

基于单次快拍的双基地 MIMO 雷达多目标角度估计方法

洪 升 万显荣* 易建新 柯亨玉
(武汉大学电子信息学院 武汉 430079)

摘 要: 该文提出了一种双基地 MIMO 雷达体制下, 利用单次快拍的回波数据进行多目标 2 维发射角(DOD)和 2 维接收角(DOA)联合估计的新方法。首先对等效接收阵数据的自相关矩阵进行发射分集平滑实现接收角(DOA)的估计, 然后对等效发射阵数据的自相关矩阵进行接收分集平滑实现发射角(DOD)的估计, 最后通过最大似然法完成两种角度的配对。该算法仅用一个时域快拍的数据实现了多目标回波的解相干, 对发射和接收阵型有着广泛的适用性, 同时为高速机动目标的角度测量提供了一种新的思路, 仿真实验表明了该算法的有效性。

关键词: 双基地 MIMO 雷达; 角度估计; 单快拍; 发射分集; 接收分集

中图分类号: TN958.97

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)05-1149-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.01167

An Angle Estimation Method for Multi-targets in Bistatic MIMO Radar with Single Snapshot

Hong Sheng Wan Xian-rong Yi Jian-xin Ke Heng-yu
(School of Electronic Information Wuhan University, Wuhan 430079, China)

Abstract: This paper presents an angle estimation method for multitargets in bistatic MIMO radar system. It can estimate DOD and DOA with single snapshot in time domain. By exploiting transmission diversity smoothing to the equivalent receiving array data, the rank of the auto-covariance matrix of the multitargets' scatters is recovered, which make DOA estimation go well. Similarly, receiving diversity smoothing to the equivalent transmitting array data is implemented to facilitate the DOD estimation. A matching method for the two kinds of angle based on the maximum likelihood principle is employed. In this way, only one snapshot of echo data decorrelates the coherence among the multitargets' scatters successfully. In addition, the method is not limited to any certain array shape. Numerical results are presented to demonstrate the effectiveness of the method.

Key words: Bistatic MIMO radar; Angle estimation; Single snapshot; Transmission diversity; Receiving diversity

1 引言

多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)雷达是一种新体制雷达^[1], 它使用多个发射天线发射非相干信号进行探测。MIMO 雷达利用波形分集和空间分集技术, 可形成大量虚拟阵元, 扩展了阵列的有效孔径, 增加了阵列的自由度, 能够提高参数估计的精度^[2]。同时 MIMO 雷达可以在接收端利用阵列幅相信息处理发射阵元的信号^[3], 使得发射端的控制和处理更为灵活简单。双基地雷达具有抗干扰、反隐身、抗反辐射导弹等潜在的优势, 然而由于收发间存在时间、角度、频率三大同步问题, 使得双基地雷达的系统构成和信号处理更为复杂。而 MIMO 技术可为双基地雷达提供一种无需同

步情况下的目标参数测量途径, 通过估计目标的发射角(DOD)和接收角(DOA)实现对目标的定位, 且无需收发两端的数据传输, 大大简化了系统配置^[4]。

目标 DOD 与 DOA 的联合估计问题是双基地 MIMO 雷达目标参数估计的一个重要研究内容。常见的 DOD 和 DOA 的估计算法, 大多利用了多个脉冲重复周期的回波信号来构成时域上的多快拍。如文献[5]采用基于 Capon 算法的两维谱峰搜索来估计收发角。文献[6,7]利用降维的 MUSIC 方法和降维的 Capon 方法以降低运算量。文献[8]提出了一种基于 ESPRIT 的 DOD 和 DOA 估计算法。文献[9]在文献[8]基础上提出了一种 DOD, DOA 能自动配对的算法, 该算法仅讨论了 2 个或 3 个发射阵元的情况。文献[10]改进了文献[9]的算法, 使得发射阵元数不受限制, 且具有较高的角度估计精度。文献[11]提出了一种联合 MUSIC 和 ESPRIT 的双基地 MIMO 雷达角度估计算法。但是, 上述算法都需要估计阵列数

2012-09-10 收到, 2012-12-11 改回

国家自然科学基金(41074116, 41106156, 60971101)和中央高校基本科研业务费专项资金(2012212020214)资助课题

*通信作者: 万显荣 xrwan@whu.edu.cn

据的协方差矩阵,需要大量快拍数积累,运算量较大,实时性较差^[12]。

对于弹道导弹,甚至某些类型的飞机目标,运动速度快、机动性强,进行角度估计所能获取的时域快拍次数是很有限的。本文只利用了一次时域快拍的回波数据便完成了多目标多维角度的估计,为这些高速机动目标的角度测量提供了一种新的思路。只有一个时域测角快拍相当于多目标的回波数据是相干的,而基本的子空间类算法如 MUSIC 和 ESPRIT 等都不能直接对相关或者相干信号进行有效估计^[13]。为了完成角度估计,文献[14]提出了利用发射分集平滑(Transmission Diversity Smoothing, TDS)对回波数据解相干的方法,该方法仅讨论了单基地 MIMO 雷达的情况,这时只需估计一个角度。文献[15]利用一个脉冲回波来完成双基地情况下多目标的角度估计,此方法利用了两个发射阵元,通过接收阵列平滑实现解相干,其要求接收阵为均匀线阵。文献[16]分别对发射阵和接收阵进行平滑处理,用单快拍投影矩阵法进行收发角度估计,此方法要求发射和接收阵为均匀线阵,阵列孔径有一定的损失。文献[17]利用矩阵束方法从接收数据中构造出扩展矩阵进行 DOD 和 DOA 联合估计,该算法主要针对均匀线阵。

前述的方法大多是基于多快拍和均匀线阵的,考虑的是 1 维 DOD 和 1 维 DOA,文献[18]在多快拍回波下提出了一种基于迭代最小二乘算法的 2 维 DOD 和 2 维 DOA 联合估计算法,计算量较大。本文在双基地 MIMO 雷达背景下,以 L 型阵列为例,用一个时域快拍数据对多目标的 2 维 DOD 和 2 维 DOA 进行估计。文章首先建立了基于 L 型阵的双基地 MIMO 的回波模型,然后对等效接收阵的自相关矩阵进行发射分集平滑完成解相关,采用 MUSIC 方法完成 2 维 DOA 的估计;对等效发射阵的自相关矩阵进行接收分集平滑完成解相关,采用 MUSIC 方法完成 2 维 DOD 的估计。最后,依据最大似然准则完成 2 维 DOD 和 2 维 DOA 的配对。仿真试验验证了该方法的有效性。

2 信号模型

双基地 MIMO 雷达中,假设发射和接收都为 L 型阵,阵元间距均为半波长,其发射和接收阵列结构如图 1 所示。发射阵列包含 M_t 个阵元,其中 M_{t1} 个阵元位于 x 轴上, M_{t2} 个阵元位于 y 轴上;接收阵列包含 M_r 个阵元,其中 M_{r1} 个阵元位于 x 轴上, M_{r2} 个阵元位于 y 轴上。远场空间有 L 个目标,如图所示第 i 个目标相对发射阵参考方向的角度为 (ϕ_{ti}, θ_{ti}) ,

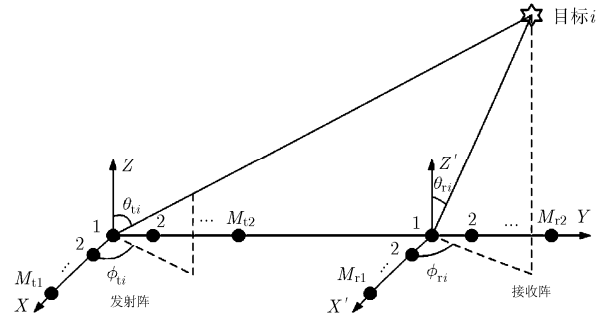


图 1 L 型阵双基地 MIMO 雷达阵结构

(ϕ_{ti}, θ_{ti}) , 即为发射角 DOD; 第 i 个目标相对接收阵参考方向的角度为 (ϕ_{ri}, θ_{ri}) , 即为接收角 DOA。 M_t 个发射阵元发射的信号集为 $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_{M_t}]^T$, $\mathbf{S} \in C^{M_t \times Q}$, 其中 Q 表示一个脉冲回波的采样点数, 即快时间域的采样点数。 M_t 个发射信号的相关矩阵 \mathbf{R}_s 为

$$\mathbf{R}_s = E[\mathbf{S}\mathbf{S}^H] = \mathbf{S}\mathbf{S}^H / Q = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1M_t} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2M_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{M_t1} & \rho_{M_t2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 ρ_{ij} 表示第 i 个发射信号和第 j 个发射信号的归一化相关系数。当信号集中发射信号两两互相正交时, 有 $\mathbf{R}_s = \mathbf{I}_{M_t}$, \mathbf{I}_{M_t} 为 $M_t \times M_t$ 维单位矩阵; 当信号集中发射信号两两完全相干时, 有 $\mathbf{R}_s = \mathbf{1}\mathbf{1}^T$, 其中 $\mathbf{1}$ 表示全 1 列向量。将 \mathbf{R}_s 进行奇异值分解, 有 $\mathbf{R}_s = \mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{U}^H$, 定义 $\mathbf{S} = \mathbf{U}\mathbf{A}^{1/2}\tilde{\mathbf{S}}$, 满足 $\mathbf{R}_s = E[\tilde{\mathbf{S}}\tilde{\mathbf{S}}^H] = \tilde{\mathbf{S}}\tilde{\mathbf{S}}^H / Q = \mathbf{I}_{M_t}$, 则接收阵列接收的某个特定脉冲的回波数据可以写为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}_r \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}) \mathbf{A}_t^T \mathbf{U} \mathbf{A}^{1/2} \tilde{\mathbf{S}} + \mathbf{N} \quad (2)$$

式中 $\mathbf{X} \in C^{M_r \times Q}$ 为接收数据矩阵。 $\mathbf{A}_r = [\mathbf{a}_r(\phi_{r1}, \theta_{r1}), \dots, \mathbf{a}_r(\phi_{rL}, \theta_{rL})] \in C^{M_r \times L}$ 为接收导向矩阵, $\mathbf{A}_t = [\mathbf{a}_t(\phi_{t1}, \theta_{t1}), \dots, \mathbf{a}_t(\phi_{tL}, \theta_{tL})] \in C^{M_t \times L}$ 为发射导向矩阵, 接收阵导向矢量为 $\mathbf{a}_r(\phi_r, \theta_r) = [\mathbf{a}_{rx}(\phi_r, \theta_r), \mathbf{a}_{ry}(\phi_r, \theta_r)]^T$, $\mathbf{a}_t(\phi_t, \theta_t) = [\mathbf{a}_{tx}(\phi_t, \theta_t), \mathbf{a}_{ty}(\phi_t, \theta_t)]^T$ 为发射导向矢量, 其中 $\mathbf{a}_{rx}(\phi_r, \theta_r)$, $\mathbf{a}_{ry}(\phi_r, \theta_r)$, $\mathbf{a}_{tx}(\phi_t, \theta_t)$, $\mathbf{a}_{ty}(\phi_t, \theta_t)$ 分别如式(3)-式(6)所示。

$$\mathbf{a}_{rx}(\phi_r, \theta_r) = [1, e^{-j\pi \sin \theta_r \cos \phi_r}, \dots, e^{-j\pi(M_{r1}-1) \sin \theta_r \cos \phi_r}]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{a}_{ry}(\phi_r, \theta_r) = [1, e^{-j\pi \sin \theta_r \sin \phi_r}, \dots, e^{-j\pi(M_{r2}-1) \sin \theta_r \sin \phi_r}]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{a}_{tx}(\phi_t, \theta_t) = [1, e^{-j\pi \sin \theta_t \cos \phi_t}, \dots, e^{-j\pi(M_{t1}-1) \sin \theta_t \cos \phi_t}]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{a}_{ty}(\phi_t, \theta_t) = [1, e^{-j\pi \sin \theta_t \sin \phi_t}, \dots, e^{-j\pi(M_{t2}-1) \sin \theta_t \sin \phi_t}]^T \quad (6)$$

$\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1, \dots, \gamma_L]^T$ 为 L 个目标回波的复包络, γ_i 为第 i 个目标回波的复包络, 它包括目标 RCS 的调制、路径传播衰减的调制等, 其幅度的大小和目标回波的强弱成正比。 \mathbf{N} 为接收的复噪声矩阵, $\mathbf{N} \in C^{M_r \times Q}$ 。

在接收端，每个接收阵元所接收到的回波信号均通过和发射波形集相匹配的 M_t 个数字匹配滤波器进行匹配滤波处理。假设一个脉冲周期 T_0 的回波信号中的多普勒频率引起的相位在 T_0 内近似不变，则在一个脉冲周期内信号的正交性得到了保持。匹配滤波结果可以写为： $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\tilde{\mathbf{S}}^H/Q$ ，将式(2)代入有

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \mathbf{A}_t \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}) \mathbf{A}_t^T \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda}^{1/2} + \frac{\mathbf{N}\tilde{\mathbf{S}}^H}{Q} \\ &= \mathbf{A}_t \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}) \mathbf{A}_t^T \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda}^{1/2} + \mathbf{V}, \quad \mathbf{Y}, \mathbf{V} \in C^{M_r \times M_t} \end{aligned} \quad (7)$$

假设 \mathbf{V} 的行向量和列向量都为零均值，协方差矩阵分别为 $\sigma_0^2 \mathbf{I}_{M_t}$ 和 $\sigma_0^2 \mathbf{I}_{M_r}$ 的独立同高斯分布向量。

匹配滤波后将 \mathbf{Y} 列向量化得到一个 $M_t \times M_r$ 维的数据样本，等效地可以认为有 $M_t \times M_r$ 个通道，即 MIMO 体制的虚拟孔径，如式(8)所示。

$$\mathbf{y} = \text{vec}(\mathbf{Y}) = \mathbf{A}_{tr} \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{v} \quad (8)$$

其中 $\text{vec}(\cdot)$ 表示列向量化， $\mathbf{A}_{tr} = [\mathbf{b}_t(\phi_{t1}, \theta_{t1}) \otimes \mathbf{a}_r(\phi_{r1}, \theta_{r1}), \dots, \mathbf{b}_t(\phi_{tL}, \theta_{tL}) \otimes \mathbf{a}_r(\phi_{rL}, \theta_{rL})]$ ，其中， \otimes 为 Kronecker 直积， $\mathbf{b}_t(\phi_{ti}, \theta_{ti}) = \boldsymbol{\Lambda}^{1/2} \mathbf{U}^T \mathbf{a}_t(\phi_{ti}, \theta_{ti})$ 。 $\boldsymbol{\gamma}$ 对应着 L 个目标的一次回波采样，由于只有一次回波采样，这 L 个目标的回波相当于是相干的，常用的基于特征子空间的方法失效。

3 算法描述

3.1 基于发射分集平滑的 DOA 估计

令 $\text{diag}(\boldsymbol{\gamma}) \mathbf{A}_t^T \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda}^{1/2} = [\boldsymbol{\alpha}_1, \dots, \boldsymbol{\alpha}_{M_t}]$ ，其中 $\boldsymbol{\alpha}_i \in C^{L \times 1}$ ；令 $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{M_t}]$ ，其中 $\mathbf{v}_i \in C^{M_r \times 1}$ ；令 $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^T, \dots, \mathbf{y}_{M_t}^T]^T$ ，其中 $\mathbf{y}_i \in C^{M_r \times 1}$ ，由式(6)易得

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{A}_r \boldsymbol{\alpha}_i + \mathbf{v}_i, \quad i = 1, \dots, M_t \quad (9)$$

式(9)为第 i 个发射阵元等效接收阵的 M_r 个接收数据，也可等效认为，阵元数为 M_r 的接收阵获取了 M_t 个快拍，这种快拍不是来源于时域的采样，而是对应着不同发射单元的目标回波采样，可以认为是一种虚拟的快拍，这种虚拟快拍是由 MIMO 体制的波形分集和空间分集所带来的。增加的虚拟快拍为多目标回波的解相干提供了可能，理论推导表明，通常情况下只要目标的个数不大于发射阵元的个数且 \mathbf{R}_s 满秩，目标回波自协方差矩阵的秩可以完全地恢复，保证了基于特征子空间测角方法的有效性。证明过程如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= \frac{1}{M_t} \sum_{i=1}^{M_t} \mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^H = \mathbf{A}_r \left(\frac{1}{M_t} \sum_{i=1}^{M_t} \boldsymbol{\alpha}_i \boldsymbol{\alpha}_i^H \right) \mathbf{A}_r^H \\ &\quad + \sigma_0^2 \mathbf{I}_{M_r} = \mathbf{A}_r \mathbf{R}_\alpha \mathbf{A}_r^H + \sigma_0^2 \mathbf{I}_{M_r} \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $\mathbf{R}_\alpha = \frac{1}{M_t} \sum_{i=1}^{M_t} \boldsymbol{\alpha}_i \boldsymbol{\alpha}_i^H = \frac{1}{M_t} \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}) \mathbf{A}_t^T \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda}^{1/2} \boldsymbol{\Lambda}^{1/2} \mathbf{U}^H$

$$\cdot \mathbf{A}_t^* \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}^*) = \frac{1}{M_t} \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}) \mathbf{A}_t^T \mathbf{R}_s \mathbf{A}_t^* \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}^*), \quad \text{由此式}$$

知，只要 \mathbf{A}_t 列满秩、 \mathbf{R}_s 满秩，则 $\text{rank}(\mathbf{R}_\alpha) = L$ ，即可实现 L 个目标的完全解相干。 \mathbf{A}_t 列满秩的条件在一般情况下都会满足，而 \mathbf{R}_s 满秩由 MIMO 发射波形的正交性来保证。解除相干后便可利用常规的特征子空间方法进行 DOA 的估计。根据接收阵型、计算量、稳健性等原则选择合适的子空间算法，如果发射阵具有旋转不变性，如线阵，双平行线阵等，可以用 ESPRIT 来求 DOA，由于 MUSIC 算法对阵型的广泛适用性，这里以 MUSIC 算法为例。

若 \mathbf{A}_t 列满秩，需满足 $L \leq M_t$ ，而用 MUSIC 估计 DOA 时需满足 $L \leq M_r - 1$ ，此时可估计的最大目标个数为 $\min(M_t, M_r - 1)$ 。

3.2 基于接收分集平滑的 DOD 估计

根据式(7)，有 $\mathbf{Y}^T = \boldsymbol{\Lambda}^{1/2} \mathbf{U}^T \mathbf{A}_t \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}) \mathbf{A}_t^T + \mathbf{V}^T$ ，令 $\mathbf{Z} = \mathbf{Y}^T$ ，有

$$\mathbf{Z} = \boldsymbol{\Lambda}^{1/2} \mathbf{U}^T \mathbf{A}_t \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}) \mathbf{A}_t^T + \mathbf{W} \quad (11)$$

令 $\text{diag}(\boldsymbol{\gamma}) \mathbf{A}_t^T = [\boldsymbol{\beta}_1, \dots, \boldsymbol{\beta}_{M_t}]$ ，其中 $\boldsymbol{\beta}_j \in C^{L \times 1}$ ；令 $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_{M_t}]$ ，其中 $\mathbf{w}_j \in C^{M_r \times 1}$ ；令 $\mathbf{B}_t = \boldsymbol{\Lambda}^{1/2} \mathbf{U}^T \mathbf{A}_t = \boldsymbol{\Lambda}^{1/2} \mathbf{U}^T [\mathbf{a}_t(\varphi_{t1}, \theta_{t1}), \dots, \mathbf{a}_t(\varphi_{tL}, \theta_{tL})]$ ；令 $\mathbf{z} = [\mathbf{z}_1^T, \dots, \mathbf{z}_{M_t}^T]^T$ ，其中 $\mathbf{z}_j \in C^{M_t \times 1}$ ，由式(11)易得

$$\mathbf{z}_j = \boldsymbol{\Lambda}^{1/2} \mathbf{U}^T \mathbf{A}_t \boldsymbol{\beta}_j + \mathbf{w}_j = \mathbf{B}_t \boldsymbol{\beta}_j + \mathbf{w}_j, \quad j=1, \dots, M_t \quad (12)$$

式(12)为对应第 j 个接收阵元的等效发射阵的 M_t 个发射数据。类似 3.1 节所述，可由接收分集平滑完成等效发射阵的多目标解相干。

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_z &= \frac{1}{M_r} \sum_{j=1}^{M_t} \mathbf{z}_j \mathbf{z}_j^H = \mathbf{B}_t \left(\frac{1}{M_r} \sum_{j=1}^{M_t} \boldsymbol{\beta}_j \boldsymbol{\beta}_j^H \right) \mathbf{B}_t^H \\ &\quad + \sigma_0^2 \mathbf{I}_{M_r} = \mathbf{B}_t \mathbf{R}_\beta \mathbf{B}_t^H + \sigma_0^2 \mathbf{I}_{M_r} \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\mathbf{R}_\beta = \frac{1}{M_r} \sum_{j=1}^{M_t} \boldsymbol{\beta}_j \boldsymbol{\beta}_j^H = \frac{1}{M_r} \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}) \mathbf{A}_t^T \mathbf{A}_t^* \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}^*)$ ，

由此式知，只要 \mathbf{A}_t 是列满秩的，则 $\text{rank}(\mathbf{R}_\beta) = L$ 。在采用 MUSIC 算法进行 DOD 估计时，一般的非病态阵列都满足 \mathbf{A}_t 列满秩的条件，要保证 $\mathbf{B}_t = \boldsymbol{\Lambda}^{1/2} \mathbf{U}^T \mathbf{A}_t$ 列满秩，需要 \mathbf{R}_s 满秩。若 \mathbf{A}_t 列满秩，需满足 $L \leq M_r$ ，而用 MUSIC 估计 DOD 时，需满足 $L \leq M_t - 1$ ，此时可估计的最大目标个数为 $\min(M_r, M_t - 1)$ 。

3.3 基于最大似然法的 DOA 和 DOD 的配对

由于 DOA 和 DOD 的估计是分别进行的，因此估计出的 L 个 DOA 和 L 个 DOD 需要配对。这里根据最大似然准则将角度配对过程转化成 $L!$ 个谱点的 1 维谱搜索。

假设式(7)中 \mathbf{v} 为零均值，协方差为 $\sigma_0^2 \mathbf{I}_{M_t M_r}$ 的空间白高斯随机过程，整个虚拟阵列的接收数据 \mathbf{y} 的

最大似然函数为^[19]

$$f(\mathbf{y} | \psi_t, \psi_r, \gamma, \sigma_0^2) = \pi^{-M_t M_r} \sigma_0^{-2M_t M_r} \exp\left(-\frac{1}{\sigma_0^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}_{tr}(\psi_t, \psi_r)\gamma\|^2\right) \quad (14)$$

将上述最大似然函数简化后求负对数变为式(15):

$$F_{ML}(\psi_t, \psi_r) = \ln[\mathbf{y}^H \mathbf{P}_{\mathbf{A}_{tr}}^\perp \mathbf{y}] \quad (15)$$

其中 $\psi_t = (\phi_t, \theta_t)$, $\psi_r = (\phi_r, \theta_r)$, $\mathbf{P}_{\mathbf{A}_{tr}}^\perp = \mathbf{I}_{M_t M_r} - \mathbf{P}_{\mathbf{A}_{tr}}$, $\mathbf{P}_{\mathbf{A}_{tr}} = \mathbf{A}_{tr}(\mathbf{A}_{tr}^H \mathbf{A}_{tr})^{-1} \mathbf{A}_{tr}^H$ 为投影到 \mathbf{A}_{tr} 的列矢量所展成空间的投影算子。固定估计出的 L 个 DOA 的顺序, 将估计出的 L 个 DOD 进行全排列, 共 $L!$ 种排列, 这 $L!$ 种排列中定有一种排列顺序和固定的 L 个 DOA 的顺序是对应的, 计算不同排列顺序时的 $F_{ML}(\varphi, \theta)$ 的值, 对应其最小值的排列即为和 L 个 DOA 对应的 DOD 顺序。配对成功的 DOD 和 DOA, 都包含了方位角和俯仰角两个角度, 可以完成目标的空间定位。

4 2 维 DOD 和 DOA 的克拉美罗限

文献[10]推导了 3 个发射阵元, 1 维 DOD 和 1 维 DOA 情况下的克拉美罗限。本文将扩展, 推

$$\dot{\mathbf{A}}_{\phi_r} = \left[\mathbf{a}_t(\phi_{r1}, \theta_{r1}) \otimes \frac{\partial \mathbf{a}_r(\phi_{r1}, \theta_{r1})}{\partial \phi_{r1}}, \dots, \mathbf{a}_t(\phi_{rL}, \theta_{rL}) \otimes \frac{\partial \mathbf{a}_r(\phi_{rL}, \theta_{rL})}{\partial \phi_{rL}} \right] \quad (17)$$

$$\dot{\mathbf{A}}_{\theta_r} = \left[\mathbf{a}_t(\phi_{r1}, \theta_{r1}) \otimes \frac{\partial \mathbf{a}_r(\phi_{r1}, \theta_{r1})}{\partial \theta_{r1}}, \dots, \mathbf{a}_t(\phi_{rL}, \theta_{rL}) \otimes \frac{\partial \mathbf{a}_r(\phi_{rL}, \theta_{rL})}{\partial \theta_{rL}} \right] \quad (18)$$

$$\dot{\mathbf{A}}_{\theta_t} = \left[\frac{\partial \mathbf{a}_t(\phi_{t1}, \theta_{t1})}{\partial \theta_{t1}} \otimes \mathbf{a}_r(\phi_{r1}, \theta_{r1}), \dots, \frac{\partial \mathbf{a}_t(\phi_{tL}, \theta_{tL})}{\partial \theta_{tL}} \otimes \mathbf{a}_r(\phi_{rL}, \theta_{rL}) \right] \quad (19)$$

$$\dot{\mathbf{A}}_{\phi_t} = \left[\frac{\partial \mathbf{a}_t(\phi_{t1}, \theta_{t1})}{\partial \phi_{t1}} \otimes \mathbf{a}_r(\phi_{r1}, \theta_{r1}), \dots, \frac{\partial \mathbf{a}_t(\phi_{tL}, \theta_{tL})}{\partial \phi_{tL}} \otimes \mathbf{a}_r(\phi_{rL}, \theta_{rL}) \right] \quad (20)$$

$$\text{另外有, } \boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \sigma_0^2 \mathbf{I}_{M_r} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sigma_0^2 \mathbf{I}_{M_t} \end{bmatrix}_{M_t \times M_t}, \mathbf{R}_\gamma = \frac{1}{k_0} \boldsymbol{\gamma} \boldsymbol{\gamma}^H,$$

k_0 为快拍数, 此处取为 1。将信息矩阵求逆便可以得到克拉美罗限。

5 仿真试验和分析

为了验证本文方法的有效性, 共设计了 4 组仿真实验。在试验 1~ 试验 3 中, 双基地 MIMO 的阵型如图 1 所示, $M_{t1} = 5$, $M_{t2} = 5$, $M_t = M_{t1} + M_{t2} - 1$, $M_{r1} = 5$, $M_{r2} = 5$, $M_r = M_{r1} + M_{r2} - 1$, 阵元间距为半波长, 假设远场空间中有 3 个目标, 发射信号完全正交, 即 $\mathbf{R}_s = \mathbf{I}_{M_t}$ 成立。

试验 1 验证本文算法的有效性。对应目标 1 的 DOD 为 $(20^\circ, 15^\circ)$, DOA 为 $(20^\circ, 75^\circ)$; 对应目标 2 的

导出了 L 型阵列, 包含 \mathbf{R}_s 影响的 2 维 DOD 和 2 维 DOA 估计的克拉美罗限。相比于 \mathbf{R}_s 满秩的情况, 当 \mathbf{R}_s 秩亏时, 克拉美罗限会升高, 即测角性能会降低, 此时本文算法失效。

将待估计的参数分为 4 组, 接收方位角 $\phi_r = [\phi_{r1}, \dots, \phi_{rL}]$, 接收俯仰角 $\theta_r = [\theta_{r1}, \dots, \theta_{rL}]$, 发射方位角 $\phi_t = [\phi_{t1}, \dots, \phi_{tL}]$, 发射俯仰角 $\theta_t = [\theta_{t1}, \dots, \theta_{tL}]$ 。则信息矩阵可以写为式(16)的形式:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\phi_r \phi_t} & \mathbf{F}_{\phi_r \theta_t} & \mathbf{F}_{\phi_t \phi_r} & \mathbf{F}_{\phi_t \theta_r} \\ \mathbf{F}_{\theta_r \phi_t} & \mathbf{F}_{\theta_r \theta_t} & \mathbf{F}_{\theta_t \phi_r} & \mathbf{F}_{\theta_t \theta_r} \\ \mathbf{F}_{\phi_t \phi_r} & \mathbf{F}_{\phi_t \theta_r} & \mathbf{F}_{\phi_r \phi_t} & \mathbf{F}_{\phi_r \theta_t} \\ \mathbf{F}_{\theta_t \phi_r} & \mathbf{F}_{\theta_t \theta_r} & \mathbf{F}_{\theta_r \phi_t} & \mathbf{F}_{\theta_r \theta_t} \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中

$$\mathbf{F}_{\phi_r \phi_t} = 2k_0 \cdot \text{real}(\dot{\mathbf{A}}_{\phi_r}^H (\mathbf{R}_s \otimes \mathbf{I}_{M_r}) \boldsymbol{\xi}^{-1} \dot{\mathbf{A}}_{\phi_t} \odot \mathbf{R}_\gamma^T)$$

$$\mathbf{F}_{\phi_r \theta_t} = 2k_0 \cdot \text{real}(\dot{\mathbf{A}}_{\phi_r}^H (\mathbf{R}_s \otimes \mathbf{I}_{M_r}) \boldsymbol{\xi}^{-1} \dot{\mathbf{A}}_{\theta_t} \odot \mathbf{R}_\gamma^T)$$

$$\mathbf{F}_{\phi_t \phi_r} = 2k_0 \cdot \text{real}(\dot{\mathbf{A}}_{\phi_t}^H (\mathbf{R}_s \otimes \mathbf{I}_{M_r}) \boldsymbol{\xi}^{-1} \dot{\mathbf{A}}_{\phi_r} \odot \mathbf{R}_\gamma^T)$$

$$\mathbf{F}_{\phi_t \theta_r} = 2k_0 \cdot \text{real}(\dot{\mathbf{A}}_{\phi_t}^H (\mathbf{R}_s \otimes \mathbf{I}_{M_r}) \boldsymbol{\xi}^{-1} \dot{\mathbf{A}}_{\theta_r} \odot \mathbf{R}_\gamma^T)$$

式中 \odot 表示 hadamard 乘积, 其他元素的公式可以类推。其中

DOD 为 $(50^\circ, 70^\circ)$; DOA 为 $(65^\circ, 20^\circ)$; 对应目标 3 的 DOD 为 $(75^\circ, 45^\circ)$, DOA 为 $(40^\circ, 65^\circ)$, 其中 (ϕ, θ) 的前者表示方位角, 后者表示俯仰角。用本文方法进行估计, 仿真信噪比 SNR 为 20 dB。图 2(a) 显示了配对之前估计的目标位置, 图 2(b) 显示了配对之后的目标位置, 和设定的目标角度是一致的。

试验 2 对本文所用的角度配对方法的性能进行分析评估。分别对 2 个、4 个、6 个、8 个目标的情况, 画出配对成功概率随信噪比变化曲线, 如图 3 所示。可见随着目标个数的增多, 配对成功的概率下降, 并且本文的角度配对方法对信噪比的要求不高。

试验 3 将本文算法测角的均方根误差和 CRB (Cramer-Rao Bound) 比较。对应目标 1 的 DOD 为 $(20^\circ, 75^\circ)$, DOA 为 $(20^\circ, 35^\circ)$; 对应目标 2 的 DOD 为 $(65^\circ, 20^\circ)$, DOA 为 $(50^\circ, 75^\circ)$; 对应目标 3 的 DOD 为 $(40^\circ, 65^\circ)$, DOA 为 $(75^\circ, 55^\circ)$, 其中 (ϕ, θ) 的

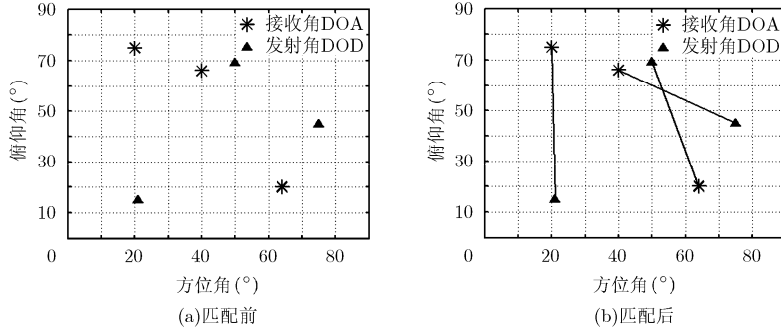


图2 匹配前后的DOA, DOD

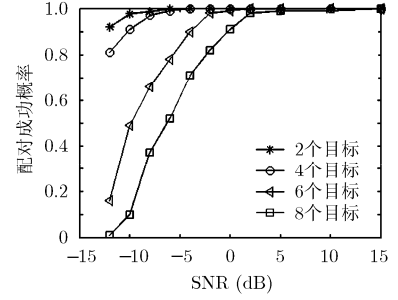


图3 DOD和DOA配对成功概率

前者表示方位角，后者表示俯仰角。进行500次蒙特卡洛仿真。发射角和接收角的均方根误差分别按式(21)和式(22)计算：

$$RMSE_{dod} = \sqrt{\frac{1}{6} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{500} \sum_{m=1}^{500} (\tilde{\phi}_{tim} - \phi_{ti})^2 + (\tilde{\theta}_{tim} - \theta_{ti})^2 \right)} \quad (21)$$

$$RMSE_{doa} = \sqrt{\frac{1}{6} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{500} \sum_{m=1}^{500} (\tilde{\phi}_{rim} - \phi_{ri})^2 + (\tilde{\theta}_{rim} - \theta_{ri})^2 \right)} \quad (22)$$

其中 $\tilde{\phi}_{tim}$ 为第 m 次试验第 i 个目标的发射方位角估计值， ϕ_{ti} 为第 i 个目标的发射方位角准确值， $\tilde{\theta}_{tim}$ 为第 m 次试验第 i 个目标的发射俯仰角估计值， θ_{ti} 为第 i 个目标的发射俯仰角准确值； $\tilde{\phi}_{rim}, \phi_{ri}, \tilde{\theta}_{rim}, \theta_{ri}$ 的定义类似。

计算出来的CRB有12个值，也做如下处理：

$$RMSE_CRB_{dod} = \sqrt{\frac{1}{6} \sum_{i=1}^3 C_{\phi_{ti}} + C_{\theta_{ti}}} \quad (23)$$

$$RMSE_CRB_{doa} = \sqrt{\frac{1}{6} \sum_{i=1}^3 C_{\phi_{ri}} + C_{\theta_{ri}}} \quad (24)$$

其中 $C_{\phi_{ti}}$ 为第 i 个目标发射方位角估计方差的CRB限， $C_{\theta_{ti}}$ 为第 i 个目标发射俯仰角估计方差的CRB限； $C_{\phi_{ri}}$ 和 $C_{\theta_{ri}}$ 的定义方法类似。DOD和DOA估计的RMSE和CRB的比较如图4(a), 4(b)所示。从仿真

结果可以看出，因只用到了一个时域快拍，本文算法对信噪比有一定的要求。这是因为发射分集平滑和接收分集平滑虽然保证了回波信号的协方差矩阵满秩，但是该方法对回波中噪声的作用较小，影响了噪声协方差矩阵的收敛以及噪声和信号的解相关，降低了测角精度。另外CRB公式在少快拍时也是存在误差的，从而使得两条曲线有一定的差距。

试验 4 由于本文算法对发射和接收阵阵型有着广泛的适应性，将其用于均匀线阵测角，并和文献[16]的算法进行比较。假设发射阵和接收阵都为8阵元的均匀线阵，双基地平面上有3个目标，发射信号满足正交条件，用本文方法测角的均方根误差、文献[16]方法测角的均方根误差以及线阵的CRB下限的比较曲线如图5(a)和图5(b)所示，可见本文算法的测角均方根误差曲线更趋近于CRB曲线。

6 结论

该算法无需对发射阵或接收阵进行空间平滑，仅利用一个时间快拍完成了多个目标的多维发射角和接收角估计，最大程度地保留了阵列的孔径，放松了对阵型的限制。用MIMO体制等效增加的虚拟孔径平滑解相干，用MIMO波形和空间分集带来的虚拟快拍弥补时域快拍缺少的不足。该方法独立估计DOD和DOA，相当于一种单快拍下双基地多目标多维角度的降维MUSIC算法，相对DOD和DOA

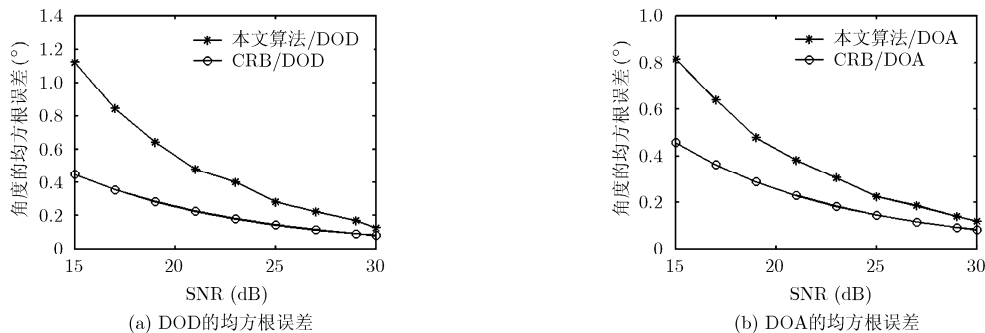


图4 DOD和DOA的均方根误差

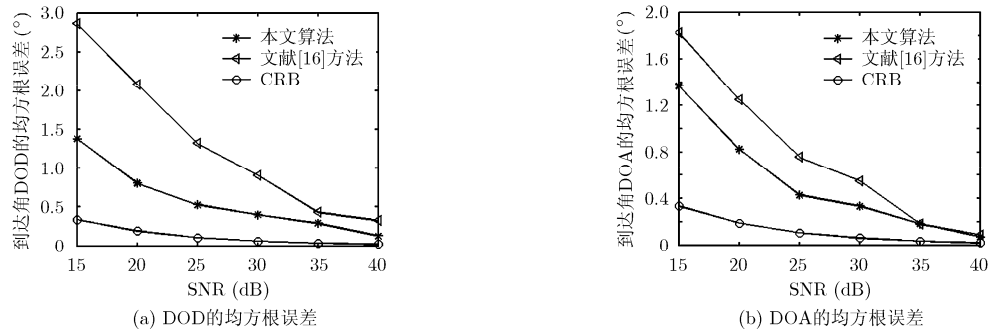


图5 均匀线阵时DOD和DOA的均方根误差

联合MUSIC估计的方法, 计算量更小。此方法对发射阵和接收阵的阵型有着普遍的适应性, 与基于ESPRIT的方法相比, 不需要阵列具备平移不变结构, 仅利用发射和接收阵列的阵列流型信息估计目标方位角, 应用范围更加广泛, 当发射阵和接收阵为面阵时可以完成对多目标的空间定位。

参考文献

- [1] Li J and Stoica P. MIMO Radar Signal Processing[M]. Hoboken: NJ, J. Wiley & Sons, 2009: 65-70.
- [2] Bliss W and Forsythe W. Multiple-input multiple-output (MIMO) radar and imaging: degrees of freedom and resolution[C]. Conference Record of the Thirty-Seventh Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, United States, 2003: 54-59.
- [3] Jian L and Stoica P. MIMO radar with colocated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(5): 106-114.
- [4] 符渭波, 苏涛, 赵永波, 等. 双基地MIMO雷达相干源角度估计方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2012, 39(2): 143-152. Fu Wei-bo, Su Tao, Zhao Yong-bo, *et al.*. Method for angle estimation of coherent sources in bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Xidian University*, 2012, 39(2): 143-152.
- [5] Yan Hai-dong, Li Jun, and Liao Gui-sheng. Multitarget identification and localization using bistatic MIMO radar systems[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2008, (48): 1-8.
- [6] Zhang Xiao-fei, Xu Ling-yun, Xu Lei, *et al.*. Direction of departure (DOD) and direction of arrival (DOA) estimation in MIMO radar with reduced-dimension MUSIC[J]. *IEEE Communications Letters*, 2010, 14(12): 1161-1163.
- [7] Liu Xiao-li and Liao Gui-sheng. Reduced-dimensional angle estimation in bistatic MIMO radar system[C]. Proceedings of 2011 IEEE CIE International Conference on Radar, Chengdu, China, 2011: 67-70.
- [8] Chen Duo-fang, Chen Bai-xiao, and Qin Guo-dong. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(12): 770-771.
- [9] Jin Ming, Liao Gui-sheng, and Li Jun. Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2009, 89(2): 244-251.
- [10] Chen Jin-li, Gu Hong, and Su Wei-min. A new method for joint DOD and DOA estimation in bistatic MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2010, 90(2): 714-718.
- [11] 刘晓莉, 廖桂生. 基于MUSIC和ESPRIT的双基地MIMO雷达角度估计算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(9): 2179-2183. Liu Xiao-li and Liao Gui-sheng. Combined MUSIC with ESPRIT algorithm for angle estimation in bistatic MIMO radar system[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(9): 2179-2183.
- [12] 王凌, 李国林, 隋鉴, 等. 单次快拍波达方向矩阵法[J]. 系统工程与技术, 2012, 34(7): 1323-1328. Wang Ling, Li Guo-lin, Sui Jian, *et al.*. Single snapshot DOA matrix method[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2012, 34(7): 1323-1328.
- [13] 谢鑫, 李国林, 刘华文. 采用单次快拍数据实现相干信号DOA估计[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(3): 604-608. Xie Xin, Li Guo-lin, and Liu Hua-wen. DOA estimation of coherent signals using one snapshot[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(3): 604-608.
- [14] Tabrikian J and Bekkerman I. Transmission diversity smoothing for multi-target localization[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing-Proceedings, Philadelphia, PA, United States, 2005: 1041-1044.
- [15] 张永顺, 牛新亮, 赵国庆, 等. MIMO双基地雷达多目标角度-多普勒频率联合估计[J]. 西安电子科技大学学报, 2011, 38(1): 16-21. Zhang Yong-shun, Niu Xin-liang, Zhao Guo-qing, *et al.*. Joint estimation of multi-targets angles-doppler frequencies for the MIMO bistatic radar[J]. *Journal of Xidian University*, 2011, 38(1): 16-21.
- [16] 郑志东, 牛朝阳, 张剑云. 单快拍数下双基地MIMO雷达的角度估计[J]. 信号处理, 2010, 26(5): 789-794. Zheng Zhi-dong, Niu Chao-yang, and Zhang Jian-yun. Receiver and transmitter angle estimation for bi-static MIMO radar with single snapshot[J]. *Signal Processing*, 2010,

- 26(5): 789-794.
- [17] 李建峰, 张小飞. 低快拍下多输入多输出雷达中的角度估计算法[J]. 电波科学学报, 2012, 27(3): 452-457.
Li Jian-feng and Zhang Xiao-fei. Angle estimation algorithm in bistatic MIMO radar under low snapshots[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2012, 27(3): 452-457.
- [18] 徐凌云, 张小飞, 许宗泽. 双基地MIMO雷达二维DOD和二维DOA联合估计[J]. 应用科学学报, 2012, 30(3): 270-274.
Xu Ling-yun, Zhang Xiao-fei, and Xu Zong-ze. Joint 2D-DOD and 2D-DOA estimation in bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Applied Sciences-Electronics and Information Engineering*, 2012, 30(3): 270-274.
- [19] Stoica P and Nehorai P. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, 37(5): 720-741.
- 洪升: 女, 1987年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、MIMO雷达信号处理等.
- 万显荣: 男, 1975年生, 教授, 博士生导师, 研究兴趣包括超视距雷达和无源雷达系统、雷达信号处理等.
- 易建新: 男, 1989年生, 硕博连读, 研究方向为超视距雷达和无源雷达信号处理.