

# 一种针对多目标跟踪的多基雷达系统聚类与功率联合分配算法

严俊坤 纠博\* 刘宏伟 保铮

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

**摘要:** 为了使多基雷达系统(MSRS)能动态地协调各部雷达的发射参数及其所获得的量测的使用,进而在系统资源有限的约束下达到更好的性能,该文提出一种针对多目标跟踪的 MSRS 聚类与功率联合分配算法。首先,该文推导了目标跟踪误差的贝叶斯克拉美罗下界(BCRLB)。然后,以最小化多目标总体跟踪误差的 BCRLB 为目标,建立了包含聚类方式和发射功率两个优化变量的代价函数,并用循环最小化算法和投影梯度算法对这个双变量优化问题进行了求解。最后,通过仿真实验验证了提出算法的有效性。

**关键词:** 多基地雷达系统; 多目标跟踪; 聚类分配; 功率分配

中图分类号: TN953+.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)08-1875-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.01470

## Joint Cluster and Power Allocation Algorithm for Multiple Targets Tracking in Multistatic Radar Systems

Yan Jun-kun Jiu Bo Liu Hong-wei Bao Zheng

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** This paper proposes a joint cluster and power allocation algorithm for multiple targets tracking in multistatic radar system. By selecting an optimal subset of radars with predetermined size to cluster around each target and implementing the power allocation strategy among those selected radars, this algorithm can achieve better performance under the resource constraints. Firstly, the Bayesian Cramer Rao Lower Bound (BCRLB) is derived. Then, a criterion minimizing the total BCRLB on the mean square error in multiple targets tracking is derived, and the corresponding optimization problem with two independent vectors is solved by cyclic minimization algorithm incorporating gradient projection method. Finally, the validity of the proposed method is demonstrated with the simulation results.

**Key words:** MultiStatic Radar Systems (MSRS); Multiple target tracking; Cluster allocation; Power allocation

### 1 引言

近年来,多基地雷达系统(MSRS)在航空、航天、航海等行业中已经得到了较为广泛的应用<sup>[1-5]</sup>。它具有两个突出特性:(1)几个空间分开的测量站;(2)接收目标信息的联合处理。正是这两个独特特性的组合,使 MSRS 具有许多优于单雷达的性质<sup>[1]</sup>。在它广阔的发展前景中,如何利用雷达组网的冗余信息,提高目标的定位和跟踪精度<sup>[2-5]</sup>已经成为一个重要的研究方向。文献[4]研究了利用 MSRS 进行目标定位时,定位误差的克拉美罗下界(CRLB);文献[5]给出了 MSRS 跟踪目标时均方根误差(MSE)的贝叶斯克拉美罗下界(BCRLB)。这些结果表明,基于 MSRS 的目标定位和跟踪精度与 MSRS 中雷达的数

量,各部雷达的发射功率等很多因素有关。理论上,MSRS 中包含的雷达数目越多、各部雷达的发射功率越高,目标的定位和跟踪精度就越高。但在实际应用中,MSRS 包含的雷达数目越多,就意味着需要传输的数据量越大,融合中心的计算复杂度越高<sup>[6]</sup>;对于一些特定的应用场合,比如总能量有限的雷达网络进行目标跟踪,或者军事应用中低截获的需求等,则需要 MSRS 在发射总功率有限制的情况下,尽可能达到更好的性能。因此,如何合理地分配 MSRS 的有限资源,已经成为实际应用中的一个关键问题。

从资源的种类上来说,现有的资源分配方式可大体分为两种,一种是基于系统组成结构的分配方式<sup>[6-8]</sup>;另一种是基于发射参数的分配方式<sup>[9,10]</sup>。针对基于组成结构的资源分配问题,文献[7]在考虑工程应用中传输带宽和融合中心的处理能力的前提下,提出了一种基于子集选取的单目标定位算法。该算法包含了两种优化模型:一种是在达到预先设定的定位精度的条件下,使用最少数目的雷达;另

2012-11-14 收到, 2013-03-29 改回

国家自然科学基金(61271291, 61201285), 新世纪优秀人才支持计划(NCET-09-0630), 全国优秀博士学位论文作者专项资金(FANEDD-201156)和中央高校基本科研业务费专项资金资助课题

\*通信作者: 纠博 bojiu@mail.xidian.edu.cn

一种是在 MSRS 系统中挑选给定数目的雷达, 以达到最好的定位精度。在此基础上, 文献[8]提出了一种基于雷达聚类分配的多目标定位算法, 目的是在满足各个目标的定位精度需求的前提下, 使用最少数目的雷达。该算法将 MSRS 按目标的个数进行聚类, 每个目标只由对应子类中的雷达进行跟踪, 从而减小了 MSRS 的传输数据量和融合中心的计算复杂度。针对基于发射参数的资源分配问题, 文献[9]和文献[10]则在分布式多输入多输出(MIMO)雷达的平台下, 提出了从性能出发的功率分配思想。该文献将目标定位误差的 CRLB 作为功率分配的代价函数, 目的是合理地分配系统有限的功率资源, 使目标的定位精度最高。

总的来说, 上述算法提出了合理分配 MSRS 有限资源的思想, 给后续研究打下了坚实的基础。但是却存在如下几个不足之处: (1)上述算法只能针对某个固定位置的目标进行资源分配。而在实际中, 目标的位置是无法提前获取的, 这就要求 MSRS 能够根据当前时刻的观测信息预测下一时刻的目标位置, 进而对系统资源进行提前分配<sup>[1]</sup>。因此, 基于 MSRS 的资源分配算法更加适用于目标跟踪的情况; (2)在聚类分配算法中<sup>[7,8]</sup>, 各部雷达都以最大功率发射信号, 而这可能会导致系统的功率资源得不到充分利用; (3)由于 CRLB 在低信噪比情况下的不紧致性<sup>[4]</sup>, 文献[10]提出的功率分配算法对各部雷达的发射功率都设置了一个下界。换句话说, 即使某部雷达对目标定位精度几乎没有贡献, 它也需要发射这部分功率, 而这也会导致资源的浪费; (4)文献[10]将功率分配看作一个非凸优化问题, 并用凸松弛方法结合贪婪算法进行了求解, 而这种求解方法计算量较大, 也可能得不到最优解<sup>[12]</sup>。

针对上述不足之处, 本文将前面提到的两种资源分配方式相结合, 提出了一种针对多目标跟踪的 MSRS 聚类与功率联合分配算法, 简称 JCAPA (Joint Cluster Allocation and Power Allocation) 算法。其步骤可简要描述为: 在各个时刻挑选固定数目的雷达与每个目标进行聚类(每个目标只由对应子类中的雷达进行跟踪), 并针对每个子类中的雷达进行功率分配, 使 MSRS 能动态地协调各部雷达的发射参数及其所获得的量测的使用, 进而在资源有限的约束下达到更好的性能。

## 2 数学模型

### 2.1 目标运动模型

假设空间中有  $Q$  个空间上分开的目标, 其中第  $q$  个目标的运动模型可描述为

$$\mathbf{x}_k^q = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1}^q + \mathbf{u}_{k-1}^q \quad (1)$$

式(1)中,  $\mathbf{x}_k^q$  表示  $k$  时刻第  $q$  个目标的状态。

$$\mathbf{x}_k^q = [x_{T_k}^q, \dot{x}_{T_k}^q, y_{T_k}^q, \dot{y}_{T_k}^q]^T \quad (2)$$

上标 T 表示矩阵或向量的转置,  $(x_{T_k}^q, y_{T_k}^q)$  和  $(\dot{x}_{T_k}^q, \dot{y}_{T_k}^q)$  分别表示  $k$  时刻第  $q$  个目标的位置和速度。 $\mathbf{F}$  为目标状态转移矩阵, 可以表示为

$$\mathbf{F} = \mathbf{I}_2 \otimes \begin{bmatrix} 1 & T_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中  $\otimes$  是矩阵直积的运算符,  $\mathbf{I}_2$  表示  $2 \times 2$  的单位阵,  $T_0$  表示采样间隔。式(1)中,  $\mathbf{u}_{k-1}^q$  表示  $k-1$  时刻, 零均值、白色高斯过程噪声序列, 其协方差矩阵为  $\mathbf{Q}_{k-1}^q$ <sup>[13]</sup>。

### 2.2 观测模型

假设空间中一个 MSRS 含有  $N$  部同步的两坐标雷达, 各部雷达的采样周期都为  $T_0$ 。雷达的坐标可以表示为  $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, N$ 。在  $k$  时刻, 第  $q$  个目标到第  $i$  部雷达的径向距离  $R_{i,k}^q$  可表示为

$$R_{i,k}^q = \sqrt{(x_{T_k}^q - x_i)^2 + (y_{T_k}^q - y_i)^2} \quad (4)$$

同理,  $k$  时刻第  $i$  部雷达与第  $q$  个目标因相对运动而产生的多普勒频移为

$$f_{i,k}^q = -\frac{2}{\lambda_i} (\dot{x}_{T_k}^q, \dot{y}_{T_k}^q) \begin{pmatrix} x_{T_k}^q - x_i \\ y_{T_k}^q - y_i \end{pmatrix} / R_{i,k}^q \quad (5)$$

式(5)中,  $\lambda_i$  表示第  $i$  部雷达的工作波长。

在实际中, 目标的真实距离和多普勒信息是不可能获得的, 雷达的测量往往含有随机误差。那么, 在  $k$  时刻第  $i$  部雷达测量得到的第  $q$  个目标的距离和多普勒信息可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \tilde{R}_{i,k}^q &= R_{i,k}^q + \Delta R_{i,k}^q \\ \tilde{f}_{i,k}^q &= f_{i,k}^q + \Delta f_{i,k}^q \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中  $\Delta R_{i,k}^q$  和  $\Delta f_{i,k}^q$  表示这些测量信息对应的误差。根据文献[14], 这些误差的大小与当前时刻的回波的信噪比(SNR)有关, 不管雷达采取何种估计方式获取这些测量, 它们的误差均存在一个下界。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{R_{i,k}^q}^2 &\propto a_i / \left( \alpha_{i,k}^q P_{i,k} |h_{i,k}^q|^2 \right) \\ \sigma_{f_{i,k}^q}^2 &\propto \gamma_i / \left( \alpha_{i,k}^q P_{i,k} |h_{i,k}^q|^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中  $a_i$  与第  $i$  部雷达发射信号的有效带宽有关,  $\gamma_i$  则取决于相干积累的时间长度<sup>[14]</sup>。衰减因子  $\alpha_{i,k}^q$  与第  $q$  个目标到第  $i$  部雷达的径向距离有关,  $P_{i,k}$  为  $k$  时刻第  $i$  部雷达的发射功率,  $h_{i,k}^q$  是一个复数, 代表第  $q$  个目标的雷达截面积(RCS)。

在实际中, 每部雷达都有固有跟踪能力  $\eta$ , 即每部雷达在每次扫描时间内不可能同时跟踪所有目

标。因此，本文中定义了一个 2 元变量  $u_{i,k}^q \in \{0,1\}$ ， $u_{i,k}^q = 1$  表示  $k$  时刻第  $i$  部雷达对第  $q$  个目标进行跟踪，反之则不跟踪。各个时刻，各部雷达将需要自己跟踪的目标的距离和多普勒测量信息传送给融合中心。这时，融合中心在  $k$  时刻接收到属于第  $q$  个目标的测量集合可以表示为

$$\mathbf{z}_k^q|_{2N \times 1} = \left[ [1,1]^T \otimes \mathbf{u}_k^q \right]_{2N \times 1} \odot \left[ \left( \tilde{\mathbf{R}}_k^q \right)^T, \left( \tilde{\mathbf{f}}_k^q \right)^T \right]^T \quad (8)$$

其中  $\odot$  表示向量点乘， $\mathbf{u}_k^q = [u_{1,k}^q, u_{2,k}^q, \dots, u_{N,k}^q]^T$ ， $\tilde{\mathbf{R}}_k^q$  和  $\tilde{\mathbf{f}}_k^q$  分别表示  $k$  时刻各部雷达的测得的第  $q$  个目标的距离和多普勒测量信息。根据这些信息，融合中心可以对第  $q$  个目标进行跟踪，非线性观测方程可描述为

$$\mathbf{z}_k^q|_{2N \times 1} = \left[ [1,1]^T \otimes \mathbf{u}_k^q \right]_{2N \times 1} \odot \left[ \mathbf{h}(\mathbf{x}_k^q) + \left[ (\Delta \mathbf{R}_k^q)^T, (\Delta \mathbf{f}_k^q)^T \right]^T \right]_{2N \times 1} \quad (9)$$

其中  $\Delta \mathbf{R}_k^q$  和  $\Delta \mathbf{f}_k^q$  分别表示  $k$  时刻第  $q$  个目标的距离和多普勒测量误差向量。假设各个时刻，各部雷达的测量误差服从均值为零的高斯分布，且相互独立，那么第  $q$  个目标  $N \times N$  的距离和多普勒测量误差的 CRLB 矩阵  $\mathbf{Q}_{R_k}^q$  和  $\mathbf{Q}_{f_k}^q$  可分别表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{R_k}^q &= \text{diag} \left\{ \sigma_{R_{1,k}^q}^2, \sigma_{R_{2,k}^q}^2, \dots, \sigma_{R_{N,k}^q}^2 \right\} \\ \mathbf{Q}_{f_k}^q &= \text{diag} \left\{ \sigma_{f_{1,k}^q}^2, \sigma_{f_{2,k}^q}^2, \dots, \sigma_{f_{N,k}^q}^2 \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

式(9)中， $\mathbf{h}(\mathbf{x}_k^q) = [\mathbf{R}^T(\mathbf{x}_k^q), \mathbf{f}^T(\mathbf{x}_k^q)]^T$  是一个高度非线性函数的集合， $\mathbf{R}(\mathbf{x}_k^q) = [R_{1,k}^q, R_{2,k}^q, \dots, R_{N,k}^q]^T$  和  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_k^q) = [f_{1,k}^q, f_{2,k}^q, \dots, f_{N,k}^q]^T$  分别表示  $k$  时刻第  $q$  个目标的距离和多普勒参数集合。在各个时刻，利用式(1)和式(9)即可迭代计算第  $q$  个目标状态的后验概率密度函数(PDF)，但由于目标的运动模型和雷达的测量值都含有随机误差，因此估计的目标状态也会有误差。如何分配系统有限的资源，以减小所有目标的总体跟踪误差将是下节的主要研究内容。

### 3 JCAPA 算法

从数学上来讲，JCAPA 算法就是在满足各部雷达固有跟踪能力和发射功率约束的前提下优化一个代价函数的问题。在各个融合时刻，各个目标的贝叶斯信息矩阵(BIM)  $\mathbf{J}(\mathbf{x}_k^q)$  是各部雷达聚类方式和发射功率的函数，而由 BIM 求逆而得到的 BCRLB 给目标的跟踪精度提供一个衡量尺度<sup>[13]</sup>。因此，本文将 BCRLB 用作 JCAPA 算法的代价函数，并用循环最小化算法<sup>[15]</sup>(CMA)结合梯度投影算法<sup>[16]</sup>(GP)对此双变量优化问题进行求解，具体步骤可描述如下。

#### 3.1 单目标 BIM 推导

总的来说，用观测向量  $\mathbf{z}_k^q$  估计第  $q$  个目标的状

态  $\mathbf{x}_k^q$  时，其无偏估计量  $\bar{\mathbf{x}}_k^q(\mathbf{z}_k^q)$  必须满足：

$$\mathbb{E} \left\{ \left[ \bar{\mathbf{x}}_k^q(\mathbf{z}_k^q) - \mathbf{x}_k^q \right] \left[ \bar{\mathbf{x}}_k^q(\mathbf{z}_k^q) - \mathbf{x}_k^q \right]^T \right\} \geq \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{x}_k^q) \quad (11)$$

仿照文献[13]，第  $q$  个目标状态  $\mathbf{x}_k^q$  的贝叶斯信息矩阵(BIM)可通过如下的形式获取：

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}_k^q) = \left[ \mathbf{Q}_{k-1}^q + \mathbf{F} \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{x}_{k-1}^q) \mathbf{F}^T \right]^{-1} + \mathbb{E} \left[ \sum_{i=1}^N u_{i,k}^q \mathbf{J}_i(\mathbf{x}_k^q) \right] \quad (12)$$

其中  $\mathbb{E}(\cdot)$  表示求数学期望， $\mathbf{H}(\mathbf{x}_k^q)$  为  $2N \times 4$  的 Jacobi 矩阵<sup>[13]</sup>，定义为

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}_k^q) \triangleq \left[ \Delta_{\mathbf{x}_k^q} \mathbf{h}^T(\mathbf{x}_k^q) \right]^T \quad (13)$$

式(12)中， $\mathbf{J}_i(\mathbf{x}_k^q)$  表示第  $i$  部雷达测量第  $q$  个目标时，观测数据提供的 Fisher 信息。

#### 3.2 代价函数的建立

JCAPA 算法需要系统具有预测性：融合中心在  $k-1$  时刻获取第  $q$  个目标状态的 BIM  $\mathbf{J}(\mathbf{x}_{k-1}^q)$  后，在给定下一个时刻各部雷达的聚类方式  $\mathbf{u}_k = [\mathbf{u}_k^{1T}, \mathbf{u}_k^{2T}, \dots, \mathbf{u}_k^{QT}]^T$  和发射功率  $\mathbf{p}_k = [P_{1,k}, P_{2,k}, \dots, P_{N,k}]^T$  的情况下，可通过式(12)计算  $k$  时刻各个目标状态的预测 BIM  $\mathbf{J}(\mathbf{p}_k, \mathbf{u}_k^q)|_{\mathbf{x}_k^q}$ 。对其求逆，可得到相应的预测 BCRLB 矩阵<sup>[13]</sup>为

$$\mathbf{C}(\mathbf{p}_k, \mathbf{u}_k^q)|_{\mathbf{x}_k^q} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{p}_k, \mathbf{u}_k^q)|_{\mathbf{x}_k^q} \quad (14)$$

$\mathbf{C}(\mathbf{p}_k, \mathbf{u}_k^q)|_{\mathbf{x}_k^q}$  的对角线元素即是第  $q$  个目标状态向量各个分量估计方差的下界，而且也是各部雷达聚类方式和发射功率的函数。因此，可将式(15)作为 JCAPA 算法的代价函数：

$$\mathbb{F}(\mathbf{p}_k, \mathbf{u}_k) = \sum_{q=1}^Q \text{Tr} \left[ \mathbf{C}(\mathbf{p}_k, \mathbf{u}_k^q)|_{\mathbf{x}_k^q} \right] \quad (15)$$

式(15)中， $\text{Tr}(\cdot)$  表示求矩阵的迹， $\mathbb{F}(\mathbf{p}_k, \mathbf{u}_k)$  体现了所有目标在  $k$  时刻的总体跟踪精度。

#### 3.3 JCAPA 算法的求解过程

通过式(12)和式(15)可以发现，目标的总体跟踪精度与雷达的发射功率、聚类方式以及目标的 RCS 等很多因素有关。本文中的优化变量为各个时刻雷达的聚类方式及其发射功率，具体的优化模型可以描述为

$$\left. \begin{aligned} & \min_{\mathbf{p}_k, \mathbf{u}_k} \left( \mathbb{F}(\mathbf{p}_k, \mathbf{u}_k) \right) \\ & \text{s.t.} \quad \left. \begin{aligned} & P_{i,k} = 0, & \sum_{q=1}^Q u_{i,k}^q = 0 \\ & \bar{P}_{i \min} \leq P_{i,k} \leq \bar{P}_{i \max}, & \text{其它} \\ & \mathbf{1}_N^T \mathbf{p}_k = P_{\text{total}}, & \sum_{q=1}^Q u_{i,k}^q \leq \eta \\ & \sum_{i=1}^N u_{i,k}^q = L, & u_{i,k}^q \in \{0,1\} \end{aligned} \right\} \quad (16) \end{aligned} \right.$$

其中  $\mathbf{1}_N^T = [1, 1, \dots, 1]_{1 \times N}$ ,  $\bar{P}_{i \max}$  和  $\bar{P}_{i \min}$  分别表示第  $i$  部雷达发射功率的上下限。这个优化函数的目的可以描述为: 各个时刻, 在 MSRS 用于跟踪某个目标的雷达数目  $L$  和发射总功率  $P_{\text{total}}$  一定的情况下, 对系统资源进行合理的分配, 使所有目标的总体跟踪精度最高。

很明显, 式(16)是一个含有两个变量的非凸的优化问题, 求解这类问题比较好的方法是: 先对原问题的约束进行松弛, 再利用 CMA 结合 GP 算法对松弛后的问题求解。具体的求解过程可简要描述为

步骤 1 将式(16)中用于表征雷达是否对目标进行跟踪的 2 元变量  $u_{i,k}^q \in \{0,1\}$  松弛为  $0 \leq u_{i,k}^q \leq 1$ ;

步骤 2 对聚类方式设置一个初始值  $\mathbf{u}_{k,\text{opt}} = \mathbf{u}_{k,0}$  (也可先令  $\mathbf{p}_k = \mathbf{p}_{k,0}$ , 但需要将下面的步骤倒置进行);

步骤 3 固定聚类方式  $\mathbf{u}_{k,\text{opt}}$ , 目标函数可以写为

$$\mathbb{F}(\mathbf{p}_k) \Big|_{\mathbf{u}_{k,\text{opt}}} = \sum_{q=1}^Q \text{Tr} \left[ \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{p}_k) \Big|_{\mathbf{u}_{k,\text{opt}}, \mathbf{x}_k^q} \right] \quad (17)$$

文献[10]将式(17)看成一个非线性、非凸的优化问题。它先将原问题松弛, 求解出松弛后问题的最优解, 再将这个最优解作为原问题的初始解进行局部搜索。但根据文献[12], 式(17)是一个凸优化问题, 通过表 1 给出的 GP 方法进行搜索, 即可获得  $\mathbf{u}_{k,\text{opt}}$  固定时, 功率分配的一个最优解  $\mathbf{p}_{k,\text{opt}}$ ;

步骤 4 固定发射功率  $\mathbf{p}_{k,\text{opt}}$ , 目标函数可以重新写为

$$\mathbb{F}(\mathbf{u}_k) \Big|_{\mathbf{p}_{k,\text{opt}}} = \sum_{q=1}^Q \text{Tr} \left[ \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{u}_k) \Big|_{\mathbf{p}_{k,\text{opt}}, \mathbf{x}_k^q} \right] \quad (18)$$

松弛后,  $\mathbf{u}_k$  的优化方式  $\mathbf{p}_k$  相同(由式(7)和式(12)可得), 求解时只需将表 1 中的变量  $\mathbf{p}_k$  替换为  $\mathbf{u}_k$ ;

步骤 5 跳转步骤 3, 直到连续两次得到的跟踪精度之差小于一个固定的值, 这时即可获得聚类方式和功率分配的优化结果  $\mathbf{u}_{k,\text{opt}}$  和  $\mathbf{p}_{k,\text{opt}}$ 。而后, 只需将  $\mathbf{u}_{k,\text{opt}}^q$  的前  $L$  个大值设为 1 而其余的置为 0 即可获得  $k$  时刻第  $q$  个目标的聚类方式。

通过以上步骤就可以实现 MSRS 的资源分配过程。总的来说, 本文提出的资源分配模型既考虑了 MSRS 的组成结构, 也包含了 MSRS 的发射参数, 下面将用仿真来验证算法的有效性和可行性。

## 4 实验结果分析

为了验证本文提出的 JCAPA 算法的有效性, 并进一步分析系统参数对雷达聚类方式和功率分配结果的影响, 本文进行了如下仿真。考虑了两种不同的布阵情况, 每种情况中目标个数设为  $Q=2$ 。图 1 给出了两种布阵情况中, 目标与雷达的空间位

表 1 梯度投影算法

- (1)任取初始可行点  $\mathbf{p}_{k,0}$ , 令  $n=0$ ;
- (2)将原问题的不等式约束分解为两部分:  $\mathbf{A}_1 \mathbf{p}_{k,n} = \mathbf{b}_1$  和  $\mathbf{A}_2 \mathbf{p}_{k,n} > \mathbf{b}_2$ , 那么原问题的积极约束可以表示为

$$\mathbf{A}_a \mathbf{p}_{k,n} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{1}^T \end{pmatrix} \mathbf{p}_{k,n} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ P_{\text{total}} \end{pmatrix}$$

- (3)定义投影矩阵:  $\mathbf{P} \mathbf{r} = \mathbf{I}_{N \times N} - \mathbf{A}_a^T (\mathbf{A}_a \mathbf{A}_a^T)^{-1} \mathbf{A}_a$ ;
- (4)取  $\mathbf{d}_{k,n} = -\mathbf{P} \mathbf{r} \cdot \Delta_{\mathbf{p}_{k,n}} \mathbb{F}(\mathbf{p}_{k,n}) \Big|_{\mathbf{u}_{k,\text{opt}}}$ , 若  $\mathbf{d}_{k,n} = \mathbf{0}_{N \times 1}$ , 则转(6); 否则转(5);

$$(5) \text{ 令 } \bar{\lambda} = \begin{cases} \min \left\{ \frac{\mathbf{a}_i \mathbf{p}_{k,n} - (\mathbf{b}_2)_i}{\mathbf{a}_i \mathbf{d}_{k,n}} \mid \mathbf{a}_i \mathbf{d}_{k,n} < 0, \mathbf{a}_i \in \mathbf{A}_2 \right\}, \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{d}_{k,n} \succeq \mathbf{0} \\ +\infty, \quad \mathbf{A}_2 \mathbf{d}_{k,n} \geq 0 \end{cases}$$

求取步长  $\lambda_{k,n} : \min_{0 \leq \lambda \leq \bar{\lambda}} \left( \mathbb{F}(\mathbf{p}_{k,n} + \lambda \mathbf{d}_{k,n}) \Big|_{\mathbf{u}_{k,\text{opt}}} \right) = \mathbb{F}(\mathbf{p}_{k,n} + \lambda_{k,n} \mathbf{d}_{k,n}) \Big|_{\mathbf{u}_{k,\text{opt}}}$ , 令  $\mathbf{p}_{k,n+1} = \mathbf{p}_{k,n} + \lambda_{k,n} \mathbf{d}_{k,n}$ ,  $n = n + 1$ , 转(2);

- (6)计算  $(\mathbf{A}_a \mathbf{A}_a^T)^{-1} \mathbf{A}_a \cdot \Delta_{\mathbf{p}_{k,n}} \mathbb{F}(\mathbf{p}_{k,n}) \Big|_{\mathbf{u}_{k,\text{opt}}} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_A \\ \mathbf{1}^T \end{pmatrix}$ , 令  $\mathbf{v}_j = \min(\mathbf{v}_A)$ , 若  $\mathbf{v}_j > 0$ , 获得最优解  $\mathbf{p}_{k,\text{opt}} = \mathbf{p}_{k,n}$ ; 否则, 从  $\mathbf{A}_a$  中划去  $\mathbf{v}_j$  对应的行向量  $\mathbf{a}_j$ , 并将其作为新的  $\mathbf{A}_a$  矩阵, 转(3)。

置关系。假设共有 12 帧数据用于本次仿真, 各部雷达发射信号参数基本相同, 有效带宽为 1 MHz, 波长设为 0.3 m, 相参脉冲个数为 32, 观测间隔  $T_0 = 6$  s。各个时刻, 跟踪每个目标的雷达数目  $L = 2$ , 每部雷达的跟踪能力设为  $\eta = 1$ 。假设各部雷达的初始聚类方式为: 雷达 1 和雷达 2 跟踪目标 1, 雷达 7 和雷达 8 跟踪目标 2(即  $u_{1,1}^1 = u_{2,1}^1 = 1$ ,  $u_{7,1}^2 = u_{8,1}^2 = 1$ ), 各部雷达的初始发射功率是均匀分配的( $P_{i,1} = P_{\text{total}}/N$ ), 各部雷达的发射功率上下界分别为  $\bar{P}_{i \max} = 0.8P_{\text{total}}$  和  $\bar{P}_{i \min} = 0.05P_{\text{total}}$ 。

本文首先考虑了非起伏的目标 RCS 模型, 所有目标的反射系数都假设为 1。在这种非起伏的 RCS 模型下, 聚类方式和功率分配的结果只与目标和雷达的距离以及它们的相对位置有关系。图 2 给出了不同布阵形式、非起伏的 RCS 模型下, 所有目标的总体跟踪精度及其 BCRLB 随时间变化的关系。本文中, 目标跟踪通过不敏 Kalman 滤波器<sup>[13]</sup>来实现, 所有目标的总体跟踪精度用空间位置的均方根误差 (RMSE)来描述:

$$\text{RMSE}_k = \sum_{q=1}^Q \sqrt{\frac{1}{\text{Num}} \sum_{j=1}^{\text{Num}} \left[ (x_{\text{Tk}}^q - \hat{x}_{\text{Tk}}^{jq})^2 + (y_{\text{Tk}}^q - \hat{y}_{\text{Tk}}^{jq})^2 \right]} \quad (19)$$

其中，Num 表示计算均方根误差时所用的蒙特卡罗实验次数，本文中取 Num = 50。 $(\hat{x}_{T_k}^j, \hat{y}_{T_k}^j)$  为  $k$  时刻第  $j$  次实验估计出的第  $q$  个目标的位置。

图 2 中，无资源分配表示 MSRS 不进行资源分配，在跟踪过程中采用初始的聚类方式，且各部雷达的发射功率也为初始值。结果显示，最优化聚类方式和功率分配后，目标的跟踪精度较有明显提升，且提升的程度与 MSRS 的布阵形式有关。

图 3 给出了非起伏 RCS 模型下，MSRS 在各个时刻的聚类方式。结果显示，在第 1 种布阵方式的初始阶段，雷达 1 和雷达 2 与目标的相对位置最好；随着目标的运动，雷达 3 逐渐替代雷达 1，对目标进行跟踪。这说明在聚类方式的优化过程中，与目标距离更近、相对位置更好的雷达会包含于该目标对应的子类中。

为了更好地了解各个时刻雷达的聚类方式和功率分配结果，图 4 给出了第 2 帧和第 12 帧时的资源分配结果。图 4 中，不同朝向的三角形代表不同时刻的各个目标的聚类方式，在子图中还给出了相应的功率分配结果。以图 4(a)为例，方向朝下的三角形表示在  $k = 2$  时刻，由雷达 1 和雷达 2 对目标 1 进行跟踪；方向朝上的三角形则说明了目标 2 在  $k = 2$  时刻的聚类方式选取的是雷达 7 和雷达 8。结果表

明，聚类方式决定了雷达的使用情况，大部分功率资源则倾向于分配给各个子类中距离目标较远、相对位置较差的雷达，从而使对应目标的跟踪精度更高(注：不使用的雷达不需要分配功率)。这些结果说明，MSRS 在动态地协调各部雷达的发射参数及其所获得的量测的使用，以平衡系统资源和系统整体的跟踪性能，即在各个时刻选择适当的雷达以适当的发射参数对各个目标进行正确地跟踪。

前面的仿真在非起伏的目标 RCS 模型下，分析了雷达到目标的距离以及它们的相对位置关系对雷达聚类方式和功率分配结果的影响。为了进一步分析目标 RCS 对功率分配结果的影响，本文还考虑了第 2 种 RCS 模型，该模型中两个目标对雷达 5 和雷达 6 的反射系数较小，如图 5 所示，而对其它雷达的反射系数与第 1 种 RCS 模型相同。

由图 5 可以发现，在第 2 种 RCS 模型中目标对雷达 5 和雷达 6 的反射系数较低。这时，这两部雷达的回波 SNR 将会受到较大影响。图 6 给出了在第 2 种目标 RCS 模型下，各个时刻的所有目标的总体跟踪精度以及相应的 BCRLB。结果显示，本文提出的算法也能有效的提高跟踪精度。

图 7 给出了目标 RCS 起伏时，两种不同的布阵情况中，MSRS 在各个时刻的聚类结果。将它们与

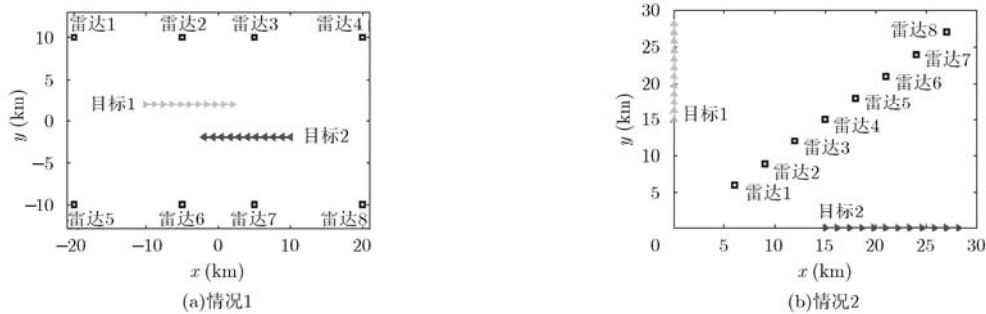


图1 雷达与目标的空间位置关系

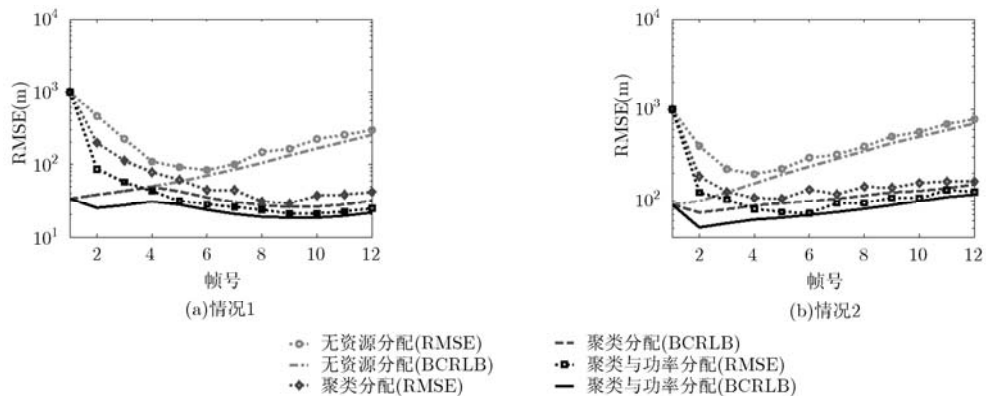


图2 非起伏RCS模型时目标跟踪的RMSE

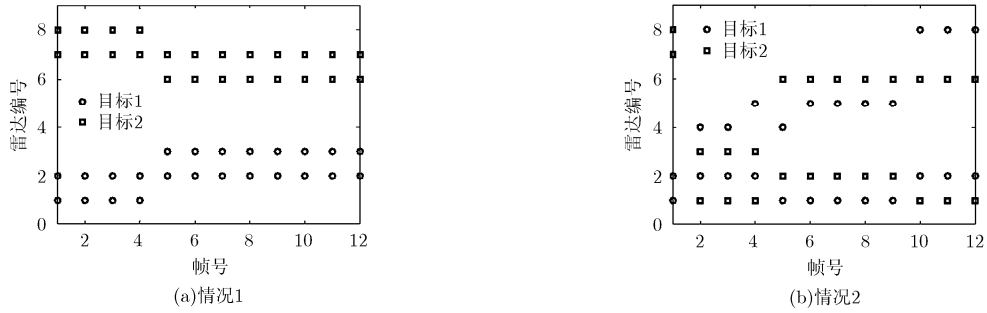


图3 非起伏RCS模型时的聚类方式

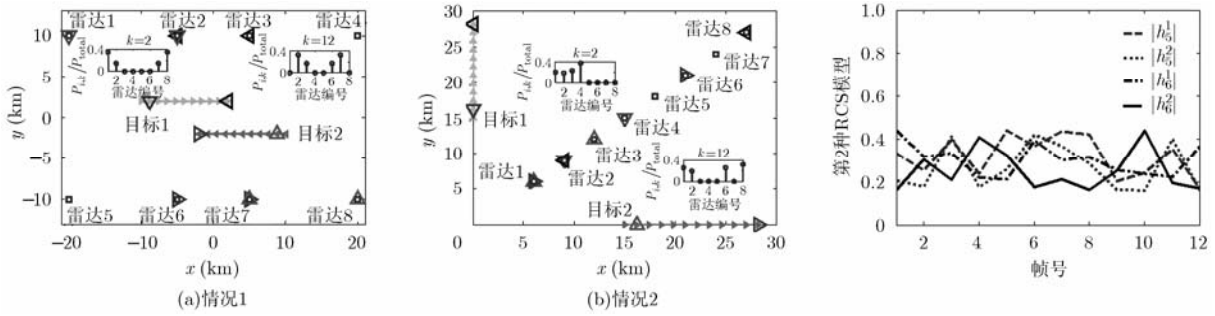


图4 非起伏RCS模型时的资源分配结果

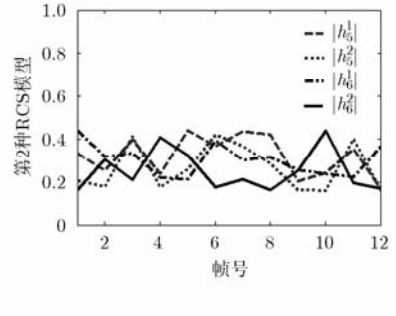


图5 第2种目标RCS模型

图3的结果进行比较可以发现，雷达5和雷达6不再对目标进行跟踪。在整个跟踪过程中，MSRS会选择其它的雷达代替反射系数低的雷达5和雷达6，而目标的跟踪精度也会有一定程度的下降。

综上所述，无资源分配时目标跟踪误差要比最优聚类方式和功率分配时高。资源分配的过程是先挑选固定数目的雷达与每个目标进行聚类，再针对子类中雷达进行功率分配。资源分配的原则可描述为：在聚类过程中，与目标距离更近、反射系数更高、相对位置更好的雷达都会包含于该目标对应的子类中；而更多的功率资源倾向于分配给各个子类中距离目标较远、相对位置较差的雷达。

### 5 结束语

本文在MSRS平台下，提出了一种针对多目标跟踪的JCAPA算法，目的是使MSRS能动态地协调各部雷达的发射参数及其所获得的量测的使用，进而在资源有限的约束下达到更好的性能。具体表现为：在各个时刻选择适当的雷达以适当的发射参数对各个目标进行正确地跟踪。与现有的资源分配算法相比，本文提出的算法有如下两个优点：(1)对各部雷达的聚类方式和发射功率进行联合优化，克服了现有分配算法功率资源利用不充分的问题；(2)通过使用CMA和GP算法对这个双变量问题进行求解，可以大大减小计算量，为算法在实际中的应

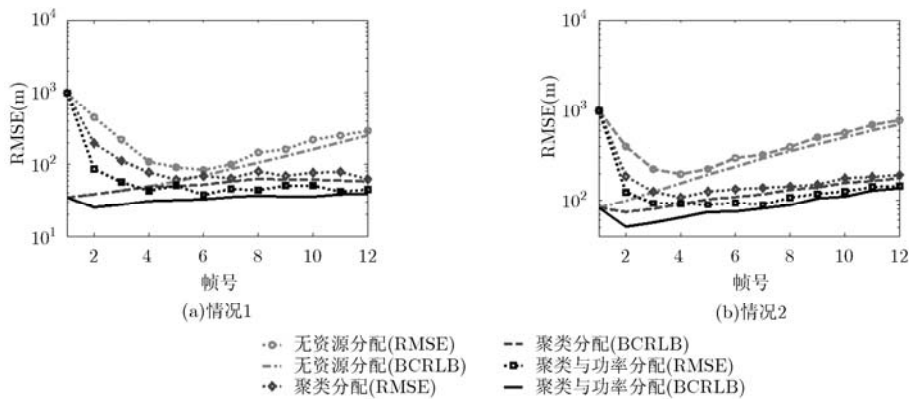


图6 起伏 RCS 模型时目标跟踪的 RMSE

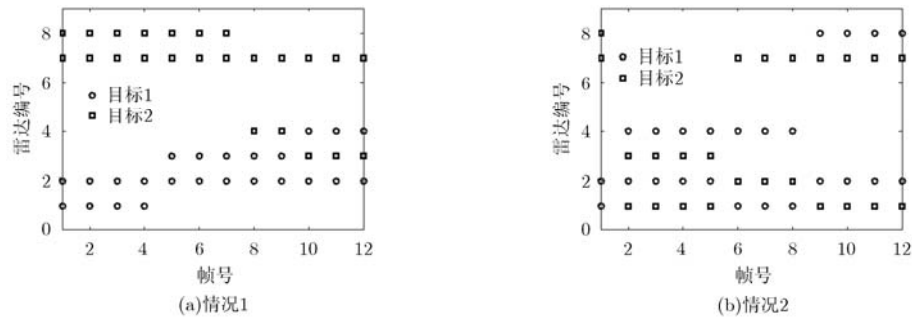


图 7 起伏 RCS 模型时的聚类方式

用奠定基础。值得指出的是, JCAPA 算法是以目标平稳运动为前提的, 对于机动目标的跟踪问题, 该算法可能会因模型失配, 导致性能下降。因此, 如何针对机动目标分配 MSRS 有限的资源将是作者下一步的研究方向。

### 参 考 文 献

- [1] 周万幸, 吴鸣亚, 胡明春. 双(多)基地雷达系统[M]. 北京: 电子工业出版社, 2011: 1-30.
  - [2] 程院兵, 顾红, 苏卫民. 一种新的双基地MIMO雷达快速多目标定位算法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(2): 312-317.  
Cheng Yuan-bing, Gu Hong, and Su Wei-min. A new method for fast multi-target localization in bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(2): 312-317.
  - [3] 吴跃波, 杨景曙, 王江. 一种双基地MIMO 雷达三维多目标定位方法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(10): 2483-2488.  
Wu Yue-bo, Yang Jing-shu, and Wang Jiang. A method for multi-target 3D localization in bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(10): 2483-2488.
  - [4] Godrich H, Haimovich A M, and Blum R S. Target localization accuracy gain in MIMO radar based system[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(6): 2783-2803.
  - [5] Van Trees H L, Bell K L, and Wang Y. Bayesian Cramer-Rao bounds for multistatic radar[C]. Proceedings of Waveform Diversity Design, Orlando, FL, USA, 2006: 856-859.
  - [6] Godrich H, Petropulu A, and Poor H V. A combinatorial optimization framework for subset selection in distributed multiple-radar architecture[C]. Proceedings of Acoustics, Speech and Signal Processing, Piscataway, NJ, USA, 2011: 2796-2799.
  - [7] Godrich H, Petropulu A, and Poor H V. Sensor selection in distributed multiple-radar architectures for localization: a knapsack problem formulation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(1): 247-260.
  - [8] Godrich H, Petropulu A, and Poor H V. Cluster allocation schemes for target tracking in multiple radar architectures[C]. Proceedings of Signals, Systems and Computers, Princeton, NJ, USA, 2011: 863-867.
  - [9] Godrich H, Petropulu A, and Poor H V. Resource allocation schemes for target localization in distributed multiple radar architectures[C]. Proceedings of Signal Processing, Aalborg, Denmark, 2010: 23-27.
  - [10] Godrich H, Petropulu A, and Poor H V. Power allocation strategies for target localization in distributed multiple-radar architecture[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(7): 3226-3240.
  - [11] Hero A O and Cochran D. Sensor management: past, present, and future[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2011, 11(12): 3064-3075.
  - [12] Boyd S and Vandenberghe L. Convex Optimization[M]. Cambridge: UK, Cambridge University, 2004: 67-127.
  - [13] Ristic B, Arulampalam S, and Gordon N. Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications[M]. Boston, MA: Artech House, 2004: 1-82.
  - [14] Van Trees H L. Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part III[M]. New York, NY: John Wiley & Sons, 1971: 275-352.
  - [15] Stoica P and Selén Y. Cyclic minimizers, majorization techniques, and expectation-maximization algorithm: a refresh[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2004, 21(1): 112-114.
  - [16] Rao S S. Engineering Optimization: Theory and Practice[M]. 3rd Ed, New York: Wiley, 1996: 383-425.
- 严俊坤: 男, 1987年生, 博士生, 研究方向为认知雷达、目标跟踪与定位、协同探测。
- 纠 博: 男, 1982年生, 博士, 副教授, 研究方向为自适应信号处理、雷达自动目标识别。
- 刘宏伟: 男, 1971年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达系统、雷达信号处理、雷达自动目标识别等。