

## 基于宽带时空 Radon-Fourier 变换的高速微弱目标检测方法

钱李昌<sup>\*①</sup> 许稼<sup>②</sup> 孙文峰<sup>①</sup> 彭应宁<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(中国人民解放军空军预警学院 武汉 430019)

<sup>②</sup>(清华大学电子工程系 北京 100084)

**摘要:** 宽带数字阵列雷达(DAR)中跨距离单元走动(ARU)、匹配滤波器失配以及孔径渡越问题降低了高速微弱目标的检测性能。为此,该文给出一种宽带时空 Radon-Fourier 变换(WST-RFT)相参积累方法。该方法基于 DAR 3 维回波模型给出了宽带匹配滤波器系统响应函数,并通过联合搜索目标 3 维参数空间,同时解决 ARU、匹配滤波器失配和孔径渡越问题。给出了基于 WST-RFT 检测器的最优性证明。针对 WST-RFT 3 维参数空间遍历搜索运算量大的问题,该文进一步给出了基于 Chirp-Z 变换(CZT)的 WST-RFT 快速算法。最后,数值实验结果验证了该文所提方法的有效性。

**关键词:** 宽带数字阵列雷达; 目标检测; 宽带时空 Radon-Fourier 变换; 长时间相参积累

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)01-0015-09

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.01094

## Wideband Time-space Radon-Fourier Transform for High-speed and Weak Target Detection

Qian Li-chang<sup>①</sup> Xu Jia<sup>②</sup> Sun Wen-feng<sup>①</sup> Peng Ying-ning<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

<sup>②</sup>(Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** The Across Range Unit (ARU) effect, mismatch issue in the matched filter and the aperture fill phenomenon can badly deteriorate the performance of high-speed weak target detection in wideband Digital Array Radar (DAR). To address these issues, a novel long-time coherent integration method, namely, Wideband Space-Time Radon Fourier Transform (WST-RFT) is proposed. Based on the 3D echo model of DAR, the system response function of wideband matched filter is given, and by jointly searching the 3D parameter space, the ARU effect, mismatch problem of the matched filter and the aperture fill phenomenon can be simultaneously addressed. Then, the optimality of the WST-RFT based detector is demonstrated. Furthermore, to solve high computation cost problem caused by ergodic search in the WST-RFT, a fast implementation based on Chirp-Z Transform (CZT) is given. Finally, numerical experiments demonstrate the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** Wideband Digital Array Radar (DAR); Target detection; Wideband Time-Space Radon-Fourier Transform (WTS-RFT); Long-time coherent integration

### 1 引言

近年来,随着超大规模数字集成电路技术、多元件 T/R 模块及高速数字处理器的高速发展,数字阵列雷达(Digital Array Radar, DAR)得到了长足的发展。DAR 是一种接收和发射均采用数字波束形成(DBF)技术的全数字阵列扫描雷达<sup>[1,2]</sup>,具有易于软件化实现、抗干扰能力强、低截获概率、同时多

波束以及灵活的时间和能量分配等优点。

长时间相参积累是提高信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)进而提高弱小目标检测能力的有效途径<sup>[2,3]</sup>。DAR 中的同时多波束增加了波束驻留时间,为长时间相参积累提供了时间保证。

为了满足超远程目标探测并获得高距离分辨率及距离探测精度的需求,DAR 需要发射大时宽带宽信号。然而对于大时宽带宽信号,高速目标回波产生尺度伸缩效应不可忽略。常规的窄带匹配滤波器(Matched Filter, MF)利用发射波形的“副本”作为滤波器冲击响应函数,无法补偿尺度伸缩影响,从而导致滤波器失配;同时,高速目标很容易导致脉

2012-08-28 收到,2012-10-17 改回

国家自然科学基金(60971087, 61271391),北京自然科学基金(4122038),国家部委基金,航天创新基金(CASC201104)和清华大学信息科学技术实验室交叉基金(TNList)资助课题

\*通信作者: 钱李昌 qlc009@sina.com

间跨距离单元(Across Range Unit, ARU)走动现象<sup>[4-11]</sup>。另外,对于宽带 DAR,当天线扫描角对应的孔径渡越时间(Aperture Fill Time, AFT)与信号带宽对应的时间分辨率的比值超过一定数值时,目标回波不能在允许的程度内同时到达各阵元,即产生孔径渡越现象<sup>[12-15]</sup>。

因此,宽带 DAR 中基于长时间积累的远程高速微弱目标探测,必须解决以下 3 个问题:(1)脉间积累时 ARU 走动问题;(2)脉内积累时窄带匹配滤波器失配问题;(3)空间积累时孔径渡越问题。

对于第(1)个问题,文献[4-6]给出了基于 Hough 变换(Hough Transform, HT)的检测前跟踪(Track Before Detection, TBD)方法。但是基于 HT 等 TBD 方法对回波信号进行非相参积累,对最低信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR)有一定要求,即存在 SNR 阈值问题,因此对低信噪比微弱目标检测性能有限。文献[7,8]给出了基于 Keystone 变换方法,该方法通过频域插值将目标距离走动与多普勒解耦,实现 ARU 补偿;但是该方法需要对目标的多普勒模糊度进行专门的补偿,同时,复杂的插值运算也带来系统运算量大的问题。近来,文献[9-11]针对 ARU 问题提出了一种新的相参积累方法,即 Radon-Fourier 变换(Radon-Fourier Transform, RFT)。该方法通过参数变换空间中进行联合搜索的方法同时解决 ARU 问题及脉间相位起伏问题,但 RFT 是基于窄带匹配滤波实现提出的,并未考虑宽带时匹配滤波器失配问题。对于第(2)个问题,文献[16]考虑了目标回波时间尺度伸缩问题,给出了一种宽带匹配滤波定义;文献[17]结合宽带匹配滤波定义及 RFT 算法提出了宽带尺度伸缩 RFT(Wideband Scaled RFT, WSRFT),该方法能够同时解决 ARU 问题及匹配滤波器失配问题,但是基于 WSRFT 检测器的最优性并未得到证明。对于第(3)个问题,文献[12-14]给出了一些时域或频域的数字处理方法,但这些方法多限于特定信号调制形式。另外,宽带 DAR 信号处理通常对以上 3 个问题分别进行专门处理,因此信号处理系统复杂。

本文给出了一种宽带时空 RFT(Wideband Time-Space RFT, WTS-RFT)长时间积累方法。该方法通过 3 维参数空间搜索,在不损失检测性能的情况下,同时解决宽带 DAR 中 ARU 问题、匹配滤波器失配问题及孔径渡越问题,进而同时实现时间(快时间、慢时间)、空间(阵元间)的相参积累,显著减小 DAR 信号处理系统复杂度。

本文第 2 节对宽带 DAR 的 3 维回波模型进行了建模,并设计了宽带匹配滤波响应函数;第 3 节

给出了 WTS-RFT 的定义,并详细证明了基于 WTS-RFT 检测器的最优性,针对 WTS-RFT 遍历搜索大运算量问题给出了基于 Chirp-Z 变换(CZT)的快速实现方法,并且对两种方法的运算量进行了分析对比;第 4 节给出了具体的数值实验对本文算法进行了验证;第 5 节是结论。

## 2 宽带 DAR 3 维信号模型及宽带匹配滤波

设数字阵列雷达采用典型均匀线性天线阵列,接收阵元数为  $N$ ,发射波形为

$$s_t(\tau) = A s_w(\tau) \exp(j2\pi f_c \tau) \quad (1)$$

式中  $A$  为信号幅度,  $f_c$  为载频,  $s_w(\tau) \triangleq \text{rect}(\tau/T_p) \cdot p(\tau)$ ,  $p(\tau)$  为调制波形,  $\tau$  为脉内快时间,  $\text{rect}(\cdot)$  为矩形窗函数,  $T_p$  为脉冲宽度。则第  $n$  个阵元接收的第  $m$  个脉冲回波信号为

$$s_{mn}(\tau) = A_0 s_w(\tau - \tau_{mn}) \exp(j2\pi f_c (\tau - \tau_{mn})) \quad (2)$$

式中  $m = 0, 1, \dots, M-1$ ,  $M$  为脉冲个数,  $n = 0, 1, \dots, N-1$ ,  $N$  为阵元个数,  $A_0$  为回波信号幅度,  $\tau_{mn}$  为回波时延,设目标径向速度为  $v_0$ , 瞬时斜距  $r_s = r_{mn} + v_0 \tau$ ,  $r_{mn}$  为发射第  $m$  个脉冲时目标离第  $n$  个接收阵元的斜距,且有<sup>[15]</sup>

$$r_{mn} = r_0 + v_0 m T_r + \sin(\theta_0) n d \quad (3)$$

式中  $r_0$  为起始斜距,  $\theta_0$  为目标方位角,  $d$  为阵元间距,  $T_r$  为脉冲重复间隔,则发射信号  $s_t(\tau)$  到达目标处的时延为  $\tau' = r_s / (c + v_0)$ ,  $c$  为光速,信号由目标处返回雷达所需时间为  $\tau'' = (r_s - \tau' v_0) / c = \tau'$ ,因此

$$\tau_{mn} = \tau' + \tau'' = \frac{2(r_{mn} + v_0 \tau)}{c + v_0} \quad (4)$$

将式(4)代入式(2)得到

$$\begin{aligned} s_{mn}(\tau) &= A_0 s_w \left( \kappa_0 \left( \tau - \frac{2r_{mn}}{c - v_0} \right) \right) \exp(j2\pi f_c \kappa_0 \tau) \\ &\quad \cdot \exp \left( -j4\pi f_c \frac{r_{mn}}{c + v_0} \right) = A_0 s_w \left( \kappa_0 \left( \tau - \frac{2r_{mn}}{c - v_0} \right) \right) \\ &\quad \cdot \exp \left( j2\pi f_c \left( 1 - \frac{2v_0}{c + v_0} \right) \tau \right) \\ &\quad \cdot \exp \left( -j4\pi f_c r_{mn} / (c + v_0) \right) \\ &= A_0 s_w(\kappa_0 (\tau - \xi_{mn})) \exp(j2\pi (f_c + f_{d0}) \tau) \\ &\quad \cdot \exp(-j2\pi f_c \kappa_0 \xi_{mn}) \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $\kappa_0 = \frac{c - v_0}{c + v_0}$  为脉冲尺度伸缩因子,  $\xi_{mn}$  为考虑脉宽尺度伸缩时的回波时延,且

$$\xi_{mn} = \frac{2r_{mn}}{c - v_0} \quad (6)$$

$f_{d0} = -\frac{2v_0 f_c}{c + v_0} = (\kappa_0 - 1) f_c$  为多普勒频移。式(6)中尺

度伸缩因子改变了脉冲宽度，因此乘以  $\sqrt{\kappa_0}$  保证脉冲能量守恒，则式(5)的基带信号为

$$s_{mn}(\tau) = \sqrt{\kappa_0} A_0 s_w(\kappa_0(\tau - \xi_{mn})) \cdot \exp(j2\pi f_{d0}(\tau - \xi_{mn})) \exp(j\phi_{mn}) \quad (7)$$

式中  $\phi_{mn} = -j2\pi f_c \xi_{mn}$ 。

根据匹配滤波理论，匹配滤波器中的系统冲击响应函数应为输入信号“副本”的共轭，因此，根据式(7)，设计宽带匹配滤波器冲击响应函数  $h(\tau, \kappa)$  为

$$h(\tau, \kappa) = \sqrt{\kappa} s_w^*(-\kappa\tau) \exp(j2\pi f_d \tau) \quad (8)$$

式中  $\kappa$  为用于匹配的尺度伸缩因子， $f_d = (\kappa - 1)f_c$ ，则宽带匹配滤波器输出为

$$\begin{aligned} y_{mn}(\tau, \kappa) &= s_{mn}(\tau) \otimes h(\tau, \kappa) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} s_{mn}(\tau') h(\tau - \tau', \kappa) d\tau' \\ &= A_0 \exp\{j2\pi[(\kappa - 1)f_c \tau - \kappa_0 f_c \xi_{mn}]\} \\ &\quad \cdot \chi(\Delta\tau, \kappa) \end{aligned} \quad (9)$$

式中  $\otimes$  为线性卷积运算， $\Delta\tau = \tau - \xi_{mn}$ ，

$$\begin{aligned} \chi(\Delta\tau, \kappa) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\kappa\kappa_0} s_w(\kappa_0 t) s_w^*(\kappa(t - \Delta\tau)) \\ &\quad \cdot \exp(j2\pi(\kappa_0 - \kappa)f_c t) dt \end{aligned} \quad (10)$$

当  $\kappa = \kappa_0$  时， $\chi(\Delta\tau, \kappa_0) = \kappa_0 \int_{-\infty}^{+\infty} s_w(\kappa_0 t) s_w^*(\kappa_0(t - \Delta\tau)) dt$  为自相关函数，因此，基于式(10)的宽带匹配滤波可以解决尺度伸缩带来的失配问题。另外， $|\chi(\Delta\tau, \kappa_0)| \leq \chi(0, \kappa_0)$ ，因此，当  $\Delta\tau = 0$ ，即  $\tau = \xi_{mn}$  时，得到  $y_{mn}(\tau, \kappa)$  的峰值为

$$y_{mn}(\xi_{mn}, \kappa_0) = A_0 \chi(0, \kappa_0) \exp(j\phi_{mn}) \quad (11)$$

由式(11)知，宽带匹配滤波输出峰值在快时间维存在偏移，且偏移量为

$$\Delta\tau_r = \xi_{mn} - \frac{2r_{mn}}{c} = \frac{2r_{mn}v_0}{c(c - v_0)} \quad (12)$$

由此可知，目标脉压峰值沿轨迹平面  $\tau = \xi_{mn}$  分布，且脉压输出中相位沿脉冲维慢时间  $m$  和阵元  $n$  起伏。对于第  $m_1$  和  $m_2$  ( $0 \leq m_1, m_2 < M$ ) 个脉冲，第  $n_1$  和  $n_2$  ( $0 \leq n_1, n_2 < N$ ) 个阵元的回波时延差为

$$|\xi_{m_1 n_1} - \xi_{m_2 n_2}| = 2 \frac{v_0 |m_1 - m_2| T_r + \sin(\theta_0) |n_1 - n_2| d}{c - v_0} \quad (13)$$

当  $n_1 = n_2$  且  $|\xi_{m_1 n_1} - \xi_{m_2 n_1}| > \rho_r/2$  时，产生跨距离单元走动(ARU)现象，其中  $\rho_r = 1/B$  为快时间分辨率， $B$  为系统带宽；当  $m_1 = m_2$  且  $|\xi_{m_1 n_1} - \xi_{m_1 n_2}| > \rho_r/2$  时，产生孔径渡越现象。因此，宽带数字阵列雷达中 ARU 和孔径渡越现象使不同阵元接收的不同脉冲无法沿同一距离单元进行相参积累。

### 3 宽带时空 Radon-Fourier 变换

#### 3.1 宽带时空 Radon-Fourier 变换的定义

针对式(9)中宽带匹配滤波器运动参数估计、式(13)中 ARU 及孔径渡越问题，下面给出宽带时空 Radon-Fourier 变换方法，其定义如下：

设复函数  $f(\tau, m, n, \kappa) = f_{mn}(\tau, \kappa) \in \mathbf{C}$ ，且  $m - n$  维空间中任意一个平面的参数化方程为  $\tau_{mn} = \psi_1(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) + \psi_2(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)m + \psi_3(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)n$ ，其中  $\psi_1(\cdot)$ 、 $\psi_2(\cdot)$  和  $\psi_3(\cdot)$  分别为平面系数函数， $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \in \Omega$  为确定平面系数函数值的参数， $\Omega$  为给定参数空间，则宽带时空 Radon-Fourier 变换 (Wideband Space Time-RFT, WST-RFT) 的定义为

$$G(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f_{mn}(\kappa\tau, \kappa) \exp(j2\pi\epsilon\kappa\tau) \quad (14)$$

式中  $\epsilon$  为  $f_{mn}(\tau, \kappa)$  确定的一个常数， $\kappa$  为尺度伸缩系数。

设参数空间中参数  $\alpha_1 = r$ ， $\alpha_2 = v$ ， $\alpha_3 = \theta$ ，令  $\epsilon = f_c$ ， $\kappa = \frac{c - v}{c + v}$ ， $f_{mn}(\kappa\tau, \kappa) = y_{mn}(\kappa(c + v)\tilde{\xi}_{mn} / (c - v), \kappa) = y_{mn}(\tilde{\xi}_{mn}, \kappa)$ ，式中  $\tilde{\xi}_{mn} = 2\tilde{r}_{mn} / (c - v)$ ， $\tilde{r}_{mn} = r + vmT_r + \sin(\theta)nd$ ，将式(9)代入式(14)得

$$G(r, v, \theta) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} y_{mn}(\tilde{\xi}_{mn}, \kappa) \exp(j2\pi f_c \tilde{\xi}_{mn}) \quad (15)$$

式(14)中，参数空间参数不仅可以采用具有清晰物理含义的  $(r, v, \theta)$ ，而且还可以用其他参数，例如，文献[9]中的 RFT 给出了  $(r, v)$  在极坐标中极距和极角  $(\rho_T, \theta_T)$  的等效参数，无论参数如何选择，形式式(14)的处理过程本文统称为 WST-RFT。若令式(14)中信号尺度伸缩因子  $\kappa = 1$ ，即忽略了回波信号中尺度伸缩影响，则式(15)中  $y_{mn}(\tilde{\xi}_{mn}, \kappa) = y_{mn}(\tilde{\xi}_{mn})$  变为窄带匹配滤波输出，本文称之为窄带时空-RFT (NST-RFT)。

由式(15)知，在参数空间中目标位置  $(r_0, v_0, \theta_0)$  处可得到 WST-RFT 峰值输出为

$$G(r_0, v_0, \theta_0) = A_0 MN \chi(0, \kappa_0) \quad (16)$$

由式(16)知，WST-RFT 能够实现脉冲-阵元维的理想相参积累，同时根据参数空间位置获得目标的运动参数，从而解决了第2节中的3个问题。为了进一步说明基于 WST-RFT 的目标检测器的最优性，下面依据信号检测理论进行详细证明。

#### 3.2 基于 WST-RFT 检测器的最优性

设目标回波  $\varphi$  为解调后的初始相位，DAR 系统能够保持积累时间内各个脉冲的相对相位关系，但解调后的绝对相位通常是未知的，通常假设  $\varphi$  在

$[0, 2\pi)$  间均匀分布<sup>[3]</sup>。从而, 式(7)中回波基带信号变为

$$s_{mn}(\tau, \varphi) = A_0 s_w(\tau - \tau_{mn}) \exp(-j2\pi f_c \tau_{mn}) \exp(j\varphi) \quad (17)$$

对快时间  $\tau$  采样, 即  $\tau = lT_s$ ,  $l = 0, 1, \dots, L-1$ ,  $L$  为采样点数,  $T_s$  为快时间采样间隔, 记  $s_{mnl}(\varphi) = s_{mn}(lT_s, \varphi)$ 。

设背景噪声  $w_{mnl}$  为独立同分布高斯白噪声, 即  $w_{mnl} \sim N(0, \sigma^2)$ ,  $\sigma^2$  为噪声功率, 则式(17)中目标检测问题可视为二值判决问题, 即

$$\left. \begin{aligned} x_{mnl} &= w_{mnl}, & H_0 \\ x_{mnl} &= s_{mnl}(\varphi) + w_{mnl}, & H_1 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中  $x_{mnl}$  为第  $m$  个阵元接收的第  $n$  个脉冲第  $l$  个快时间采样值,  $H_1$  和  $H_0$  分别表示有无目标假设, 则样本向量  $\mathbf{X} = [x_{111}, x_{112}, \dots, x_{MNL}]$  在  $H_0$  假设下的概率密度函数为

$$p(\mathbf{X}; H_0) = \frac{1}{\pi^{MNL} \sigma^{2MNL}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} x_{mnl} x_{mnl}^*\right) \quad (19)$$

$H_1$  假设下  $\mathbf{X}$  的条件概率密度函数为

$$p(\mathbf{X} | \varphi; H_1) = \frac{1}{\pi^{MNL} \sigma^{2MNL}} \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} (x_{mnl} - s_{mnl}(0)) \cdot \exp(j\varphi) (x_{mnl} - s_{mnl}(0) \exp(j\varphi))^*\right) \quad (20)$$

从而  $\mathbf{X}$  的概率密度函数为

$$p(\mathbf{X}; H_1) = \int_0^{2\pi} p(\mathbf{X} | \varphi; H_1) p_1(\varphi) d\varphi \quad (21)$$

式中  $p_1(\varphi)$  为回波随机相位  $\varphi$  的概率密度函数。因此, 似然比检测(LRT)<sup>[3]</sup>可写为

$$\begin{aligned} L(\mathbf{X}) &= \frac{p(\mathbf{X}; H_1)}{p(\mathbf{X}; H_0)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{p(\mathbf{X} | \varphi; H_1)}{p(\mathbf{X}; H_0)} d\varphi \\ &= \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} |A_1 s_{mnl}(0)|^2\right) \\ &\quad \cdot \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{2A_1}{\sigma^2} \operatorname{Re}\left[\exp(-j\varphi) \cdot \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} x_{mnl} s_{mnl}^*(0)\right]\right) d\varphi \\ &= \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} |A_1 s_{mnl}(0)|^2\right) \\ &\quad \cdot I_0\left(\frac{2A_1}{\sigma^2} \left|\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} x_{mnl} s_{mnl}^*(0)\right|\right) \underset{H_1}{\overset{H_0}{>}} \gamma \quad (22) \end{aligned}$$

式中  $\gamma$  为似然比门限,  $\operatorname{Re}(\cdot)$  为取实部,  $I_0(\cdot)$  为第 1 类零阶修正 Bessel 函数<sup>[3]</sup>。由于  $I_0(\cdot)$  为递增函数, 且式(21)中指数项为常量, 因此, LRT 检测器可简化为

$$T_{\text{LRT}}(r_0, v_0, \theta_0) = \left| \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} x_{mnl} h_{\text{LRT}}^{(mnl)}(r_0, v_0, \theta_0) \right| \underset{H_1}{\overset{H_0}{>}} \gamma_{\text{LRT}} \quad (23)$$

LRT 检测器系数  $h_{\text{LRT}}^{(mnl)}$  为参数  $(r_0, v_0, \theta_0)$  对应回波信号  $s_{mnl}(0)$  的共轭值, 即

$$\begin{aligned} h_{\text{LRT}}^{(mnl)}(r_0, v_0, \theta_0) &= A_0 s_w^*(\kappa_0(lT_s - \xi_{mn})) \exp(-j2\pi f_{d0}(lT_s - \xi_{mn})) \\ &\quad \cdot \exp(-j\phi_{mn}) \end{aligned} \quad (24)$$

将式(24)写为更一般的形式, 即

$$\begin{aligned} h_{\text{LRT}}^{(mnl)}(r, v, \theta) &= s_w^*(\kappa(lT_s - \tilde{\xi}_{mn})) \exp(-j2\pi f_d(lT_s - \tilde{\xi}_{mn})) \\ &\quad \cdot \exp(j2\pi f_c \tilde{\xi}_{mn}) \end{aligned} \quad (25)$$

另外, 对于输入信号  $x_{mnl}$ , 式(15)中宽带匹配滤波器输出为

$$y_{mn}(\tilde{\xi}_{mn}, \kappa) = \sum_{l=0}^{L-1} x_{mnl} h(\tilde{\xi}_{mn} - lT_s, \kappa) \quad (26)$$

因此, 基于 WST-RFT 的检测器可写为

$$\begin{aligned} T_{\text{WST-RFT}}(r, v, \theta) &= |G(r, v, \theta)| \\ &= \left| \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} x_{mnl} h_{\text{WST-RFT}}^{(mnl)} \right| \end{aligned} \quad (27)$$

式中 WST-RFT 检测器系数为

$$h_{\text{WST-RFT}}^{(mnl)} = A_0 h(\tilde{\xi}_{mn} - lT_s, \kappa) \exp(j2\pi f_c \tilde{\xi}_{mn}) \quad (28)$$

将式(8)代入式(28), 并与式(25)比较知

$$h_{\text{WST-RFT}}^{(mnl)} = h_{\text{LRT}}^{(mnl)}(r, v, \theta) \quad (29)$$

因此, WST-RFT 检测器与 LRT 检测器输出相等, 即

$$T_{\text{WST-RFT}}(r, v, \theta) = T_{\text{LRT}}(r, v, \theta) \quad (30)$$

从而, 式(30)证明了基于 WST-RFT 方法的积累检测器与 LRT 积累检测器在初相未知条件下对高斯白噪声背景中的径向匀速目标检测性能是等价的。同时, 基于上述模型, LRT 积累检测器又是 Neyman-Pearson 准则下最优的<sup>[3]</sup>, 因此, 基于 WST-RFT 方法的积累检测器的最优性得到了证明。

### 3.3 基于 CZT 的 WST-RFT 快速实现方法

式(15)中, WST-RFT 需要在 3 维参数空间进行遍历搜索, 且需要较特殊的寻址方式完成, 同时, 为了减小取整操作带来的影响, 通常需要采用高采样率或进行插值运算, 因此运算复杂度较高。下面

针对 WST-RFT 算法运算量大的问题给出了一种基于 CZT 的快速实现方法。

首先确定参数空间。令参数空间参数为  $(r, v', \mu)$ ，其中， $r = r_c + n_r \Delta_r$ ， $r_c$  为距离搜索范围中心， $\Delta_r = T_s c / 2$  为距离采样间隔， $n_r \in [-(N_r - 1) / 2, (N_r - 1) / 2]$ ， $N_r$  为搜索空间中距离单元个数； $v'$  为等效速度参数，且

$$v' = \frac{cv}{c-v} = v'_c + n_{v'} \Delta_{v'} \quad (31)$$

式中  $v'_c$  为等效速度搜索范围中心， $\Delta_{v'}$  为等效速度搜索间隔，可根据速度分辨率设定，即  $\Delta_{v'} = \lambda / (2MT_r c)$ ， $n_{v'} \in [-(N_{v'} - 1) / 2, (N_{v'} - 1) / 2]$ ， $N_{v'}$  为等效速度个数； $\mu = \sin(\theta) = n_\mu \Delta_\mu$ ， $\Delta_\mu$  为搜索间隔，可根据波束最小 3 dB 宽度决定<sup>[15]</sup>，即  $\Delta_\mu = \sin(\Delta\theta_{3\text{dB}}) \approx \sin\left(\frac{0.88\lambda}{Nd}\right)$ ， $n_\mu \in [-(N_\mu - 1) / 2, (N_\mu - 1) / 2]$

$$\begin{aligned} G(n_r, n_{v'}, n_\mu) &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} F_i^{-1} \left( F_l(y_{mn}(lT_s - \Delta\tau, \kappa)) \right) \exp(j2\pi f_c \tilde{\xi}_{mn}) \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} F_i^{-1} \left( X_{mnl} H(\hat{l}, \kappa) \exp(j2\pi f_l \Delta\tau) \right) \exp(j2\pi f_c \tilde{\xi}_{mn}) \\ &= F_i^{-1} \left( \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} X_{mnl} H(\hat{l}, \kappa) \exp(j2\pi f_l \Delta\tau) \exp(j4\pi f_c (v'_c + n_{v'} \Delta_{v'}) m T_r / c) \right. \\ &\quad \left. \cdot \exp(j4\pi f_c (\Delta_r n_r + \Delta_\mu n_\mu nd)(c + v_c + \Delta_{v'} n_{v'}) / c^2) \right) \\ &= \exp(j4\pi f_c \Delta_r n_r (c + v_c + \Delta_{v'} n_{v'}) / c^2) \cdot F_i^{-1} \left( \exp(j4\pi f_l (\Delta_r n_r) (v_c + \Delta_{v'} n_{v'}) / c^2) H(\hat{l}, \kappa) \right. \\ &\quad \left. \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} X_{mnl} \exp(j4\pi (f_c + f_l) v'_c m T_r / c) \right. \\ &\quad \left. \cdot \exp(j4\pi (f_c + f_l) n_{v'} \Delta_{v'} m T_r / c) \exp(j4\pi (f_c + f_l) \Delta_\mu n_\mu nd (c + v_c + \Delta_{v'} n_{v'}) / c^2) \right) \end{aligned} \quad (33)$$

式中  $F_i^{-1}(\cdot)$  为沿  $\hat{l}$  向进行 IFFT。令  $X'_{mnl} = X_{mnl} D$ ， $D_m = \exp(j4\pi (f_c + f_l) v'_c m T_r / c)$ ， $C_\mu = \exp(j4\pi (f_c + f_l) (c + v_c + \Delta_{v'} n_{v'}) \Delta_\mu d / c^2)$ ， $A_1 = \exp(j4\pi f_c \Delta_r n_r (c + v_c + \Delta_{v'} n_{v'}) / c^2)$ ， $C_v = \exp(j4\pi (f_c + f_l) \Delta_{v'} T_r / c)$ ， $E = \exp(j4\pi f_l \Delta_r n_r (v_c + \Delta_{v'} n_{v'}) / c^2)$ ，则式(33)变为

$$\begin{aligned} G(n_r, n_{v'}, n_\mu) &= A_1 F_i^{-1} \left( E \cdot H(\hat{l}, \kappa) \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} X'_{mnl} C_v^{mn_{v'}} C_\mu^{n_\mu n} \right) \\ &= A_1 F_i^{-1} \left( E \cdot C_v^{\frac{n_{v'}^2}{2}} C_\mu^{\frac{n_\mu^2}{2}} H(\hat{l}, \kappa) \right. \\ &\quad \left. \cdot \sum_{n=0}^N \left( C_\mu^{-\frac{1}{2}(n-n_\mu)^2} C_\mu^{\frac{1}{2}n^2} \sum_{m=0}^{M-1} C_v^{-\frac{1}{2}(m-n_{v'})^2} X'_{mnl} C_v^{\frac{1}{2}m^2} \right) \right) \\ &= A_1 F_i^{-1} \left( \beta \cdot \left( C_\mu^{-\frac{1}{2}n^2} \otimes \left( C_\mu^{\frac{1}{2}n^2} \cdot \left( C_v^{-\frac{1}{2}m^2} \otimes \left( X'_{mnl} C_v^{\frac{1}{2}m^2} \right) \right) \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (34)$$

/2]，考虑到可接受最大波束宽度等因素，通常  $\theta \in [-\pi/3, \pi/3]$ ，因此可设定  $N_\mu = \lceil \sqrt{3}/\Delta_\mu \rceil$ ， $\lceil \cdot \rceil$  为上取整操作。

WST-RFT 通过在宽带匹配滤波输出结果中沿目标轨迹平面积累来补偿 ARU 问题，这本质上等价于将匹配滤波通过快时间域延时  $\Delta\tau = \frac{2(vmT_r + \mu nd)}{c-v}$  进行目标轨迹对齐后沿同一距离单元积累。因此，宽带匹配滤波器频域输出为

$$\begin{aligned} Y_{mn}(\hat{l}, \kappa) &= F_l(y_{mn}(lT_s - \Delta\tau, \kappa)) \\ &= X_{mnl} H(\hat{l}, \kappa) \exp(j2\pi f_l \Delta\tau) \end{aligned} \quad (32)$$

式中  $X_{mnl} = F_l(x_{mnl})$ ， $H(\hat{l}, \kappa) = F_l(h(lT_s, \kappa))$ ， $F_l(\cdot)$  为沿  $l$  向进行 FFT， $f_l$  为第  $\hat{l}$  个快时间频率单元对应的频率，由采样频率  $f_s = 1/T_s$  和距离搜索个数  $N_r$  确定。由式(27)及式(32)得

式(34)中  $\beta = E \cdot C_v^{n_{v'}^2/2} C_\mu^{n_\mu^2/2} H(\hat{l}, \kappa)$ ，利用卷积与 FFT 的关系，式(34)可写为

$$\begin{aligned} G(n_r, n_{v'}, n_\mu) &= A_1 F_i^{-1} \left( \beta F_n^{-1} \left( F_n \left( C_\mu^{-\frac{1}{2}n^2} \right) F_n \left( C_\mu^{\frac{1}{2}n^2} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot F_m^{-1} \left( F_m \left( C_v^{-\frac{1}{2}m^2} \right) F_m \left( D_m F_l(x_{mnl}) C_v^{\frac{1}{2}m^2} \right) \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (35)$$

式中  $\hat{n}$  和  $\hat{m}$  分别为阵元频率单元及慢时间频率单元，系数  $\beta$ 、 $C_\mu$ 、 $C_v$  及  $D_m$  均可离线计算，由式(35)知，WST-RFT 可通过 5 次 FFT 和 3 次 IFFT 快速实现。最后，通过

$$\left| G(n_r, n_{v'}, n_\mu) \right| \underset{H_1}{\overset{H_0}{>}} \gamma_{\text{LRT}} \quad (36)$$

即可实现 DAR 高斯白噪声背景中的径向匀速目标的最优检测。

### 3.4 运算量分析

下面进一步比较式(15)中3维遍历搜索法及式(35)中基于CZT法的运算量。

首先讨论式(35)中基于CZT快速算法的运算量:

一组 $L_F$ 点FFT或IFFT的运算量为<sup>[18]</sup>  $C_F(L_F) = I_m \cdot (L_F/2) \log_2 L_F + I_a \cdot L_F \log_2 L_F$ , 其中 $I_m$ 为复乘次数,  $I_a$ 为复加次数。式(35)中, 为了保证FFT与卷积结果相同, FFT长度必须大于相应的卷积结果长度。 $x_{mnl}$ 的数据大小为 $M \times N \times L$ , 令 $F_l$ 的FFT点数 $L_l = L + N_h - 1$ ,  $N_h$ 为匹配滤波参考函数 $h(\tau, \kappa)$ 长度,  $F_m$ 的FFT点数 $L_m = N_{v'} + M - 1$ ,  $F_n$ 的FFT点数 $L_n = N_\mu + N - 1$ 。注意, 式(35)中 $F_m^{-1}$ ,  $F_n^{-1}$ 和 $F_l^{-1}$ 结果长度分别为 $L_m$ ,  $L_n$ 和 $L_l$ , 但分别只取其中间 $N_{v'}$ ,  $N_\mu$ ,  $N_r$ 个值, 对应于 $n_{v'} = [-(N_{v'} - 1)/2, \dots, (N_{v'} - 1)/2]$ ,  $n_\mu = [-(N_\mu - 1)/2, \dots, (N_\mu - 1)/2]$ 及 $n_r = [-(N_r - 1)/2, \dots, (N_r - 1)/2]$ 。因此, 式(35)的运算量(不考虑离线存储系数的运算量)为

$$\begin{aligned} C_G &= MN \cdot C_F(L_l) + 3NL_l \cdot C_F(L_m) + 3N_{v'}L_l \\ &\quad \cdot C_F(L_n) + N_{v'}N_\mu \cdot C_F(L_l) + I_m L_c \\ &= I_m \cdot \left[ (L_l MN + N_{v'}N_\mu L_l) \left( 1 + \frac{1}{2} \log_2 L_l \right) \right. \\ &\quad \left. + L_l MN + L_l L_m N \left( 1 + \frac{3}{2} \log_2 L_l \right) \right. \\ &\quad \left. + N_{v'}L_l L_n \left( 1 + \frac{3}{2} \log_2 L_n \right) + L_l N_{v'}N + N_{v'}N_\mu N_r \right] \\ &\quad + I_a \cdot (MNL_l \log_2 L_l + 3NL_l L_m \log_2 L_m \\ &\quad + 3N_{v'}L_l L_n \log_2 L_n + N_{v'}N_\mu L_l \log_2 L_l) \end{aligned} \quad (37)$$

式(37)中,  $L_c = 2L_l MN + L_l L_m N + L_l N_{v'}N + L_l N_{v'}L_n + L_l N_{v'}N_\mu + N_{v'}N_\mu N_r$ 为式(35)中系数相乘及FFT或IFFT结果相乘所用的复乘次数。

在实际系统中, 通常以浮点运算次数来评估算法复杂度, 一次实数乘法和一次实数加法的时间开销认为相同, 均为一个指令周期, 1次复数相加等效为2次实数运算, 1次复数相乘等效为6次实数运算。因此, 式(37)的浮点运算次数为

$$\begin{aligned} F_G &= L_l MN (12 + 5 \log_2 L_l) + N_{v'}N_\mu L_l (6 + 5 \log_2 L_l) \\ &\quad + L_l L_m N (6 + 9 \log_2 L_l + 6 \log_2 L_m) \\ &\quad + N_{v'}L_l L_n (6 + 15 \log_2 L_n) \\ &\quad + 6L_l N_{v'}N + 6N_{v'}N_\mu N_r \end{aligned} \quad (38)$$

其次, 讨论式(15)中遍历搜索法的运算量:

设式(15)中匹配滤波通过频域实现, 则仅有参考函数 $H(\hat{l}, \kappa) = F_l(h(lT_s, \kappa))$ 可离线运算并作为系数

存储。对于单个点 $(r, v, \theta)$ 的WST-RFT运算量为 $C_{\text{single}} = C_{\text{MF}} + MN \cdot I_m + MN \cdot I_a$ ,  $C_{\text{MF}} = 2MN \cdot C_F(L_l) + MNL_l \cdot I_m$ 为基于FFT实现匹配滤波的运算量。对于 $N_r \times N_{v'} \times N_\mu$ 的参数空间, 遍历搜索法的运算量为

$$\begin{aligned} C_{\text{Ergodic}} &= N_{v'}N_rN_\mu C_{\text{single}} \\ &= I_m \cdot N_{v'}N_rN_\mu MN (1 + L_l + L_l \log_2 L_l) \\ &\quad + I_a \cdot N_{v'}N_rN_\mu MN (1 + 2L_l \log_2 L_l) \end{aligned} \quad (39)$$

浮点运算次数为

$$F_{\text{Ergodic}} = N_{v'}N_rN_\mu MN (8 + 6L_l + 10L_l \log_2 L_l) \quad (40)$$

将式(38)及式(40)中的变量统一用 $n$ 表示, 可得到基于CZT快速算法时间复杂度<sup>[19]</sup>为 $O(n^3 \log_2 n)$ 远小于遍历搜索法的 $O(n^6 \log_2 n)$ 。

本质上, 基于式(38)的WST-RFT快速算法是通过增加存储量来减少其实时运算量, 而实际系统中, 硬件存储容量一般可以满足需求, 因此该快速算法易于工程实现。

## 4 实验结果及分析

下面通过具体的数值实验证明本文方法有效性。

设发射波形为线性调频(LFM)波形, 雷达参数设置如下: 载频 $f_c = 1.5$  GHz, 时宽 $T_p = 150$   $\mu$ s, 带宽 $B = 250$  MHz, 脉冲重复频率 $f_r = 1$  kHz, 天线阵元间隔 $d = \lambda/2 = 0.1$  m。设高斯白噪声背景, 虚警概率 $P_f = 10^{-6}$ 。因此, 宽带匹配滤波输出距离分辨率 $\rho_r = 0.6$  m。设场景距离门中心 $R = 100$  km,  $\theta = 45^\circ$ , 发生孔径渡越现象的阵元数为 $N_e = \left\lfloor \frac{\rho_r}{2d \sin(\theta)} \right\rfloor + 1 = 6$ 。

### 4.1 检测性能对比

下面通过数值实验比较4种检测器检测性能, 即窄带匹配滤波(NMF)+DBF+RFT, 宽带匹配滤波(WMF)+DBF+RFT, NST-RFT以及WST-RFT。

图1(a)和图1(b)分别为归一化窄带和宽带匹配滤波器输出结果。图1中, 目标在快时间维的位置存在偏移, 偏移量为式(12)中的 $\Delta\tau_r$ 。图1(a)中, 受尺度伸缩因子 $\kappa$ 影响, 匹配滤波器失配, 且 $\kappa$ 值偏离1越远, 滤波器失配程度越高, 输出幅度越小, 且波瓣越宽。图1(b)中宽带匹配滤波输出幅度不受尺度因子影响, 从而验证了式(9)中宽带匹配滤波器的有效性。

图2~图4分别给出了阵元数、脉冲数及尺度伸缩因子对4种检测器性能的影响结果。从图中可以

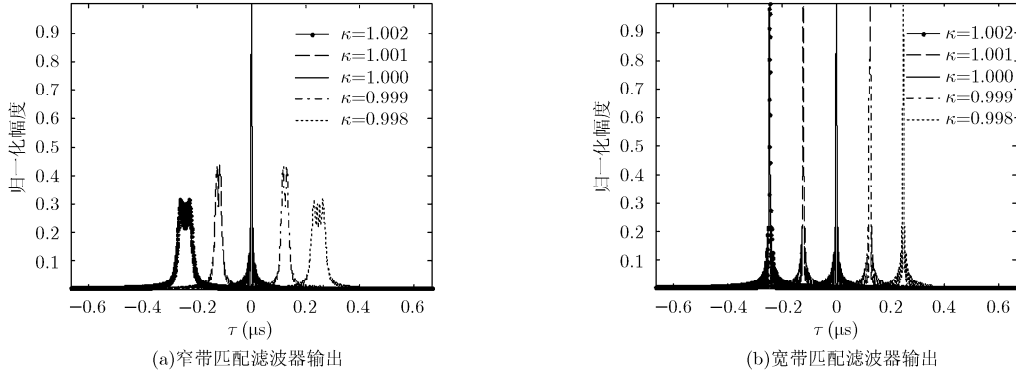


图1 窄带宽带匹配滤波器输出

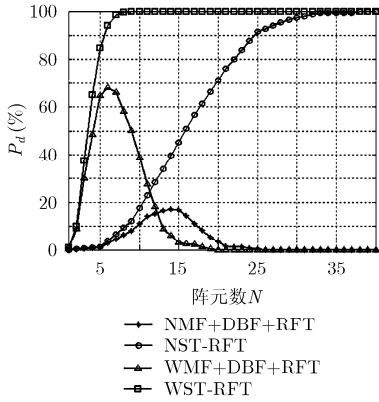


图2 阵元数对检测性能的影响  
( $M=100, v_0=10$  Mach,  $SNR=-14$  dB)

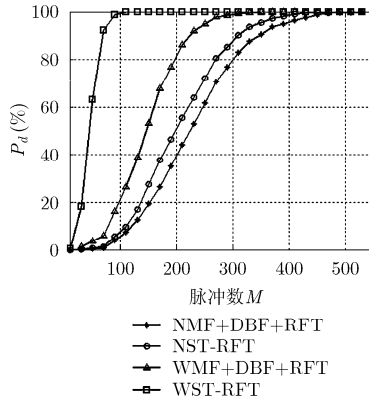


图3 脉冲数对检测性能的影响  
( $N=10, v_0=10$  Mach,  $SNR=-15$  dB)

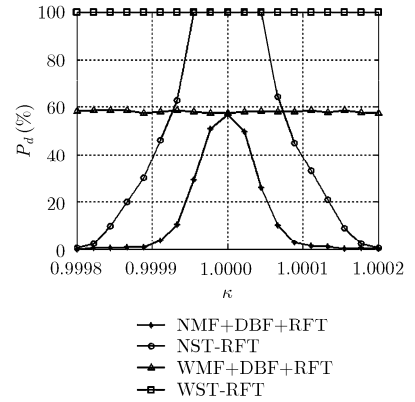


图4 尺度伸缩因子对检测性能的影响  
( $N=12, M=100, SNR=-12.5$  dB)

得出以下结论：(1)由于同时解决了阵元间孔径渡越问题和窄带匹配滤波器失配问题，WST-RFT 检测性能最优。(2)由于 ST-RFT 解决了阵元间孔径渡越问题，因此，ST-RFT 检测器检测性能随着阵元数增加而增加，但窄带匹配滤波的失配导致 NST-RFT 检测性能比 WST-RFT 差。(3)对于 DBF+RFT 检测器，其检测性能随着阵元数增加先增后减，且检测性能开始减少时刻为发生孔径渡越时刻，即在这种情况下，若发生孔径渡越现象，继续增加阵元个数不但不能增加检测性能，反而会使其降低。(4)图2 中当  $N > 12$  时，基于窄带处理的检测性能比基于宽带处理的检测性能强，其原因是，如图 1(a)所示，窄带匹配滤波输出波瓣宽度比宽带匹配滤波器宽，可认为窄带滤波器输出的目标主瓣分辨率大，因此发生孔径渡越现象所需的阵元数更多，即宽带处理更容易产生孔径渡越现象。(5)4 种检测器的检测性能均随积累脉冲的增加而增加。(6)宽带检测器性能不随  $\kappa$  值(或目标速度)变化而变化，而窄带检测器性能随滤波器失配程度增加而增加，即窄带检测器性能依赖于目标的速度。

因此，文中给出的 WST-RFT 的有效性得到了证明。

### 4.2 运算量比较

为了比较式(36)中快速算法和式(38)中遍历搜索法的浮点运算次数，定义变量  $F_{E/G} = \ln(F_{Ergodic}/F_G)$ ，图 5 给出了不同变量对应的  $F_{E/G}$  结果。显然，随着任意一个变量的增加， $F_{E/G}$  值将显著增加，即随着阵元数、脉冲数和目标参数搜索空间的增加，本文快速算法的优势将更加明显。

### 5 结束语

本文给出了一种基于宽带数字阵列雷达的长时间相参积累方法，即宽带时空 Radon Fourier Transform(WST-RFT)。该方法能够在不降低积累性能的情况下，同时解决宽带数字阵列雷达中目标跨距离单元走动、匹配滤波器失配及孔径渡越问题。证明了基于 WST-RFT 的检测器在 Neyman-Pearson 准则下的最优性，并且针对 WST-RFT 遍历搜索参数空间导致的大运算量问题，给出了基于 CZT 的快速实现方法。数值实验验证了 WST-RFT 及其快速算法的有效性。

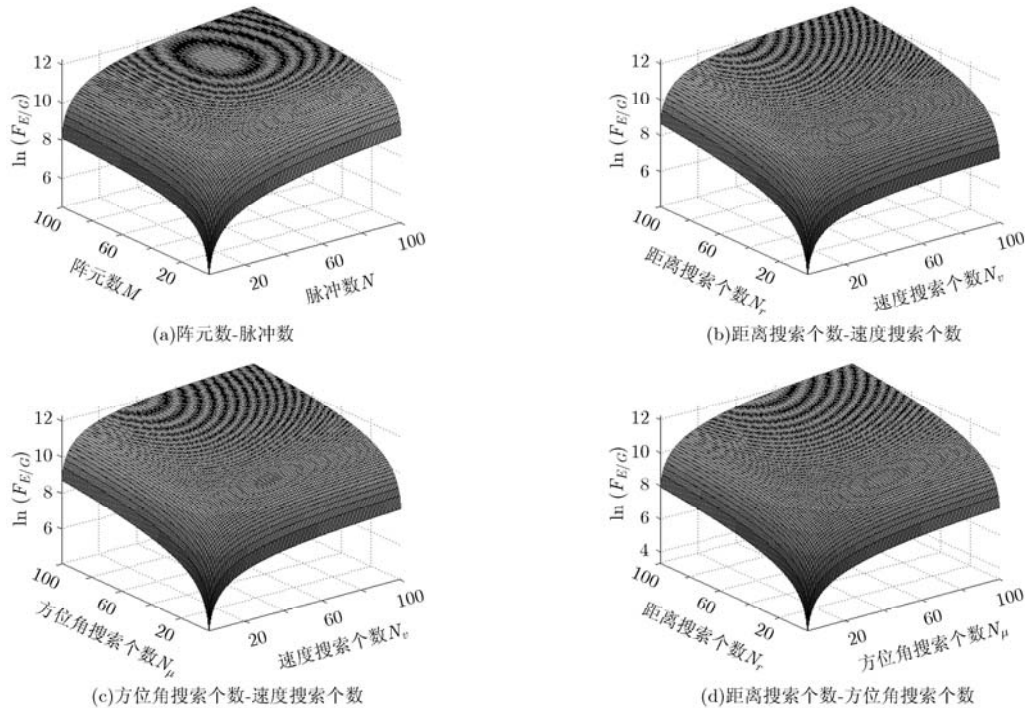


图5 运算量比较结果

### 参考文献

- [1] 张明友. 数字阵列雷达和软件化雷达[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005: 38-189.  
Zhang M Y. Digital Array Radar and Software Defined Radar[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005: 38-189.
- [2] 陈曾平, 张月, 鲍庆龙. 数字阵列雷达及其关键技术进展[J]. 国防科技大学学报, 2010, 32(6): 1-7.  
Chen Z P, Zhang Y, and Bao Q L. Advance in digital array radar and its key technologies[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2010, 32(6): 1-7.
- [3] Richards M A 著. 邢孟道, 王彤, 李真芳, 译. 雷达信号处理基础[M]. 北京: 电子工业出版社, 2010: 62-200.
- [4] Carlson B D, Evans E D, and Wilson S L. Searching radar detection and track with the Hough transform: I. system concept[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1994, 30(1): 102-108.
- [5] Carlson B D, Evans E D, and Wilson S L. Searching radar detection and track with the Hough transform: II. detection statistics[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1994, 30(1): 109-115.
- [6] Carlson B D, Evans E D, and Wilson S L. Search radar detection and track with the Hough transform: III. detection performance with binary integration[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1994, 30(1): 116-125.
- [7] Zhang S S, Zeng T, Long T, et al. Dim target detection based on Keystone transformation[C]. IEEE International Radar Conference, Shanghai, China, 2005: 889-894.
- [8] Perry R P, DiPietro R C, and Fante R L. Coherent integration with range migration using Keystone formatting[C]. IEEE Radar Conference, Boston, USA, 2007: 863-868.
- [9] Xu J, Yu J, Peng Y N, et al. Radon-Fourier transform for radar target detection (I): generalized doppler filter bank[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(2): 1186-1202.
- [10] Xu J, Yu J, Peng Y N, et al. Radon-Fourier transform (RFT) for radar target detection (II): performance analysis and sidelobe suppression[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(4): 2473-2489.
- [11] Yu J, Xu J, Peng Y N, et al. Radon-Fourier transform (RFT) for radar target detection (III): optimality and fast implementations[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(2): 991-1004.
- [12] 周伟光, 王建明, 谢纪岭, 等. 一种孔径渡越时间补偿方法研究[J]. 现代雷达, 2011, 23(1): 41-47.  
Zhou W G, Wang J M, Xie J L, et al. A study on compensation method of the aperture fill time[J]. *Modern Radar*, 2011, 23(1): 41-47.
- [13] 仇光锋, 朱力. 宽带相控阵雷达孔径渡越现象研究[J]. 中国电子科学研究院学报, 2010, 5(4): 354-359.  
Qiu G F and Zhu L. Research on aperture fill phenomena of wideband phased array radar[J]. *Journal of China Academy of Electronics and Information Technology*, 2010, 5(4):



- 354-359.
- [14] 丁孝永, 黄培康, 冯克明. 相控阵雷达宽带宽扫描角数字化解决方案[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(8): 1608-1612.  
Ding X Y, Huang P K, and Feng K M. Project on wideband and wide scanning angle of digital phased-array radar[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(8): 1680-1612.
- [15] 张光义, 赵玉洁. 相控阵雷达技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006: 120-233.  
Zhang G Y and Zhao Y J. Technology of Phased Array Radar[M]. Beijing: Electronic Industry Publishing, 2006: 120-233.
- [16] Weiss L G. Wavelets and wideband correlation processing[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1994, 11(1): 13-32.
- [17] Qian L C, Xu J, Sun W F, *et al.* Wideband scaled Radon-Fourier transform[C]. IEEE International Radar Conference, Chengdu, China, 2011: 1859-1863.
- [18] 王世一. 数字信号处理[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2011: 113-215.  
Wang S Y. Digital Signal Processing[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2011: 113-215.
- [19] 程杰. 大话数据结构[M]. 北京: 清华大学出版社, 2011: 20-55.  
Cheng J. Play With Data Structure[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2011: 20-55.
- 钱李昌: 男, 1985年生, 博士生, 研究方向为雷达微弱目标检测.  
许 稼: 男, 1974年生, 副教授, 博士生导师, 研究方向为雷达成像、微弱目标检测及多源信息融合.  
孙文峰: 男, 1970年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达成像与目标识别.  
彭应宁: 男, 1939年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、自适应阵列信号处理、空间谱估计等.