基于层次非负特征值约束的 Yamaguchi 分解

刘高峰*　李　明　王亚军　张　鹏　吴　艳
(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室　西安　710071)

摘　要：针对现有 Yamaguchi 分解的相干矩阵存在不满足非负特征值约束(NER)的问题，该文提出一种基于层次 NER 的 Yamaguchi 分解。该文分析得出，NER 问题源自于散射功率的过估计，并指出只要解决了余项相干矩阵的 NER 问题，就能解决所有相干矩阵的 NER 问题。于是基于非负特征值分解(NNED)，依次建立了抑制散射功率过估计的第 1 层至第 4 层 NER 方法，其中后层的 NER 方法需要分层次地执行前层的 NER 方法。第 4 层 NER 方法解决了余项相干矩阵的 NER 问题，进而解决了所有相干矩阵的 NER 问题。另外，该文还提出比原有 NNED 效率更高的快速 NNED。实验结果表明，所提出的分解方法能显著增强城区的二面角散射功率与抑制城区的体散射功率，并能显著增强海洋区的面散射功率。

关键词：极化合成孔径雷达；极化目标分解；Yamaguchi 分解；非负特征值约束；非负特征值分解(NNED)
中图分类号：TN958　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2013)11-2678-08
DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.01381

Yamaguchi Decomposition Based on Hierarchical Nonnegative Eigenvalue Restriction

Liu Gao-feng　Li Ming　Wang Ya-jun　Zhang Peng　Wu Yan
(*National Key Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an* 710071*, China*)

Abstract: To solve the issue that coherency matrices of the existing Yamaguchi decompositions do not satisfy Nonnegative Eigenvalue Restriction (NER), Yamaguchi decomposition based on hierarchical NER is proposed. It is derived that the NER problem results from the overestimation of scattering powers, and it is pointed out that if the NER problem of remainder coherency matrix is resolved, the NER problems of all coherency matrices are also resolved. Then, the NER methods of the first layer to the fourth layer are proposed orderly based on NonNegative Eigenvalue Decomposition (NNED) to depress the overestimation of scattering powers. For the NER methods, the posterior-layer NER methods need to hierarchically implement the anterior-layer NER methods. The fourth-layer NER method resolves the NER problem of remainder coherency matrix, so the NER problems of all coherency matrices are also resolved. In addition, the fast NNED more efficient than the existing NNED is derived. The experiment result shows that the proposed decomposition can markedly enhance double-bounce scattering power and reduce volume scattering power for urban areas, and enhance surface scattering power for ocean areas.

Key words: Polarimetric SAR (PolSAR); Polarimetric target decomposition; Yamaguchi decomposition; Nonnegative Eigenvalue Restriction (NER); NonNegative Eigenvalue Decomposition (NNED)

1　引言

随着极化 SAR 系统的迅速发展[1,2]，极化 SAR 数据处理得到了越来越多的关注。极化目标分解是极化 SAR 数据处理的核心内容，是对极化 SAR 目标进行检测、分类以及识别的一个关键环节[3–5]。Yamaguchi 分解[6,7]是一种非常重要的极化目标分解，它将目标散射机制分解为螺旋散射、体散射、二面角散射以及面散射。Yamaguchi 分解[6,7]通过增加螺旋散射将 Freeman-Durden 分解[8]从反射对称推广到了非反射对称，并且螺旋散射分量有利于区分人造目标与自然目标。针对 Yamaguchi 分解[6,7]产生负功率的问题，Yajima 等人[9]提出了基于非负功率约束的 Yamaguchi 分解。为了提高 Yamaguchi 分解的性能，Yamaguchi 等人将取向角补偿[10]应用于文献[9]的方法，提出了基于取向角补偿的 Yamaguchi 分解[11]；随后，Sato 等人[12]提出了扩展体散射模型，并将其应用于文献[11]的方法，提出了基于扩展体散射模型的 Yamaguchi 分解。根据雷达系统理论，文献[3]与文献[13]提出代表散射机制的

2012-10-26 收到，2013-07-02 改回
国家自然科学基金(61271297，61272281)和博士学科点科研专项基金(20110203110001)资助课题
*通信作者：刘高峰　gaofengliu@mail.xidian.edu.cn

相干矩阵的所有特征值必须全为非负数，我们称之为非负特征值约束(NER)，若该相干矩阵是半正定的，则称它满足 NER，反之则不满足。本文分析得出 Yamaguchi 分解的相干矩阵都代表相应的散射机制，然而极化 SAR 实测数据实验证实现有 Yamaguchi 分解的相干矩阵存在不满足 NER 的问题。针对此问题，本文根据非负特征值分解(NNED)原理得出，NER 问题来自于散射功率的过估计，并指出只要解决了余项相干矩阵的 NER 问题，就能解决所有相干矩阵的 NER 问题；然后提出第 1 层至第 4 层的 NER 方法，其中第 4 层 NER 方法解决了余项相干矩阵的 NER 问题；最后将该层次 NER 方法应用于基于扩展体散射模型的 Yamaguchi 分解[12]，提出了基于层次非负特征值约束的 Yamaguchi 分解。

2　相干矩阵的非负特征值约束

现有 Yamaguchi 分解[7,9,11,12]的模型如式(1)所示

$$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle = f_c\,[\boldsymbol{T}_h] + f_v\,\langle[\boldsymbol{T}_v]\rangle + f_d\,[\boldsymbol{T}_d] + f_s\,[\boldsymbol{T}_s] \tag{1}$$

其中$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle$是测量相干矩阵；$[\boldsymbol{T}_h]$，$\langle[\boldsymbol{T}_v]\rangle$，$[\boldsymbol{T}_d]$与$[\boldsymbol{T}_s]$分别是螺旋、体、二面角与面散射相干矩阵；$f_c$，$f_v$，$f_d$与$f_s$分别是待定的螺旋、体、二面角与面散射系数。对于原始 Yamaguchi 分解[7]而言，$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle$的第 1 行与第 3 列元素在分解中没有被使用且在一般情况下是非零的，并且式(1)中$[\boldsymbol{T}_h]$，$\langle[\boldsymbol{T}_v]\rangle$，$[\boldsymbol{T}_d]$与$[\boldsymbol{T}_s]$的第 1 行与第 3 列元素都为 0，因此该 Yamaguchi 分解的式(1)左右两边在一般情况下是不相等的。对于后期 Yamaguchi 分解[9,11,12]，上面的问题依然存在，另外非负功率约束已应用于这些 Yamaguchi 分解，这进一步造成式(1)左右两边是不相等的。因此，本文添加余项相干矩阵$[\boldsymbol{T}_r]$到式(1)，以确保左右两边是相等的。

$$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle = f_c\,[\boldsymbol{T}_h] + f_v\,\langle[\boldsymbol{T}_v]\rangle + f_d\,[\boldsymbol{T}_d] + f_s\,[\boldsymbol{T}_s] + [\boldsymbol{T}_r] \tag{2}$$

目前基于物理模型极化目标分解余项的矩阵形式、对应地物及统计特性还不能确定，有待于进一步研究[3,13]，但是文献[3]与文献[13]明确指出基于物理模型极化目标分解的余项相干矩阵包含有用的极化信息，仍然代表某些散射机制(文献[3]命名为未知散射机制)。因此式(2)中的$[\boldsymbol{T}_r]$具有散射机制的物理意义。

为了表述方便，本文将$[\boldsymbol{T}_h]$,$\langle[\boldsymbol{T}_v]\rangle$,$[\boldsymbol{T}_d]$与$[\boldsymbol{T}_s]$分别记为$[\boldsymbol{T}_1]$,$[\boldsymbol{T}_2]$,$[\boldsymbol{T}_3]$与$[\boldsymbol{T}_4]$；将$f_c$,$f_v$,$f_d$与$f_s$分别记为$f_1$,$f_2$,$f_3$与$f_4$。式(2)的$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle$,$[\boldsymbol{T}_h]$,$\langle[\boldsymbol{T}_v]\rangle$,$[\boldsymbol{T}_d]$与$[\boldsymbol{T}_s]$都满足 NER，而本文讨论的相干矩阵如式(3)所示：

$$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i\,[\boldsymbol{T}_i],\qquad i\in\{1,2,3,4\} \tag{3a}$$

$$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - \left(f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right] + f_j\left[\boldsymbol{T}_j\right]\right),\ i,j\in\{1,2,3,4\} \tag{3b}$$

$$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - \left(f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right] + f_j\left[\boldsymbol{T}_j\right] + f_k\left[\boldsymbol{T}_k\right]\right),\ i,j,k\in\{1,2,3,4\} \tag{3c}$$

$$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - \left(f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right] + f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right] + f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right] + f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) \tag{3d}$$

其中i,j,k是互不相等的。式(3a)有 4 个相干矩阵，式(3b)有 6 个，式(3c)有 4 个，式(3d)有 1 个，因此本文讨论的相干矩阵共有 15 个。根据式(2)与式(3)可得式(4)：

$$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right] = f_j\left[\boldsymbol{T}_j\right] + f_k\left[\boldsymbol{T}_k\right] + f_l\left[\boldsymbol{T}_l\right] + \left[\boldsymbol{T}_r\right] \tag{4a}$$

$$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - \left(f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right] + f_j\left[\boldsymbol{T}_j\right]\right) = f_k\left[\boldsymbol{T}_k\right] + f_l\left[\boldsymbol{T}_l\right] + \left[\boldsymbol{T}_r\right] \tag{4b}$$

$$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - \left(f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right] + f_j\left[\boldsymbol{T}_j\right] + f_k\left[\boldsymbol{T}_k\right]\right) = f_l\left[\boldsymbol{T}_l\right] + \left[\boldsymbol{T}_r\right] \tag{4c}$$

$$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - \left(f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right] + f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right] + f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right] + f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) = \left[\boldsymbol{T}_r\right] \tag{4d}$$

其中i,j,k与l是互不相等的。对于式(3b)，假定$i=1, j=2$，根据式(4b)得$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-(f_1[\boldsymbol{T}_1]+f_2[\boldsymbol{T}_2]) = f_3[\boldsymbol{T}_3]+f_4[\boldsymbol{T}_4]+[\boldsymbol{T}_r]$，于是本文认为相干矩阵$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-(f_1[\boldsymbol{T}_1]+f_2[\boldsymbol{T}_2])$代表了由二面角散射、面散射以及未知散射组成的散射机制。对式(3)中的其它相干矩阵做类似的分析，同样可以得出它们都代表相应的散射机制，因此式(3)中的所有相干矩阵都应满足 NER。另外对于$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-(f_1[\boldsymbol{T}_1]+f_2[\boldsymbol{T}_2])$，做如下的分析。根据 Yamaguchi 分解[7,9,11,12]的算法可知，二面角散射与面散射分量是从相干矩阵$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-(f_1[\boldsymbol{T}_1]+f_2[\boldsymbol{T}_2])$中提取而来，若$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-(f_1[\boldsymbol{T}_1]+f_2[\boldsymbol{T}_2])$不满足 NER，则它不能代表散射机制，于是从$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-(f_1[\boldsymbol{T}_1]+f_2[\boldsymbol{T}_2])$中提取的二面角散射与面散射分量是没有物理意义的，因此$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-(f_1[\boldsymbol{T}_1]+f_2[\boldsymbol{T}_2])$必须满足 NER。

在第 4 节的实验中，将通过极化 SAR 实测数据实验证实现有 Yamaguchi 分解式(3)中的所有相干矩阵都存在不满足 NER 的问题。

3　基于层次非负特征值约束的 Yamaguchi 分解

3.1 非负特征值分解

针对 NER 问题，一种非负特征值分解(NNED)[3,13]方法被提出。该分解方法的抽象模型是$\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$，其中$\boldsymbol{A}$与$\boldsymbol{B}$是半正定的 Hermite 矩阵。NNED 的原理指出：若$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$不满足 NER，则存在一个$a_{\max}\in[0,1)$使得$\boldsymbol{A}-a_{\max}\boldsymbol{B}$满足 NER，并且$a_{\max}$是使$\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$满足 NER 的最大$a$[3,13]。于是得知，用一个小于 1 的$a_{\max}$作用于$\boldsymbol{B}$来可以确保$\boldsymbol{A}-a_{\max}\boldsymbol{B}$满足 NER；反之，用一个大于 1 的$a$作用于$\boldsymbol{B}$，则$\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$必定不满足 NER。

3.2 层次非负特征值约束方法

(1)第 1 层 NER 方法　若式(3a)的相干矩阵

$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i[\boldsymbol{T}_i]$ 不满足 NER，则根据 NNED 原理可知，只能通过减少 f_i 才能确保 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i[\boldsymbol{T}_i]$ 满足 NER，因此本文认为 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i[\boldsymbol{T}_i]$ 不满足 NER 源自于 f_i 的过估计。于是用 $a_{\max}$ 去抑制 f_i 的过估计，以此让式(5)满足 NER。

$$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - a_{\max}\left(f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right]\right) \tag{5}$$

针对式(3a)的相干矩阵，本文提出了第 1 层 NER 方法，步骤如下：

(a)若 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i[\boldsymbol{T}_i]$ 满足 NER，则不做任何处理，算法终止；若 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i[\boldsymbol{T}_i]$ 不满足 NER，则转到步骤(b)；

(b)令 $\boldsymbol{A} = \langle[\boldsymbol{T}]\rangle$ 与 $\boldsymbol{B} = f_i[\boldsymbol{T}_i]$，利用 NNED 计算 $\boldsymbol{A} - a_{\max}\boldsymbol{B}$ 中的 $a_{\max}$；

(c)更新散射系数：$f_i = a_{\max} f_i$。注：更新散射系数后的 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i[\boldsymbol{T}_i]$ 必定满足 NER。

(2)第 2 层 NER 方法　若式(3b)的相干矩阵 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - (f_i[\boldsymbol{T}_i] + f_j[\boldsymbol{T}_j])$ 不满足 NER，则根据 NNED 原理，本文认为在 f_i 与 f_j 中存在过估计问题，过估计的可能情况如式(6)所示。

$$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - a_{\max}\left(f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right] + f_j\left[\boldsymbol{T}_j\right]\right) \tag{6a}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right]\right) - a_{\max}\left(f_j\left[\boldsymbol{T}_j\right]\right) \tag{6b}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_j\left[\boldsymbol{T}_j\right]\right) - a_{\max}\left(f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right]\right) \tag{6c}$$

对于式(6a)，认为 f_i 与 f_j 都被过估计了，于是用 $a_{\max}$ 去抑制 f_i 与 f_j 的过估计。对于式(6b)，认为 f_j 被过估计了而 f_i 没有被过估计，但 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i[\boldsymbol{T}_i]$ 可能不满足 NER，这与 f_i 没有被过估计相矛盾，因此应首先对 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i[\boldsymbol{T}_i]$ 执行第 1 层 NER 方法，以确保 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i[\boldsymbol{T}_i]$ 满足 NER；然后再用 $a_{\max}$ 去抑制 f_j 的过估计。式(6c)与式(6b)有类似的处理办法。

针对式(3b)的相干矩阵，本文提出了第 2 层 NER 方法，步骤如下：

(a)若 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - (f_i[\boldsymbol{T}_i] + f_j[\boldsymbol{T}_j])$ 满足 NER，则不做任何处理，算法终止；若 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - (f_i[\boldsymbol{T}_i] + f_j[\boldsymbol{T}_j])$ 不满足 NER，则转到步骤(b)；

(b)式(6b)与式(6c)首先分别执行第1层NER方法以确保 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i[\boldsymbol{T}_i]$ 与 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_j[\boldsymbol{T}_j]$ 满足 NER；然后分别利用 NNED 计算式(6a)至式(6c)的 $a_{\max}$，比如以式(6b)为例，令 $\boldsymbol{A} = \langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i[\boldsymbol{T}_i]$ 与 $\boldsymbol{B} = f_j[\boldsymbol{T}_j]$，利用 NNED 计算 $\boldsymbol{A} - a_{\max}\boldsymbol{B}$ 中的 $a_{\max}$；

(c)选择式(6a)至式(6c)这 3 种情况中功率最小的作为最终的情况，然后更新散射系数。注：式(6a)至式(6c)的功率指的是各自对角线元素之和。

(3)第3层NER方法　同理，若式(3c)的相干矩阵 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - (f_i[\boldsymbol{T}_i] + f_j[\boldsymbol{T}_j] + f_k[\boldsymbol{T}_k])$ 不满足 NER，则本文认为在 f_i，f_j 与 f_k 这 3 个散射系数中存在过估计问题，过估计的可能情况如式(7)所示：

$$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - a_{\max}\left(f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right] + f_j\left[\boldsymbol{T}_j\right] + f_k\left[\boldsymbol{T}_k\right]\right) \tag{7a}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right]\right) - a_{\max}\left(f_j\left[\boldsymbol{T}_j\right] + f_k\left[\boldsymbol{T}_k\right]\right) \tag{7b}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_j\left[\boldsymbol{T}_j\right]\right) - a_{\max}\left(f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right] + f_k\left[\boldsymbol{T}_k\right]\right) \tag{7c}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_k\left[\boldsymbol{T}_k\right]\right) - a_{\max}\left(f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right] + f_j\left[\boldsymbol{T}_j\right]\right) \tag{7d}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right] - f_j\left[\boldsymbol{T}_j\right]\right) - a_{\max}\left(f_k\left[\boldsymbol{T}_k\right]\right) \tag{7e}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right] - f_k\left[\boldsymbol{T}_k\right]\right) - a_{\max}\left(f_j\left[\boldsymbol{T}_j\right]\right) \tag{7f}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_j\left[\boldsymbol{T}_j\right] - f_k\left[\boldsymbol{T}_k\right]\right) - a_{\max}\left(f_i\left[\boldsymbol{T}_i\right]\right) \tag{7g}$$

针对式(3c)的相干矩阵，本文提出了第 3 层 NER 方法，步骤如下：

(a)若 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - (f_i[\boldsymbol{T}_i] + f_j[\boldsymbol{T}_j] + f_k[\boldsymbol{T}_k])$ 满足NER，则不做任何处理，算法终止；若 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - (f_i[\boldsymbol{T}_i] + f_j[\boldsymbol{T}_j] + f_k[\boldsymbol{T}_k])$ 不满足 NER，则转到步骤(b)；

(b)式(7b)至式(7d)首先分别执行第1层NER方法，式(7e)至式(7g)首先分别执行第2层NER方法；然后分别利用 NNED 计算式(7a)至式(7g)的 $a_{\max}$；

(c)选择式(7a)至式(7g)这 7 种情况中功率最小的作为最终的情况，然后更新散射系数。

(4)第 4 层 NER 方法　同理，若式(3d)的相干矩阵 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - (f_1[\boldsymbol{T}_1] + f_2[\boldsymbol{T}_2] + f_3[\boldsymbol{T}_3] + f_4[\boldsymbol{T}_4])$ 不满足 NER，则认为在 f_1，f_2，f_3 与 f_4 这 4 个散射系数中存在过估计问题，过估计的可能情况如式(8)所示：

$$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - a_{\max}\left(f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right] + f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right] + f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right] + f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) \tag{8a}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right]\right) - a_{\max}\left(f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right] + f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right] + f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) \tag{8b}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right]\right) - a_{\max}\left(f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right] + f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right] + f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) \tag{8c}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right]\right) - a_{\max}\left(f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right] + f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right] + f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) \tag{8d}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) - a_{\max}\left(f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right] + f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right] + f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right]\right) \tag{8e}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right] - f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right]\right) - a_{\max}\left(f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right] + f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) \tag{8f}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right] - f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right]\right) - a_{\max}\left(f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right] + f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) \tag{8g}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right] - f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) - a_{\max}\left(f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right] + f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right]\right) \tag{8h}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right] - f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right]\right) - a_{\max}\left(f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right] + f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) \tag{8i}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right] - f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) - a_{\max}\left(f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right] + f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right]\right) \tag{8j}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right] - f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) - a_{\max}\left(f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right] + f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right]\right) \tag{8k}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right] - f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right] - f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right]\right) - a_{\max}\left(f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) \tag{8l}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right] - f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right] - f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) - a_{\max}\left(f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right]\right) \tag{8m}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right] - f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right] - f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) - a_{\max}\left(f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right]\right) \tag{8n}$$

$$\left(\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_2\left[\boldsymbol{T}_2\right] - f_3\left[\boldsymbol{T}_3\right] - f_4\left[\boldsymbol{T}_4\right]\right) - a_{\max}\left(f_1\left[\boldsymbol{T}_1\right]\right) \tag{8o}$$

针对式(3d)的相干矩阵，本文提出了第 4 层 NER 方法，步骤如下：

(a)若 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-(f_1[\boldsymbol{T}_1]+f_2[\boldsymbol{T}_2]+f_3[\boldsymbol{T}_3]+f_4[\boldsymbol{T}_4])$ 满足 NER，则不做任何处理，算法终止；若 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-(f_1[\boldsymbol{T}_1]+f_2[\boldsymbol{T}_2]+f_3[\boldsymbol{T}_3]+f_4[\boldsymbol{T}_4])$ 不满足 NER，则转到步骤(b)；

(b)式(8b)至式(8e)首先分别执行第 1 层 NER 方法，式(8f)至式(8k)首先分别执行第 2 层 NER 方法，式(8l)至式(8o)首先分别执行第 3 层 NER 方法；然后分别利用 NNED 计算式(8a)至式(8o)的 $a_{\max}$；

(c)选择式(8a)至式(8o)这 15 种情况中功率最小的作为最终的情况，然后更新散射系数。

因为第 2 层至第 4 层 NER 方法都需要分层次地执行前层的 NER 方法，所以本文统称第 2 层至第 4 层 NER 方法为层次 NER 方法。因为 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-(f_1[\boldsymbol{T}_1]+f_2[\boldsymbol{T}_2]+f_3[\boldsymbol{T}_3]+f_4[\boldsymbol{T}_4])=[\boldsymbol{T}_r]$，所以第 4 层 NER 方法是解决余项相干矩阵 NER 问题的方法。

3.3 所提出的分解方法

因为基于扩展体散射模型的 Yamaguchi 分解[12]解决了非负功率问题，所以它的分解系数 f_1，f_2，f_3 与 f_4 都是非负数，因此 $f_1[\boldsymbol{T}_1]$，$f_2[\boldsymbol{T}_2]$，$f_3[\boldsymbol{T}_3]$ 与 $f_4[\boldsymbol{T}_4]$ 都满足 NER，又因为半正定矩阵的和仍为半正定矩阵[14]，所以根据式(4)得出如下结论：

若基于扩展体散射模型的 Yamaguchi 分解[12]的余项相干矩阵 $[\boldsymbol{T}_r]$ 满足 NER，则式(3)中的所有相干矩阵都满足 NER。

然而第 4 节的极化 SAR 实测数据实验已证实基于扩展体散射模型的 Yamaguchi 分解[12]的余项相干矩阵 $[\boldsymbol{T}_r]$ 存在不满足 NER 的问题，为此将第 4 层 NER 方法用于确保余项相干矩阵 $[\boldsymbol{T}_r]$ 满足 NER，所提出的分解方法称为基于层次 NER 的 Yamaguchi 分解，大体的算法步骤如下：

(1)利用基于扩展体散射模型的 Yamaguchi 分解[12]计算出散射系数 f_1, f_2, f_3 与 f_4，并确定 $[\boldsymbol{T}_1]$，$[\boldsymbol{T}_2]$，$[\boldsymbol{T}_3]$ 与 $[\boldsymbol{T}_4]$；

(2)利用第 4 层 NER 方法去抑制 f_1，f_2，f_3 与 f_4 这 4 个散射系数中的过估计，并得到更新后的 f_1，f_2，f_3 与 f_4。注：$[\boldsymbol{T}_1]$，$[\boldsymbol{T}_2]$，$[\boldsymbol{T}_3]$ 与 $[\boldsymbol{T}_4]$ 没有改变。

3.4 快速 NNED

文献[15]提出了在非反射对称条件下的 NNED，该方法通过遍历 a 的所有可能取值，依次计算 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 的特征值，进而找到使 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 满足 NER 的最大 a (即 $a_{\max}$)，该最大 a 为 NNED 的结果。对于数据量大的极化 SAR 数据，这种 NNED 会耗费大量的时间。另外本文提出的层次 NER 方法需要反复用到 NNED，这会进一步耗费更多的时间。因此，需要提出一种能快速计算 $a_{\max}$ 的 NNED。在非反射对称条件下，NNED 的模型如式(9)所示：

$$\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}\xi & \mu & \rho\\ \mu^* & \eta & \omega\\ \rho^* & \omega^* & \zeta\end{pmatrix}-a\begin{pmatrix}\xi_a & \mu_a & \rho_a\\ \mu_a^* & \eta_a & \omega_a\\ \rho_a^* & \omega_a^* & \zeta_a\end{pmatrix} \tag{9}$$

本文提出的快速 NNED 算法步骤如下：

(1)计算式(9)中 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 所有主子式的零点；

(2)剔除虚数零点与负实数零点，保留非负实数零点；

(3)选择使 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 所有主子式为非负数的最大非负实数零点作为 NNED 的结果。

$$\left.\begin{aligned}
&M_1(a)=\xi-a\xi_a\\
&M_2(a)=\eta-a\eta_a\\
&M_3(a)=\zeta-a\zeta_a\\
&M_4(a)=\begin{vmatrix}\xi-a\xi_a & \mu-a\mu_a\\ \mu^*-a\mu_a^* & \eta-a\eta_a\end{vmatrix}\\
&M_5(a)=\begin{vmatrix}\xi-a\xi_a & \rho-a\rho_a\\ \rho^*-a\rho_a^* & \zeta-a\zeta_a\end{vmatrix}\\
&M_6(a)=\begin{vmatrix}\eta-a\eta_a & \omega-a\omega_a\\ \omega^*-a\omega_a^* & \zeta-a\zeta_a\end{vmatrix}\\
&M_7(a)=\begin{vmatrix}\xi-a\xi_a & \mu-a\mu_a & \rho-a\rho_a\\ \mu^*-a\mu_a^* & \eta-a\eta_a & \omega-a\omega_a\\ \rho^*-a\rho_a^* & \omega^*-a\omega_a^* & \zeta-a\zeta_a\end{vmatrix}
\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

式(9)中 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 的所有主子式如式(10)所示。$Z=\{a|M_i(a)=0,(i=1,2,\cdots,7)$ 且 $a\geq 0\}$ 为式(10)的非负实数零点集合。将 Z 中的零点按升序排列，并标记为 $0\leq a_1\leq a_2\leq\cdots\leq a_N$。下面将证明：使 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 所有主子式为非负数的最大非负实数零点是 NNED 的结果。注：NNED 的结果指的是使 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 满足 NER 的最大 a [3,13,15]。

定理 1[14]　设 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 是 Hermite 矩阵，$\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 的所有特征值为非负数等价于 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 的所有主子式为非负数。

式(9)中 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 必定是 Hermite 矩阵。根据定理 1，需要考虑 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 的所有主子式是否全为非负数，于是定义了式(11)：

$$f(a)=\begin{cases}1\ , & M_i(a)\geq 0,\quad \forall\ i\in\{1,2,\cdots,7\}\\ -1\ , & M_k(a)<0,\quad \exists k\in\{1,2,\cdots,7\}\end{cases} \tag{11}$$

$f(a)=1$ 意味着 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 的所有主子式为非负数；反之，$f(a)=-1$ 意味着至少存在一个 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 的主子式为负数。

定理 2 如果 $f(a)=1$，其中 $a\in(a_{n-1},a_n)$，那么 $f(a_n)=1$。注：a_{n-1} 与 a_n 是 Z 中两个相邻的零点。

证明 假设 $f(a_n)=-1$。因为 $f(a_n)=-1$，所以至少存在一个 $\boldsymbol{A}-a_n\boldsymbol{B}$ 的主子式为负数，不妨认为 $M_k(a_n)<0$。因为 $f(a)=1$，所以 $M_k(a)\geq 0$，另外 $a\in(a_{n-1},a_n)$ 说明 a 不是 Z 中的零点，于是 $M_k(a)\neq 0$，因此 $M_k(a)>0$。因为 M_k 是连续函数，所以由 $M_k(a)>0$ 与 $M_k(a_n)<0$ 得出在 a 与 a_n 之间必然存在一个零点，但是 $a\in(a_{n-1},a_n)$ 说明 a 与 a_n 之间没有零点，于是得到了与假设矛盾的结论，因此 $f(a_n)=-1$ 的假设是不成立的，定理 2 是成立的。 证毕

定理 3 NNED 的结果是使 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 所有主子式为非负数的最大非负实数零点。

证明 用 a_m 表示使 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 所有主子式为非负数的最大非负实数零点。假设存在一个 a' 满足 $a'>a_m$ 且 $f(a')=1$。显然，a' 不可能是 Z 中的零点。分两种情况来讨论 a'。情况 1 是 $a'<a_N$ (其中 a_N 是 Z 中的最大零点)。因为 $a'<a_N$ 且 a' 不是 Z 中的零点，所以存在一个区间 (a_{n-1},a_n) 使得 $a'\in(a_{n-1},a_n)$。根据定理 2，可得 $f(a_n)=1$。因为 $a_m<a'<a_n$ 且 $f(a_n)=1$，所以得出 a_m 不是使 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 所有主子式为非负数的最大非负实数零点，因此得到了与情况 1 矛盾的结论。情况 2 是 $a'>a_N$。因为式(10)中的 M_1 是单调减的一元一次函数，所以存在一个足够大的 a'' 满足 $a''>a'$ 且 $M_1(a'')<0$。因为 $f(a')=1$，所以 $M_1(a')>0$。由 $M_1(a')>0$ 与 $M_1(a'')<0$ 得到在 a' 与 a'' 之间必然存在一个零点并且该零点大于 a_N，但 a_N 是 Z 中的最大零点(即没有比 a_N 更大的零点)，因此得到了与情况 2 矛盾的结论。因此得出存在一个 a' 满足 $a'>a_m$ 且 $f(a')=1$ 的假设是不成立的结论，也就是说，a_m 是使 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 所有主子式为非负数的最大 a。再根据定理 1 可得，a_m 是使 $\boldsymbol{A}-a\boldsymbol{B}$ 所有特征值为非负数的最大 a，即 a_m 是使 $\boldsymbol{A}$–$a\boldsymbol{B}$ 满足 NER 的最大 a，因此 a_m 是 NNED 的结果。 证毕

4 实验结果与分析

4.1 非负特征值约束问题

这里选择 3 幅实测极化 SAR 图像，第 1 幅是 AIRSAR L 波段 4 视 San Francisco 的全极化图像，图像大小为 900×1024 像素；第 2 幅是 Pi-SAR L 波段 4 视 Niigata University 全极化图像，图像大小为 600×600 像素；第 3 幅是 ESAR L 波段 4 视 Oberpfaffenhofen 全极化图像，图像大小为 1408×770 像素。

因为原始 Yamaguchi 分解[7]的 f_2, f_3 与 f_4 可能为负数，所以 $f_2[\boldsymbol{T}_2]$，$f_3[\boldsymbol{T}_3]$ 与 $f_4[\boldsymbol{T}_4]$ 可能不代表散射机制，于是在表 1 中只讨论它的相干矩阵 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_1[\boldsymbol{T}_1]$。在表 1 中，原始 Yamaguchi 分解[7]的 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_1[\boldsymbol{T}_1]$ 在部分像素点上满足 NER，但在其余像素点上不满足 NER，这说明原始 Yamaguchi 分解[7]的 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_1[\boldsymbol{T}_1]$ 存在不满足 NER 问题。

表 1 满足非负特征值约束像素点的百分比(%)

分解方法	相干矩阵	百分比		
		San Francisco 图像 900×1024	Niigata 图像 600×600	Oberpfaffenhofen 图像 1408×770
原始 Yamaguchi 分解[7]	$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_1[\boldsymbol{T}_1]$	95.71	84.11	96.93
基于非负功率约束的 Yamaguchi 分解[9]	$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_1[\boldsymbol{T}_1]$	72.29	92.09	98.34
	$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_2[\boldsymbol{T}_2]$	36.07	47.19	97.30
	$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_3[\boldsymbol{T}_3]$	85.58	79.77	40.21
	$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_4[\boldsymbol{T}_4]$	61.34	81.19	97.31
基于取向角补偿的 Yamaguchi 分解[11]	$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_1[\boldsymbol{T}_1]$	75.99	94.93	97.88
	$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_2[\boldsymbol{T}_2]$	57.13	56.77	53.05
	$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_3[\boldsymbol{T}_3]$	97.25	90.83	98.20
	$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_4[\boldsymbol{T}_4]$	59.91	82.12	93.75
基于扩展体散射模型的 Yamaguchi 分解[12]	$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_1[\boldsymbol{T}_1]$	75.99	94.93	97.88
	$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_2[\boldsymbol{T}_2]$	73.34	72.83	61.33
	$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_3[\boldsymbol{T}_3]$	97.16	90.47	98.02
	$\langle[\boldsymbol{T}]\rangle-f_4[\boldsymbol{T}_4]$	33.17	68.84	86.41
基于层次非负特征值约束的 Yamaguchi 分解(本文分解方法)	$[\boldsymbol{T}_r]$	100.00	100.00	100.00

对于后期 Yamaguchi 分解[9,11,12]而言，散射功率都是非负数，所以 $f_1[\boldsymbol{T}_1]$, $f_2[\boldsymbol{T}_2]$, $f_3[\boldsymbol{T}_3]$ 与 $f_4[\boldsymbol{T}_4]$ 都是半正定矩阵，根据矩阵理论[14]可知，一个非半正定矩阵减去一个半定矩阵得到的必为非半正定矩阵，因此得出：若 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i[\boldsymbol{T}_i]$ 不是半正定的，则 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - (f_i[\boldsymbol{T}_i] + f_j[\boldsymbol{T}_j])$, $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - (f_i[\boldsymbol{T}_i] + f_j[\boldsymbol{T}_j] + f_k[\boldsymbol{T}_k])$ 与 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - (f_1[\boldsymbol{T}_1] + f_2[\boldsymbol{T}_2] + f_3[\boldsymbol{T}_3] + f_4[\boldsymbol{T}_4])$ 都不是半正定的。于是只需验证 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i[\boldsymbol{T}_i]$, $i \in \{1,2,3,4\}$ 存在 NER 问题，就能说明式(3)中的所有相干矩阵都存在 NER 问题，因此在表 1 中只讨论了后期 Yamaguchi 分解[9,11,12]的 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i[\boldsymbol{T}_i]$, $i \in \{1,2,3,4\}$ 。在表 1 中，后期 Yamaguchi 分解[9,11,12]的 4 个相干矩阵 $\langle[\boldsymbol{T}]\rangle - f_i[\boldsymbol{T}_i]$, $i \in \{1,2,3,4\}$ 都只在部分像素点上满足 NER，而在其余像素点上同样不满足 NER，因此后期 Yamaguchi 分解[9,11,12]式(3)中的所有相干矩阵都存在 NER 问题。

在表 1 中，本文分解方法的 $[\boldsymbol{T}_r]$ 在所有像素点上都满足 NER，再根据第 3.3 节的结论可知，所提出分解方法式(3)中的所有相干矩阵在所有像素点上都满足 NER，因此该实验结果验证了本文分解方法解决了式(3)中所有相干矩阵的 NER 问题。

4.2 所提出分解方法的性能

这里选择的实测极化 SAR 图像是 AIRSAR L 波段 4 视 San Francisco 的全极化图像，图像大小为 430×540 像素，该幅极化 SAR 图像进行了极化滤波[1]处理。因为原始 Yamaguchi 分解[7]可能出现负的体、二面角与面散射功率，所以本小节只讨论所提出分解方法与后期 Yamaguchi 分解[9,11,12]的性能对比。

图 1 是 San Francisco 极化图像的功率伪彩图，其中 P_v , P_d 与 P_s 分别对应的颜色如图 1 中间的配色方案所示。图 1(a)至图 1(d)分别由基于非负功率约束的 Yamaguchi 分解[9]，基于取向补偿的 Yamaguchi 分解[11]，基于扩展体散射模型的 Yamaguchi 分解[12]以及本文分解方法得到的功率伪彩图。从视觉上可知，图 1(a)至图 1(c)的 P_v 颜色成分逐渐减少(包括城区与植被区)，这说明随着 Yamaguchi 分解方法的不断发展，体散射功率的过估计逐渐得到抑制，抑制体散射功率的过估计是 Yamaguchi 分解方法的发展趋势[1,11,12]。另外图 1(d)相比于图 1(c)，其 P_v 颜色成分进一步减少，因此本文分解方法有助于进一步抑制体散射功率的过估计。另外，增强城区的二面角散射功率 P_d 同样是 Yamaguchi 分解方法的发展趋势[1,11,12]。图 1(a)至图 1(d)中城区的 P_d 颜色成分逐渐增强，这说明图 1(d)城区的二面角散射功率明显强于图 1(c)。综上可知，本文分解方法在抑制体散射功率的过估计与增强城区的二面角散射功率方面优于后期 Yamaguchi 分解[9,11,12]。另外，图 1(d)的亮度略低于前几种方法的亮度，这是由于本文分解方法采用了层次 NER 方法抑制了散射功率的过估计，从而使得散射功率略低于前几种方法的散射功率，但我们关注的是散射功率的相对成分，而不是散射功率的绝对量。

为了定量分析不同 Yamaguchi 分解的散射功率相对成分，本文分别选取了 San Francisco 极化数据城区、海洋区以及植被区的一部分，如图 1(d)所示。分解总功率 $\mathrm{TP} = P_c + P_v + P_d + P_s$ ，各散射功率的相对成分分别指的是 P_c / TP , P_v / TP , P_d / TP 以及 P_s / TP 。不同 Yamaguchi 分解的散射功率相对成分列举在表 2 中。

在表 2 中，由城区的第 1 列数据可知，螺旋散射相对成分 P_c / TP 在不同 Yamaguchi 分解下基本相同。由城区的第 2 列数据可知，体散射相对成分 P_v / TP 依次递减，其中所提出分解方法的 P_v / TP 最小，相比于文献[12]方法减少了近 9%，这说明本文分解方法在城区能显著地抑制体散射的过估计。由城区的第 3 列数据可知，二面角散射相对成分 P_d / TP 依次增加，其中本文分解方法的 P_d / TP 最大，并且相比于文献[12]的方法增加了近 11%，这说明本文分解方法能显著增强城区的二面散射功率。由城区的第 4 列数据可知，本文分解方法的面散射相对成分 P_s / TP 略小于与文献[12]方法的 P_s / TP ，二者的差别较小。

在表 2 中，由海洋的相对成分数据可知，文献[9]至文献[12]方法在海洋区的各相对成分几乎相同，然而本文分解方法的相对成分却有很大的变化，其中 P_c / TP 与 P_v / TP 非常小且几乎为 0， P_d / TP 略大一点但仍然很小，而 P_s / TP 为 99.66%，几乎为 1，因此近似认为本文分解方法在海洋区的分解结果只有面散射分量。因为海洋散射机制被近似认为是镜面散射[1]，所以海洋散射机制可以被近似认为只有面散射分量，因此所提出分解方法在海洋区的相对成分更合理。

在表 2 中，由植被的第 1 列数据可知，不同 Yamaguchi 分解的相对成分 P_c / TP 基本没有变化；由植被的第 2 列数据可知，相对成分 P_v / TP 依次递减，但变化量较小。前 3 种方法的 P_v / TP 依次递减说明植被区的体散射功率同样存在一定的过估计，Yamaguchi 分解方法的发展正逐步解决该问题，而本文分解方法的 P_v / TP 略小于文献[12]的 P_v / TP ，这说明所提出分解方法能进一步抑制植被区体散射的过估计。由植被的第 3 列与第 4 列数据可知，相

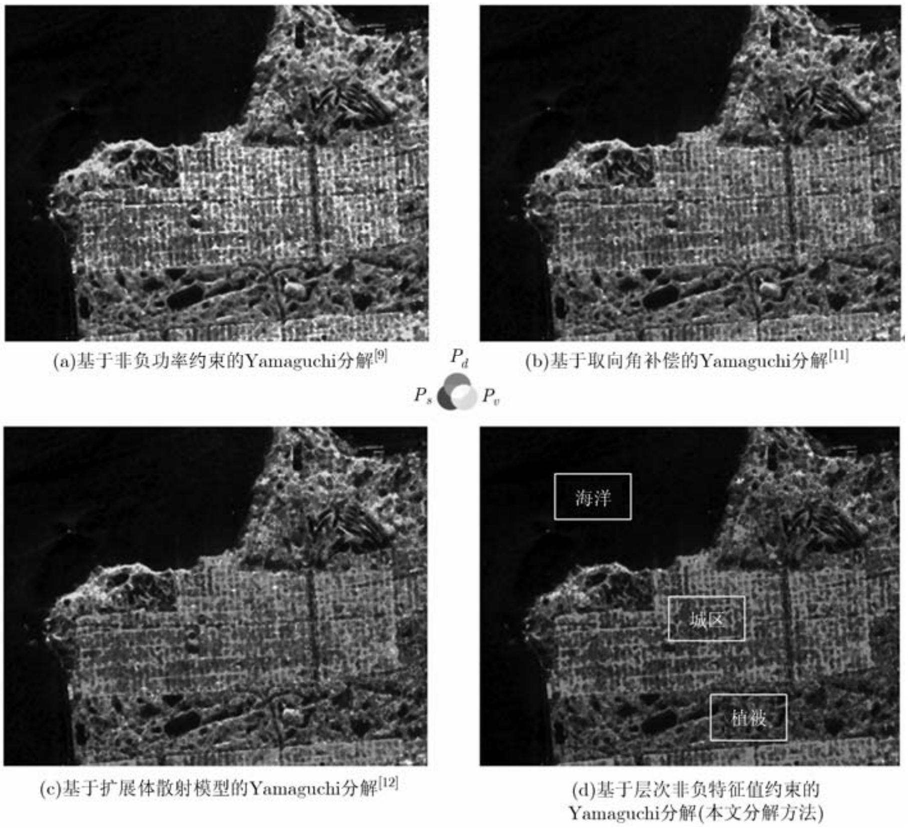

图 1 San Francisco 极化数据的功率伪彩图

表 2 散射功率的相对成分(%)

分解方法	城区				海洋				植被			
	P_c/TP	P_v/TP	P_d/TP	P_s/TP	P_c/TP	P_v/TP	P_d/TP	P_s/TP	P_c/TP	P_v/TP	P_d/TP	P_s/TP
基于非负功率约束的 Yamaguchi 分解[9]	6.02	42.57	36.74	14.67	2.82	4.50	0.24	92.43	6.47	86.98	4.15	2.40
基于取向角补偿的 Yamaguchi 分解[11]	5.41	26.30	46.47	21.81	2.68	4.59	0.27	92.46	6.48	79.35	9.90	4.27
基于扩展体散射模型的 Yamaguchi 分解[12]	5.42	16.02	47.41	31.15	2.68	4.59	0.27	92.46	6.48	72.80	12.30	8.42
基于层次非负特征值约束的 Yamaguchi 分解(本文分解方法)	5.53	7.39	57.95	29.14	0.01	0.01	0.32	99.66	6.49	70.28	14.73	8.50

对成分 P_d / TP 与 P_s / TP 依次增加，但这种增加量同样不明显，本文分解方法的 P_d / TP 略大于文献[12]的 P_d / TP，本文分解方法的 P_s / TP 几乎等同于文献[12]的 P_s / TP 。

综上可知，本文分解方法能显著地增强城区的二面角散射功率与抑制城区的体散射功率，并能显著地增强海洋的面散射功率。

5 结论

本文分析得出 Yamaguchi 分解的相干矩阵代表了散射机制，因此应满足 NER，然而极化 SAR 实测数据实验已证实现有 Yamaguchi 分解的相干矩阵存在不满足 NER 的问题。本文分析得出解决 NER 问题的关键是通过抑制散射功率的过估计来确保余项相干矩阵满足 NER，为此提出了层次 NER 方法。本文将层次 NER 方法应用于基于扩展体散射模型的 Yamaguchi 分解，进而提出了基于层次非负特征值的 Yamaguchi 分解，该分解方法解决了 NER 问题。极化 SAR 实测数据实验还表明，本文分解方法在城区能显著地增强二面角散射功率与抑制体散射功率，在海洋区能显著地增强面散射功率。另外，为了提高层次 NER 方法的效率，本文还提出了比原有 NNED 更高效的快速 NNED。

参 考 文 献

[1] Lee J S and Pottier E. Polarimetric Radar Imaging from Basic to Application[M]. New York: CRC Press, 2011: 1–30, 160–175.

[2] 冯帆, 李世强, 禹卫东. 一种多维编码全极化 SAR 回波分离改进方法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(1): 172–178.
Feng Fan, Li Shi-qiang, and Yu Wei-dong. An improved approach to separating echoes in multidimensional waveform encoding fully-polarimetric SAR[J]. *Journal of Electronics & Information Technology,* 2012, 34(1): 172–178.

[3] Van Zyl J J and Kim Y. Synthetic Aperture Radar Polarimetry[M]. California: Jet Propulsion Laboratory, 2011: 85–155.

[4] 王娜, 时公涛, 陆军. 一种新的极化 SAR 图像目标 CFAR 检测方法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(2): 395–400.
Wang Na, Shi Gong-tao, and Lu Jun. A new polarimetric SAR image CFAR target detecting method[J]. *Journal of Electronics & Information Technology,* 2011, 33(2): 395–400.

[5] 武鹏, 王俊, 王文光. 基于极化特征分解的海上小目标检测算法研究[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(4): 816–822.
Wu Peng, Wang Jun, and Wang Wen-guang. Small target detection in sea clutter based on polarization characteristics decomposition[J]. *Journal of Electronics & Information Technology,* 2011, 33(4): 816–822.

[6] Yamaguchi Y, Moriyama T, Ishido M, *et al.*. Four-component scattering model for polarimetric SAR image decomposition[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing,* 2005, 43(8): 1699–1706.

[7] Yamaguchi Y, Yajima Y, and Yamada H. A four-component decomposition of PolSAR images based on the coherency matrix [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letter,* 2006, 3(3): 292–296.

[8] Freeman A and Durden S L. A three-component scattering model for polarimetric SAR data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1998, 36(3): 963–973.

[9] Yajima Y, Yamaguchi Y, Sato R, *et al.*. PolSAR image analysis of wetlands using a modified four-component scattering power decomposition[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2008, 46(6): 1667–1673.

[10] Lee J S and Ainsworth T L. The effect of orientation angle compensation on coherency matrix and polarimetric target decompositions[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(1): 53–54.

[11] Yamaguchi Y, Sato A, Sato R, *et al.*. Four-component scattering power decomposition with rotation of coherency matrix[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(6): 2251–2258.

[12] Sato A, Yamaguchi Y, Singh G, *et al.*. Four-component scattering power decomposition with extended volume scattering model[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letter*, 2012, 9(2): 166–170.

[13] Van Zyl J J, Arii M, and Kim Y. Model-based decomposition of polarimetric SAR covariance matrices constrained for nonnegative eigenvalues[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(9): 3452–3459.

[14] 方保镕, 周继东, 李医民. 矩阵论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2011: 101–117.
Fang Bao-rong, Zhou Ji-dong, and Li Yi-min. Matrix Theory [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2011: 101–117.

[15] Arii M, Van Zyl J J, and Kim Y. Adaptive model-based decomposition of polarimetric SAR covariance matrices[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(3): 1104–1113.

刘高峰：　男，1981年生，博士生，研究方向为极化SAR图像处理.

李　明：　男，1965年生，博士，教授，博士生导师，从事雷达图像处理与分析、宽带信号处理与微弱目标检测、高速并行信号处理、高性能DSP应用系统设计、雷达抗干扰技术等.

王亚军：　男，1983年生，博士生，研究方向为宽带雷达的高速采样.

张　鹏：　男，1984 年生，博士，讲师，研究方向为 SAR 图像分割.

吴　艳：　女，1964 年生，博士，教授，博士生导师，从事多传感器数据融合、SAR 图像分割、SAR 目标识别等.