n+k)|^{2b} &= |\theta(x_2(n))|^{2a} |\theta(x_1(n+k))|^{2b} \\ &< |x_2(n)|^{2a} |x_1(n+k)|^{2b} \tag{15} \end{aligned}$$

将式(15)代入式(12)、式(13)中知，当 $|k+d| > f_s / R_b$ 时，

$$\text{var}[\widehat{R}_{d_2}(k)] < \text{var}[\widehat{R}_{d_1}(k)] \tag{16}$$

(2) 当 $|k+d| < f_s / R_b$ 且 $k = -d$ 时，两路接收信号完全相关，设信号 $s(t)$ 功率为 $\sigma_{s_i}^2$ ，则 $\gamma \rightarrow 0$ 时 $x_i(t), i = 1, 2$ 中只有信号而无噪声，此时 $\text{var}[\widehat{R}_{d_1}(-d)]$ 达到最小值^[8]。

$$\begin{aligned} \text{var}[\widehat{R}_{d_1}(-d)]_{\gamma \rightarrow 0} &= \frac{(\sigma_{s_1}^2/2)^{a+b}}{N} \times \left[\frac{\Gamma(1-a-b)}{\cos(\pi(a+b))\Gamma(1-2(a+b))} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Gamma(1-a)\Gamma(1-b)}{\cos(\pi a)\cos(\pi b)\Gamma(1-2a)\Gamma(1-2b)} \right] \tag{17} \end{aligned}$$

由于此时 $y_i(t), i = 1, 2$ 中亦只有信号而无噪声，故可以认为只是 $x_i(t), i = 1, 2$ 中的信号取值发生了变化，

因此当 $\gamma \rightarrow 0$ 时, $\text{var}[\widehat{R}_{d_2}(-d)]$ 亦具有式(17)的形式, 设其信号功率为 σ_s^2 , 则

$$\begin{aligned} \text{var}[\widehat{R}_{d_2}(-d)]_{\gamma \rightarrow 0} &= \frac{(\sigma_s^2/2)^{a+b}}{N} \times \left[\frac{\Gamma(1-a-b)}{\cos(\pi(a+b))\Gamma(1-2(a+b))} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Gamma(1-a)\Gamma(1-b)}{\cos(\pi a)\cos(\pi b)\Gamma(1-2a)\Gamma(1-2b)} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

由 2.2 节中条件(2)知: $\sigma_{s_2}^2 < \sigma_{s_1}^2$, 故比较式(17), 式(18)可知

$$\text{var}[\widehat{R}_{d_2}(-d)]_{\gamma \rightarrow 0} < \text{var}[\widehat{R}_{d_1}(-d)]_{\gamma \rightarrow 0} \quad (19)$$

又因 $\text{var}[\widehat{R}_{d_1}(-d)]$ 是关于分散系数 γ 的递增函数^[8], 且噪声的不断增强 (γ 增大) 只能引起 $\text{var}[\widehat{R}_{d_2}(-d)]$ 的不断增大, 且恒大于 $\text{var}[\widehat{R}_{d_1}(-d)]_{\gamma \rightarrow 0}$, 故当 γ 不是趋于 0 的值(不是纯信号)时, 不妨设

$$\text{var}[\widehat{R}_{d_1}(-d)] = \text{var}[\widehat{R}_{d_1}(-d)]_{\gamma \rightarrow 0} + \zeta_1(\gamma) \quad (20)$$

$$\text{var}[\widehat{R}_{d_2}(-d)] = \text{var}[\widehat{R}_{d_2}(-d)]_{\gamma \rightarrow 0} + \zeta_2(\gamma) \quad (21)$$

其中 $\zeta_1(\gamma), \zeta_2(\gamma)$ 是由于噪声引起的关于 γ 的递增函数。虽然 $y_i(t), i=1,2$ 的噪声与信号幅度与 $x_i(t), i=1,2$ 相比均有减小, 但是由 2.2 节中的条件(3)知, 对于具有尖峰脉冲形式的 S α S 分布噪声而言噪声减小程度比信号的减小程度更大, 故 $y_i(n), n=1,2$ 中噪声所占比例比 $x_i(n), n=1,2$ 中噪声所占比例小, 因此噪声的存在对 $y_i(n), n=1,2$ 的 FLOC 的影响比对 $x_i(n), n=1,2$ 的 FLOC 小, 故

$$\zeta_2(\gamma) < \zeta_1(\gamma) \quad (22)$$

综合式(19)~式(22)知

$$\text{var}[\widehat{R}_{d_2}(-d)] < \text{var}[\widehat{R}_{d_1}(-d)] \quad (23)$$

(3) 当 $|k+d| < f_s/R_b$ 且 $k \neq -d$ 时, $x_1(n+k), x_2(n)$ 有一部分不相关, 有一部分是相同码元的采样, 具有相关性, 如图 1(c)所示; 此时其 FLOC 的方差大小处于刚刚完全不相关(有 $k = f_s/R_b - d$ 与 $k = -f_s/R_b - d$ 两种情况)与完全相关($k = -d$)的方差值之间, 为一个过渡带, $y_1(n+k), y_2(n)$ 亦如此, 此过渡带所示的 $\text{var}[\widehat{R}_{d_2}(k)]$ 与 $\text{var}[\widehat{R}_{d_1}(k)]$ 之间的相对大小应与完全不相关时及完全相关时的相对大小一致。由式(16)、式(23)知, 完全不相关时与完全相关时的方差均有关系 $\text{var}[\widehat{R}_{d_2}(k)] < \text{var}[\widehat{R}_{d_1}(k)]$, 故其过渡带所示方差仍具有式(24)关系:

$$\text{var}[\widehat{R}_{d_2}(k)] < \text{var}[\widehat{R}_{d_1}(k)] \quad (24)$$

文献[8]严格证明了分数低阶协方差算法是无偏估计, 未经预处理时, FLOC 的期望可以表示为

$$\begin{aligned} E[R_{d_1}(k)] &= E[x_2(n)^{(a)} x_1(n+k)^{(b)}] \\ &= \sum_{x_2} \sum_{x_1} p_{x_2 x_1} x_2(n)^{(a)} x_1(n+k)^{(b)} \end{aligned} \quad (25)$$

经过预处理函数 $y = \theta(x), x \in (-\infty, \infty)$ 进行处理后, FLOC 的期望可以表示为

$$\begin{aligned} E[R_{d_2}(k)] &= E[\theta(x_2(n)^{(a)}) \cdot \theta(x_1(n+k)^{(b)})] \\ &= \sum_{x_2} \sum_{x_1} p_{x_2 x_1} \theta(x_2(n)^{(a)}) \cdot \theta(x_1(n+k)^{(b)}) \end{aligned} \quad (26)$$

其中 $p_{x_2 x_1}$ 是两路信号的联合分布率。由于接收信号的概率密度关于 0 对称, 且 2.2 节中预处理函数仍然具有很强的对称性, 故经过满足上述 3 个条件的函数进行预处理后, 所得处理后的信号仍然关于 0 对称, $x_2(n)^{(a)} x_1(n+k)^{(b)}$ 和 $\theta(x_2(n)^{(a)}) \cdot \theta(x_1(n+k)^{(b)})$ 的对称性不会发生改变, 只是幅度减小了, 将式(25), 式(26)所示的求和分解成是许多值的相加, 则对于某个 k 而言, 在式(25)中正负值能够抵消的部分在式(26)中仍然能够抵消, 不能抵消的部分仍旧不能抵消。因此若式(25)为 0, 相当于式(25)中正负值完全抵消, 则式(26)必为 0; 若式(25)不为 0, 则相当于式(25)中正负值无法完全抵消, 则式(26)中的正负值亦无法完全抵消, 但是幅值会降低。于是经过预处理后 FLOC 的期望的峰值幅度会降低, 但出现的位置不会发生改变。

由式(16), 式(23), 式(24)可知, 通过对接收信号进行预处理, 使得改进后算法的方差减小了, 又由于该算法是无偏估计, 因此提高了算法的时差估计精度。

文献[7,9,10]选用了预处理函数 $\theta_1(x) = \arctan(x)$, 本文在此基础上提出了另外两种预处理函数:

$$\theta_2(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}, \quad \theta_3(x) = \begin{cases} \frac{-2}{e^x + e^{-x}} + 1, & x \geq 0 \\ \frac{2}{e^x + e^{-x}} - 1, & x < 0 \end{cases} \quad (27)$$

它们的曲线如图 2 所示, 易证它们满足本文提出的预处理函数所要求的 3 个条件, 注意其中 $\theta_0(x) = x$ 并不满足本文提出的预处理函数条件, 但其斜率恒为 1 且用其进行处理时, 相当于使用原算

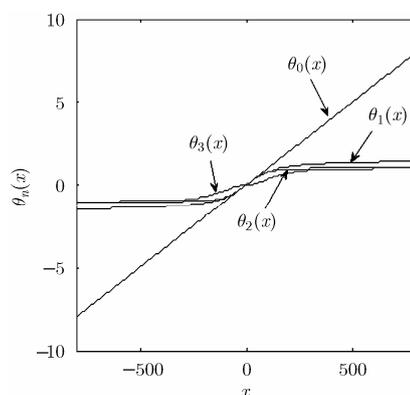


图 2 预处理函数图

法，故将其画在图 2 中用于说明预函数的斜率及便于比较说明。

3 计算机模拟及数据分析

由于 α 稳定分布没有有限的二阶矩，因此用信噪比来衡量信号噪声功率相对大小的方法失效。故本文使用广义信噪比 $G\text{SNR} = 10\lg(\sigma_s^2/\gamma)$ 来反映信号噪声功率的相对大小^[8]，其中， σ_s^2 为信号的功率， γ 为 α 稳定分布的分散系数。

仿真 1 选用 8PSK 信号，采样率 $F_s = 300$ kHz，载频为 10 kHz，码元速率为 2000，信号长度为 10000 点；S α S 稳定分布的噪声参数如下：特征指数 $\alpha = 1.6$ ，位置参数为 0，对称参数 $\beta = 0$ ，分散系数 $\gamma = 0.1$ ；分数低阶协方差算法中 $a=0.3, b=0.5$ ，时差为 $-100/F_s$ s, s 是时间单位为秒。

做 1000 次蒙特卡洛实验，在广义信噪比为 $-8, -5, -2, 1, 4, 7, 10$ dB 时比较原算法(相当于通过函数 $\theta_0(x) = x$)和改进算法的均方根误差，结果如表 1 所示。

设在广义信噪比为 0 dB 时，原算法接收信号的 FLOC 的方差为 Var_0 ，经过预处理函数 $\theta_1(x), \theta_2(x), \theta_3(x)$ 后方差为 $\text{Var}_n, n = 1, 2, 3$ ，做 1000 次蒙特卡洛实验， $\text{Var}_n, n = 0, 1, 2, 3$ 的仿真如图 3(a)所示，图 3(b)为图 3(a)的中间部分放大后结果。

比较 Var_0 和 $\text{Var}_n, n = 1, 2, 3$ 的大小，如图 4 和表 2 所示。图 4 由上至下分别为 $\text{Var}_0 - \text{Var}_n, n = 1, 2, 3$ ，表 2 表示采用相应的预处理函数时，图 4 所对应的

最小值。

结果分析：由表 1 可以看出，用满足本文条件的 3 种预处理函数进行处理后，改进算法的时差估计均方根误差小于原始算法且改进算法中采用 $\theta_3(x)$ 的改进算法均方根误差最小，采用 $\theta_1(x)$ 的最大；这是因为 $|\theta_3(x)| < |\theta_2(x)| < |\theta_1(x)| < |\theta_0(x)|$ ，从而由前文证明过程可知，FLOC 的方差满足 $\text{Var}_0 > \text{Var}_1 > \text{Var}_2 > \text{Var}_3$ ，从而峰值检测精度随方差减小依次提高，进而时差估计精度亦依次提高。上述方差值的关系在图 3(a)、图 3(b)、图 4 和表 2 中均有所反应：由纵坐标轴可以看出，图 3(a)中 Var_0 最大值约在 2×10^5 ，而 $\text{Var}_1, \text{Var}_2$ 最大值约在 10^5 ， Var_3 最大值约在 10^4 ；图 3(b)中详细展示了 2.3 节中第 2 种 ($k = -d = 100$ 即信号完全相关)和第 3 种 ($|k + d| < f_s/R_b$ 且 $k \neq -d$ 即 $-50 < k < 250$ ，即信号部分相关，部分不相关)情况时 FLOC 的方差大小，可以看出，当两路信号完全相关时，方差达到最小值，当两路信号部分相关，部分不相关时，该方差大小处于刚刚完全不相关 ($k = f_s/R_b - d = 250$ 与 $k = -f_s/R_b - d = -50$) 与完全相关 ($k = -d = 100$) 的方差值之间，为一个过渡带，且此过渡带的大小满足关系 $\text{Var}_0 > \text{Var}_1 > \text{Var}_2 > \text{Var}_3$ ；图 4 反映了 $\text{Var}_0 - \text{Var}_n, n = 1, 2, 3$ 的大小，表 2 反映了图 4 的最小值，而最小值均大于 0，因此 $\text{Var}_0 - \text{Var}_n, n = 1, 2, 3$ 的值均大于 0，故对改进算法的 FLOC 进行峰值检测时精度高于原算法，因此时差估计精度高于原算法。

表 1 原算法及改进算法在 S α S 稳定分布下的均方根误差 (ns)

	-8 dB	-5 dB	-2 dB	1 dB	4 dB	7 dB	10 dB
$\theta_0(x)$	1329.0	745.1	354.0	192.6	119.1	84.2	58.0
$\theta_1(x)$	1242.0	666.1	313.9	177.5	114.2	82.5	57.9
$\theta_2(x)$	1242.4	662.1	311.4	176.6	113.9	82.2	58.0
$\theta_3(x)$	1203.6	656.6	311.1	170.1	105.1	71.9	47.4

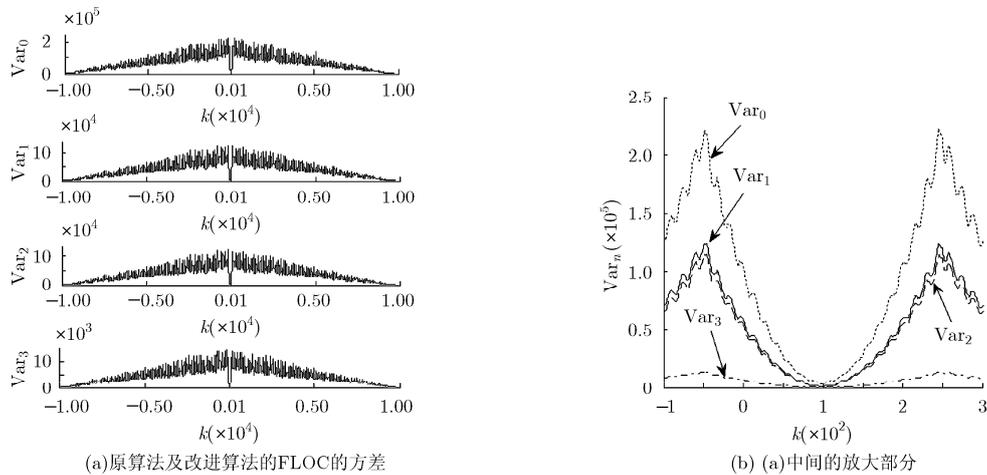


图 3 原算法及改进算法的 FLOC 的方差

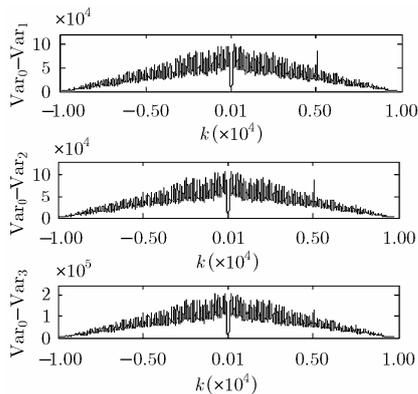


图 4 FLOC 的方差比较图

仿真 2 除了噪声为高斯白噪声, 其它条件同仿真 1, 比较原算法(相当于通过函数 $\theta_0(x) = x$)和改进算法的均方根误差, 结果如表 3 所示。

表 3 原算法及改进算法在高斯噪声下的的均方根误差 (ns)

	-8 dB	-5 dB	-2 dB	1dB	4 dB	7 dB	10 dB
$\theta_0(x)$	1061.6	477.9	199.0	126.3	83.8	63.0	45.1
$\theta_1(x)$	1120.7	521.1	213.4	133.0	88.8	66.1	47.3
$\theta_2(x)$	1135.9	531.6	216.2	134.0	89.4	66.6	47.5
$\theta_3(x)$	1013.9	412.0	172.3	104.2	61.2	43.9	30.8

4 结论

本文提出了在对称 α 稳定分布噪声中基于预处理的分数低阶协方差时差估计算法, 并理论证明了此类算法通过选用任意一个满足本文所提出的条件的预处理函数再使用 FLOC 算法后, 仍然保持原算法的无偏估计特性, 并且方差减小, 因此提高了时差估计精度; 从而预处理函数的选择不再局限于传统的反正切, sigmoid, 对数型, 拓宽了其选择范围, 若能选取使 FLOC 方差较小的预处理则可以达到更好的效果; 同时本文算法亦适用于高斯噪声, 综上所述可知在时差精度要求更高的场合, 本文算法更加适用。

参考文献

- [1] Protiva P, Mrkvica J, and Machae J. Estimation of wall parameters from time-delay-only through-wall radar measurements[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2011, 59(11): 4268-4278.
- [2] Benedetto F, Giunta G, and Bucci S. A unified approach for time-delay estimators in spread spectrum communications[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2011, 59(12): 3421-3429.
- [3] 黄知涛, 周一宇, 姜文利. 基于外辐射源信号的时差定位系统定位精度分析[J]. *系统工程与电子技术*, 2010, 32(11): 2257-2262.
Huang Zhi-tao, Zhou Yi-yu, and Jiang Wen-li. Location precision analysis for passive surveillance systems exploiting non-cooperative transmitters[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(11): 2257-2262.
- [4] Knapp C and Carter G. The generalized correlation method for estimation of time delay[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1976, 24(4): 320-327.
- [5] Vazquez A N and Garcia J A. Combination of recursive least p-norm algorithms for robust adaptive filtering in alpha-stable noise[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(3): 1478-1482.
- [6] Park J, Shevlyakov G, and Kim K. Maximin distributed detection in the presence of impulsive alpha-stable noise[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2011, 10(6): 1687-1691.
- [7] 孙永梅, 邱天爽. 分数低阶 α 稳定分布噪声下 HB 加权自适应时间延迟估计新方法[J]. *信号处理*, 2007, 23(3): 339-342.
Sun Yong-mei and Qiu Tian-shuang. The novel HB weighted adaptive time delay estimation algorithm under fractional

表 2 最小值对照表

$\theta_1(x)$	$\theta_2(x)$	$\theta_3(x)$
172.5	182.7	272.2

结果分析: 由表 3 可以看出, 改进算法的性能在高斯噪声环境下不一定优于原算法, 这是因为高斯噪声不具有尖峰脉冲的特性, 从而无法得到式(22)和式(23)的结果; 尽管如此, 若预处理函数选用合适, 改进算法性能仍有可能提升, 如预处理函数选用 $\theta_3(x)$ 时; 另外一方面, 比较表 1, 表 3 可知: 采用某种预处理函数的改进算法的均方根误差在高斯噪声环境下 ($\alpha = 2$) 小于在 S α S ($\alpha < 2$) 稳定分布噪声中的, 这意味着若在高斯噪声中精度能够满足实际要求, 那么在 S α S 稳定分布噪声中精度一定也满足实际要求, 因此本文算法在高斯噪声环境中仍然有效。

- lower order α -stable noise conditions[J]. *Signal Processing*, 2007, 23(3): 339–342.
- [8] Ma Xin-yu and Nikias C L. Joint estimation of time delay and frequency delay in impulsive noise using fractional lower order statistics[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(11): 2669–2687.
- [9] Jiang Jin-long and Zha Dai-feng. Generalized fractional lower-order spectrum of α -stable distribution process[C]. *Wireless Communications, Networking and Mobile Computing*, Dalian, 2008: 1–4.
- [10] 孙永梅, 邱天爽. 脉冲噪声环境下的 SCOT 加权时间延迟估计新方法[J]. *通信学报*, 2005, 26(12): 13–18.
- Sun Yong-mei and Qiu Tian-shuang. SCOT weighted time delay estimation method under impulsive noise environment[J]. *Journal on Communications*, 2005, 26(12): 13–18.
- [11] Tague J A. Multiple-model based particle filters for frequency tracking in α -stable noise[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(3): 2254–2261.
- [12] Wu Li-fu, He Hong-sen, and Qiu Xiao-jun. An active impulsive noise control algorithm with logarithmic transformation[J]. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2011, 19(4): 1041–1044.
- 田 瑶: 女, 1988 年生, 硕士生, 研究方向为通信信号处理及时差估计.
- 张 莉: 女, 1975 年生, 副教授, 研究方向为通信信号处理及时差估计.