

## 非参数秩和检测器的性能分析

孟祥伟

(海军航空工程学院电子信息工程系 烟台 264001)

**摘要:** 由于非参数恒虚警检测方法的虚警率具有不依赖于杂波分布类型,且易于工程实现的特点,在雷达系统中人们常采用非参数方法进行目标的检测。该文假定杂波服从韦布尔分布、目标模型为 Swerling II 型,采用解析方法分析了非参数秩和(Rank Sum, RS)检测器在均匀背景和多目标情况下的检测性能,给出了 RS 检测器在韦布尔分布时均匀背景和多目标情况下检测概率的闭式解,所得出的结论对于雷达目标检测器的设计具有一定的理论指导和实际应用价值。

**关键词:** 雷达信号处理; 非参数; 恒虚警率; 秩和

**中图分类号:** TN957.51

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2013)08-2029-04

**DOI:** 10.3724/SP.J.1146.2012.01235

## Performance Analysis of Rank Sum Nonparametric Detector

Meng Xiang-wei

(Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

**Abstract:** The nonparametric detection methods for radar target are extensively used in radar system, due to the fact that they can ensure Constant False Alarm Rate (CFAR) for a wide class of input noise distributions and can be easily implemented. In this paper, the detection performance of the Rank Sum (RS) nonparametric detector is investigated analytically for homogeneous background and multiple targets situation, with an assumption of Weibull distributed clutter, for a Swerling II targets model. The mathematical models of detection probability for the RS detector in homogeneous background and multiple targets situation under Weibull assumption are derived. The obtained results show some theoretical and practical values for the design of a radar target detector.

**Key words:** Radar signal processing; Nonparametric; Constant False Alarm Rate (CFAR); Rank Sum (RS)

### 1 引言

在未知的杂波环境中进行目标的检测并且维持虚警概率的恒定,这是雷达系统信号处理设计普遍面临的一个问题。对雷达目标进行恒虚警率(CFAR)检测的方法可分为两大类,一类是参量型恒虚警率检测方法<sup>[1-3]</sup>,它们假定雷达的工作环境杂波服从某一类型的统计分布,然后利用参数估计技术估计出检测单元处背景杂波参数并用以设置检测门限。另一类为非参数(nonparametric)或自由分布(distribution free)检测方法,其虚警率具有不依赖于杂波分布类型的特点。在雷达目标的非参数检测方法中,应用最广泛的就是秩和(RS)和量化秩(RQ)非参数检测器<sup>[4]</sup>。

由于雷达分辨力的提高,杂波背景常会呈现非高斯性,同时也得益于数字处理技术存储容量和处理速度的快速发展,非参数检测方法重新引起了人

们的重视和兴趣。Sanz-González 等人<sup>[5]</sup>提出了一种次优秩检测器,该文用 Monte-Carlo 方法分析了高斯分布时次优秩检测器在均匀背景和多目标环境中的检测性能。文献[6,7]基于次优秩检测器给出了另外一种形式的非参数检测器,并采用仿真的方法对高斯分布时的检测性能进行了分析。文献[8]在 K 分布下基于秩的似然比检验给出了渐近最优的线性秩检测器,并对其在 K 分布中的检测性能采用 Monte-Carlo 方法进行了分析。文献[9]对置换检验(permutation test)和基于秩的非参数检测器的检测性能进行了仿真对比分析,基于秩的非参数检测器均可看作置换检验的特例,但置换检验的缺点是实现复杂度相当高,制约了它在实际工程中的应用。文献[10]采用解析方法研究了量化秩(RQ)检测器在韦布尔杂波中的性能,并得出了量化秩检测器在韦布尔分布时均匀背景和多目标情况检测概率的解析解。采用解析方法的好处是精度高,所得出的数学模型还可以用来分析其它参数情况的性能,从而可为实际雷达目标检测器的方案设计提供指导。本文拟采用解析方法对另一重要的基于秩的非参数检测

2012-09-20 收到, 2013-05-03 改回

国家自然科学基金(61179016)资助课题

\*通信作者: 孟祥伟 mengxw163@sina.com

器——秩和(RS)非参数检测器在韦布尔杂波背景中的检测和虚警性能进行分析,并得出其在韦布尔分布时均匀背景和多目标情况下数学模型的解析解。

## 2 秩和检测器的数学模型

雷达的回波信号经平方率检波后,其输出信号按照距离分辨单元进行采样。为检测某方位的某距离单元(称为检测单元)中是否存在目标信号,在该检测单元附近选择  $N$  个距离分辨单元构造一个检测滑窗,并且利用沿该方向发射的一组  $M$  个脉冲信号对目标实施探测。对于第  $i$  个脉冲来说,有样本矢量

$$\mathbf{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN}, x_i], \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

这里矢量  $\mathbf{x}_i$  中的最后一个  $x_i$  分量是检测单元对应的回波样本,而  $[x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN}]$  为参考单元的回波信号。在  $H_0$  假设下,矢量中  $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN}, x_i]$  的每个分量间统计独立且同分布(IID);在  $H_1$  假设下,参考样本  $[x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN}]$  间是 IID 的,而检测单元  $x_i$  与  $[x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN}]$  间统计独立但不同分布,目标信号假定为 Swerling II 型,且目标回波信号的信噪比在  $M$  次扫描中相同。

对每一次扫描来说,定义检测单元  $x_i$  与参考样本  $[x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN}]$  相比较的秩  $r_i$  为

$$r_i = \sum_{j=1}^N u(x_i - x_{ij}), \quad 0 \leq r_i \leq N, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

这里  $u(t)$  是单位阶跃信号。对检测单元在  $M$  次脉冲扫描中的秩进行求和,就得到秩和(RS)非参数检测器的检测统计量为

$$r = \sum_{i=1}^M r_i \quad (3)$$

若  $r \geq T$ , 判为检测单元出现目标;若  $r < T$ , 判为目标不存在。 $T$  为秩和检测器的检测门限。

在  $H_0$  假设下对第  $i$  次扫描来说,检测单元的秩取  $r_i = k$  的概率为

$$P_0'(r_i = k) = \int_{-\infty}^{\infty} \binom{N}{k} [F(x)]^k [1 - F(x)]^{N-k} f(x) dx, \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad k = 0, 1, \dots, N \quad (4)$$

式中  $f(x)$  和  $F(x)$  分别为杂波样本的概率密度函数(PDF)和累积分布函数(CDF)。做变量代换  $y = F(x)$ , 并进行化简得<sup>[10]</sup>

$$\begin{aligned} P_0'(r_i = k) &= \binom{N}{k} \int_0^1 y^k (1-y)^{N-k} dy \\ &= \binom{N}{N-k} \sum_{j=0}^{N-k} \binom{N-k}{j} (-1)^j \frac{1}{j+k+1} \\ &= \frac{1}{N+1}, \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad k = 0, 1, \dots, N \end{aligned} \quad (5)$$

考虑到统计独立的随机变量和的 PDF 等于它们各自 PDF 的卷积和,这样,秩和非参数检测器的检测统计量  $r = \sum_{i=1}^M r_i$  在  $H_0$  假设下的 PDF 可表示为

$$P_0(r) = P_0'(r_1) * P_0'(r_2) * \dots * P_0'(r_M) \quad (6)$$

式中  $*$  代表卷积和运算。对式(6)取  $Z$  变换,并利用卷积定理有

$$\begin{aligned} z\{P_0(r)\} &= z\{P_0'(r_1)\} \cdot z\{P_0'(r_2)\} \cdot \dots \cdot z\{P_0'(r_M)\} \\ &= \prod_{i=1}^M z\{P_0'(r_i)\} \end{aligned} \quad (7)$$

式中  $z\{\}$  表示取  $Z$  变换。而

$$\begin{aligned} z\{P_0'(r_i)\} &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} P_0'(r_i = k) \cdot z^{-k} \\ &= \sum_{k=0}^N \frac{1}{N+1} z^{-k} = \frac{1}{N+1} \frac{1 - z^{-N-1}}{1 - z^{-1}} \end{aligned} \quad (8)$$

这样,秩和检测器的检测统计量  $r$  的 PDF 为

$$\begin{aligned} P_0(r) &= z^{-1} \left\{ \prod_{i=1}^M z\{P_0'(r_i)\} \right\} \\ &= z^{-1} \left\{ \frac{1}{(N+1)^M} \frac{(1 - z^{-N-1})^M}{(1 - z^{-1})^M} \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

式中  $z^{-1}$  代表取  $Z$  反变换。在  $H_0$  假设下,秩和检测器的检测统计量  $r \geq T$  的概率即为虚警概率  $P_{fa}$ , 它表示为

$$P_{fa} = \sum_{k=T}^{\infty} P_0(r = k) \quad (10)$$

从式(10)的推导可以看出,秩和检测器的  $P_{fa}$  不依赖于杂波的统计分布,这也就是所说的非参数检测器所具有的自由分布特征。

接下来研究秩和检测器在韦布尔杂波中检测概率  $P_d$  的表达式。 $H_1$  假设下对第  $i$  次扫描来说,检测单元的秩取  $r_i = k$  的概率为

$$P_1'(r_i = k) = \int_{-\infty}^{\infty} \binom{N}{k} [F(x)]^k [1 - F(x)]^{N-k} g(x) dx \quad (11)$$

式中  $F(x)$  为韦布尔杂波的 CDF, 而  $g(x)$  是 Swerling II 型目标出现在韦布尔杂波中回波信号的 PDF。可以看出,虽然秩和检测器的虚警概率不依赖于杂波的统计分布,但其检测概率与杂波背景分布形式有关。由于瑞利分布的随机变量与韦布尔分布的随机变量和的 PDF 精确解不存在,在此仍采取文献[10]使用的模型近似法,这种方法在信杂比大于 5 dB 时误差极小<sup>[11]</sup>。考虑到平方率检波,式(11)中的  $F(x)$  和  $g(x)$  分别为

$$F(x) = 1 - \exp[-(x/\rho)^{c/2}], \quad x \geq 0 \quad (12)$$

$$g(x) = \frac{1}{\rho_c(1+\lambda)} \exp\left[-\frac{1}{\rho_c(1+\lambda)}x\right], \quad x \geq 0 \quad (13)$$

式中  $c$  和  $\rho$  分别为韦布尔杂波的形状参数和尺度参数， $\lambda$  是信杂比(SCR),  $\rho_c$  与  $\rho$  的关系为  $\rho_c = \rho\Gamma(1 + 2/c)$ 。将式(12)和式(13)代入到式(11)中，得

$$P_1'(r_i = k) = \frac{1}{\rho_c(1+\lambda)} \int_0^\infty \binom{N}{k} [F(x)]^k [1-F(x)]^{N-k} \cdot \exp\left[-\frac{1}{\rho_c(1+\lambda)}x\right] dx = \frac{1}{\rho_c(1+\lambda)} \Phi_1(s) \Big|_{s=\frac{1}{\rho_c(1+\lambda)}} \quad (14)$$

这里  $\Phi_1(s)$  是式(14)积分号内前 3 项的拉氏变换，即

$$\Phi_1(s) = \int_0^\infty \binom{N}{k} \exp[-(N-k)(t/\rho)^{c/2}] \cdot [1 - \exp(-(t/\rho)^{c/2})]^k e^{-st} dt = \rho \binom{N}{k} \sum_{\ell=0}^k (-1)^\ell \binom{k}{\ell} \sum_{f=0}^\infty (-1)^f \cdot \frac{(N-k+\ell)^f \Gamma\left[\frac{fc}{2} + 1\right]}{f! (\rho s)^{fc/2+1}} \quad (15)$$

在形状参数为  $c=2$ (瑞利分布)的情况下，式(15)变为

$$\Phi_1(s) = \binom{N}{k} \sum_{\ell=0}^k (-1)^\ell \binom{k}{\ell} \frac{1}{s + (N-k+\ell)/\rho} \quad (16)$$

类似于前面关于虚警概率的分析，利用卷积定理可得出秩和非参数检测器在  $H_1$  假设下检测统计量  $r = \sum_{i=1}^M r_i$  的概率密度函数为

$$P_1(r) = z^{-1} \left\{ \left[ z \{P_1'(r_i)\} \right]^M \right\} \quad (17)$$

这样，秩和非参数检测器的检测概率为

$$P_d = \sum_{k=T}^\infty P_1(r = k) \quad (18)$$

### 3 性能分析和数值结果

这里分析秩和检测器在均匀背景和多目标环境中的性能，并得出它们的性能分析曲线和数值结果。

#### 3.1 均匀背景中的性能分析

图 1 给出了参考单元数为  $N=32$  时秩和检测器的虚警概率  $P_{fa}$  随检测门限  $T$  的变化曲线，图中曲线自左至右分别对应脉冲积累数  $M=4, 6, 8, 10, 12$ 。为达到设定的虚警概率  $\alpha = 10^{-6}$ ，可看出对参考单元数目  $N$  和脉冲积累数目  $M$  有一定的要求，即要求  $M$  和  $N$  有足够多的数目。如  $N=24, M=4$  时秩和检测器的虚警概率无法达到设定值  $\alpha = 10^{-6}$ ，而  $N=32, M=4$  时秩和检测器的虚警概率可以达到  $\alpha = 10^{-6}$ ，但这时对于干扰目标又没有包容能力。对于秩和检测器的每个检测门限  $T$  来说，其对应的虚警概率往往不能准确地达到设定值，但其对应的虚警概率与设

定值相差较小，因而这里不采用量化秩检测器中的随机化处理技术<sup>[10]</sup>。表 1 给出了秩和检测器  $N=32$  时在不同的脉冲积累数  $M$  的情况下，最接近虚警概率的设定值  $\alpha = 10^{-6}$  选取的门限值  $T$  和对应的虚警概率值。

表 1  $N=32$  和不同的  $M$  时，秩和检测器最接近  $\alpha = 10^{-6}$  的门限值  $T$  和相应的虚警概率值

$M$	4	6	8	10	12
$T$	128	185	238	287	335
$P_{fa} (\times 10^{-6})$	0.843	1.33	1.11	1.25	1.04

在  $H_1$  假设下，图 2 给出了参考单元数  $N=32$  时秩和检测器的检测概率  $P_d$  随信杂比(SCR)的变化曲线，并考虑脉冲积累数  $M=6, 8, 10, 12$  情况，虚警概率的设定值为  $\alpha = 10^{-6}$ 。可以看出，积累脉冲数目越多，检测性能越好；同样参考单元数目越多，检测性能也会越好。图 3 给出了  $N=32$  时秩和检测器的检测概率随 SCR 的变化曲线，脉冲积累数为  $M=8$ ，检测门限取  $T=238$ ，分别考虑形状参数  $c=0.8, 1.2, 1.6, 2.0$  几种情况， $\alpha = 10^{-6}$ 。可以看出，对于秩和检测器来说，当形状参数在  $c=1.2\sim 2.0$  区间变动时，秩和检测器的检测概率变化不大；但当  $c=0.8$  时，检测器的检测概率却会略增大，这是因为此时检测单元中目标回波和参考单元中杂波样本的统计特性显著不同，使得目标易于检测出来。但值得注意的是，当形状参数  $c$  变化时，秩和非参数检测器的虚警概率仍保持恒定，而单元平均(CA)、选大(GO)等参量型 CFAR 检测器的虚警概率将大幅上升，违背了检测器虚警概率保持恒定的要求<sup>[4]</sup>。

#### 3.2 多目标情况下的性能分析

这里考虑强干扰目标的影响，或者说，假定干扰和杂波的功率比非常高。这样，来自于干扰目标的回波始终占据着参考单元的最大样本的位置。秩和检测器的检测概率可以将式(11)~式(18)中的  $N$  替换成  $(N-r)$  来计算， $r$  是干扰目标的数目。图 4 给出了多目标情况时秩和检测器的检测概率  $P_d$  随 SCR 的变化曲线， $N=32, M=8, T=238, r=0,1,2, c=2.0$ 。基于强干扰目标始终占据着最高有序样本的位置这一假定，检测门限对应的参考样本不能为干扰目标信号，否则将出现目标“遮蔽”现象。本文归纳出秩和检测器可容纳的干扰目标数为  $[(M \times N - T)/M]$ ， $T$  为虚警概率设定值对应的检测门限， $\lfloor \cdot \rfloor$  表示下取整运算。例如当  $N=32, M=8, T=238$  时，秩和检测器最多可容纳 2 个干扰目标；当  $N=32, M=12, T=335$  时，秩和检测器最多可容纳 4 个干扰目标，这时它们虚警概率的设定值均为  $\alpha = 10^{-6}$ 。

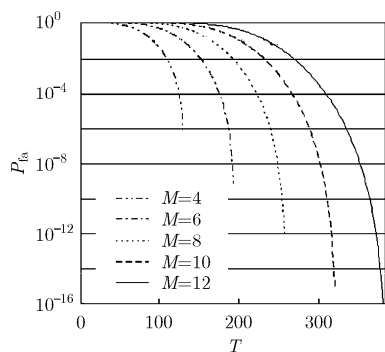


图1  $N=32$  时秩和检测器的虚警概率随检测门限  $T$  的变化曲线

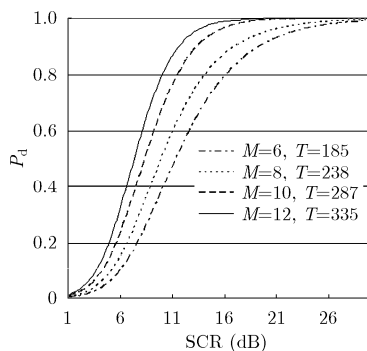


图2 秩和检测器的检测概率随 SCR 的变化曲线( $c=2.0, N=32, \alpha=10^{-6}$ )

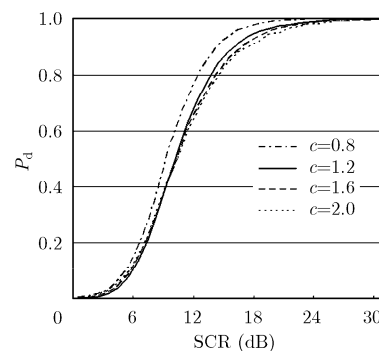


图3 秩和检测器(RS)的检测概率随 SCR 的变化曲线( $N=32, M=8, T=238, \alpha=10^{-6}$ )

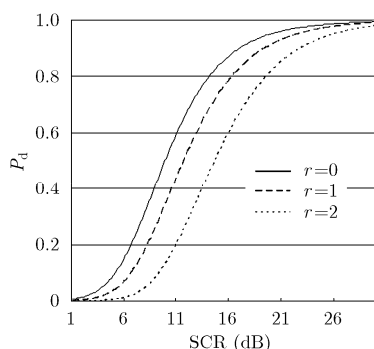


图4 秩和检测器在多目标情况下的检测概率随 SCR 的变化曲线( $c=2.0, N=32, M=8, T=238, \alpha=10^{-6}$ )

## 4 结论

本文采用解析方法研究了非参数秩和(RS)检测器在均匀背景和多目标环境中的性能,并给出了秩和检测器在均匀背景中和多目标情况下检测概率的解析表达式,杂波背景考虑为韦布尔分布。可以看出秩和检测器的虚警概率具有不依赖于杂波分布类型的特点,但其检测概率却与杂波分布类型有关。对于非参数检测器来说,为达到设定的虚警概率,需要使用足够多数目的参考单元和脉冲个数。由于非参数秩和检测器使用检测单元与参考单元相比较的秩来设置检测门限,它也具有一定的抗干扰目标能力。秩和检测器可容纳干扰目标的数目与设定的虚警概率、参考单元数目  $N$ 、脉冲个数  $M$  有关,可以这样估算,即  $\lfloor (M \times N - T) / M \rfloor$ 。对秩和检测器在杂波边缘和相关杂波中的性能分析限于篇幅将另文给出。

## 参考文献

- [1] Rohling H. Ordered statistic CFAR technique-an overview[C]. International Radar Symposium (IRS), Leipzig, 2011: 631-638.
- [2] Pourmottaghi A, Taban M R, and Gazor S. A CFAR detector in a nonhomogenous Weibull clutter[J]. *IEEE Transactions*

- on *Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(2): 1747-1758.
- [3] Gurakan B, Candan Ç, and Çiloğlu T. CFAR processing with switching exponential smoothers for nonhomogeneous environments[J]. *Digital Signal Processing*, 2012, 22(3): 407-416.
- [4] 何友, 关键, 孟祥伟. 雷达目标检测与恒虚警处理[M]. 第2版, 北京: 清华大学出版社, 2011: 204-221.  
He Y, Guan J, and Meng X W. Radar Target Detection and CFAR Processing[M]. The Second Edition, Beijing: Tsinghua University Press, 2011: 204-221.
- [5] Sanz-González J L and Figueras-Vidal A R. A suboptimum rank test for nonparametric radar detection[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1986, 22(6): 670-679.
- [6] El Mashade M B and Moussa A A. A new rank test nonparametric procedure for radar detection in multiple target situations[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 1998, 9(3): 61-68.
- [7] El Mashade M B and Moussa A A. Nonparametric detection of radar target in nonhomogeneous environments[J]. *Journal of Electronics(China)*, 1998, 15(4): 302-313.
- [8] Sanz-González J L and Álvarez-Vaquero F. Nonparametric rank detectors under K-distributed clutter in radar applications[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(2): 702-710.
- [9] Sanz-González J L, Álvarez-Vaquero F, and González-García J E. Permutation tests for nonparametric detection[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(11): 2633-2642.
- [10] 孟祥伟. 韦布尔杂波下非参数量化秩检测器的性能[J]. 电子学报, 2009, 37(9): 2030-2034.  
Meng X W. Performance of Rank Quantization(RQ) nonparametric detector in Weibull background[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(9): 2030-2034.
- [11] Meng X W. Performance analysis of ordered-statistic greatest of constant false alarm rate with binary integration for M-sweeps[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2010, 4(1): 37-48.

孟祥伟: 男, 1966年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号检测理论、SAR图像处理、信号理论等。