基于交织的零相关区序列偶集构造方法研究

李明阳*①　柏　鹏①　彭卫东①　王徐华①　王　峰②
①(空军工程大学综合电子信息系统与电子对抗技术研究中心　西安　710051)
②(陆军航空兵学院第二飞行训练团装备处　侯马　043013)

摘　要： 移位序列的设计是交织法构造零相关区序列集的核心问题。该文根据相关函数分析了移位序列的约束条件，并据此条件提出一种基于交织构造零相关区序列集的方法。文中通过选择不同基序列和满足约束条件的移位序列，能够得到具有灵活零相关区长度的序列偶。该文将此序列偶和正交矩阵相结合，构造出具有一定序列长度和数目的零相关区序列偶集。该方法扩展了交织法的应用，可以构造具有一定容量和灵活零相关区的序列集。

关键词： 零相关区；交织法；移位序列；正交矩阵
中图分类号： TN911.2　　**文献标识码：** A　　**文章编号：** 1009-5896(2013)05-1049-06
DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.01080

Research of Zero Correlation Zone Sequence Pairs Set Construction Method Based on Interleaving Technique

Li Ming-yang①　Bai Peng①　Peng Wei-dong①　Wang Xu-hua①　Wang Feng②
①(*Comprehensive Electronic-Information System and Electronic Countermeasure Technology Research Center, Air Force Engineering University, Xi'an* 710051, *China*)
②(*No.2 Flight Training Corps, College of the Army Air Corps, Houma* 043013, *China*)

Abstract: The design of shift sequences is the key issue of the Zero Correlation Zone (ZCZ) construction based on interleaving technique. The restriction condition is analyzed according to the correlation function and accordingly a method of ZCZ sequence set construction based on interleaving is derived. Sequence pairs with flexible ZCZ are brought out by using diverse base sequence and shift sequences which satisfy the restrict condition. ZCZ sequence pairs set with certain length and volume is constructed by uniting the new ZCZ sequence pair and orthogonal matrix. This method extends the utilization of interleaving technique which can generate sequence pairs set with some volume and flexible ZCZ.

Key words: Zero Correlation Zone (ZCZ); Interleaving technique; Shift sequences; Orthogonal matrix

1　引言

准同步码分多址(Quasi Synchronization Code Division Multiple Address, QS-CDMA)系统[1]克服了传统CDMA系统对于定时同步要求苛刻的缺陷，可以在一定范围内对于定时误差不敏感。ZCZ序列是一类能够有效对抗频率选择性衰落影响[2]的扩频序列，适合应用于QS-CDMA系统中。文献[3,4]首先提出ZCZ信号集的概念，之后人们基于交织构造ZCZ序列集的方法进行大量研究[1,5–7]。文献[1]利用交织方法基于完备序列构造出具有良好相关特性的序列集。文献[5,8]利用交织法构造出最佳和几乎最佳ZCZ序列集，但两种方法构造的序列集容量为原序列集的固定倍数，灵活性差。文献[7]利用Huffman序列构造了大ZCZ序列集，该序列集参数能够达到理论上界，但此构造方法生成的序列长度只能为2^n。文献[8]构造了具有灵活相关区长度且参数接近理论界的ZCZ序列集，但该方法研究的交织序列长度限制为2，生成的序列集容量较小。文献[9]中提出利用伪随机序列进行交织构造ZCZ序列偶集的构造方法，实际上伪随机序列偶为特殊的ZCZ序列，所以该方法只是交织法构造的一种特例。文献[10,11]利用最佳序列经过一定移位后和正交矩阵进行相关积运算后构造最佳序列偶集的方法，该方法构造的序列集具有近似最佳性，但是可构造的数量较少。文献[12]研究了利用两个ZCZ序列集基于交织构造ZCZ序列集的通用方法，该方法对原序列集的容量和序列长度具有更灵活的要求，但是该方法构造的ZCZ序列集具有较长的序列周期。文献[13]基于交织

2012-08-21 收到，2012-10-27 改回
国家自然科学基金(61174194)和航空科学基金(20110196004)资助课题
*通信作者：李明阳　wo.lmy@163.com

法利用最佳序列构造ZCZ序列集，并分析了新序列集最佳性的条件，该方法同样只能利用最佳序列作为基序列。文献[14]基于相关积运算利用正交矩阵和ZCZ序列集构造了ZCZ长度较大的序列集，因为二相/三相正交矩阵数量非常有限，该方法构造的序列集数量少且缺乏灵活性。这些研究以获得逼近理论界的参数为目的，可供利用的序列集很少，构造的序列集无论在容量、ZCZ长度还是序列长度都缺乏灵活性。

本文首先对两个序列交织后的相关函数进行研究，并提出能够满足利用任意长度移位序列基于交织法构造ZCZ序列集的两个充分条件。文中首先依据这两个条件构造了具有最大零相关区长度，容量为1的序列偶集，然后结合正交矩阵实现了一种ZCZ序列偶集构造方法。以往的研究大多是基于构造最佳或近似最佳序列集的，本文提出的方法不仅可以构造近似最佳序列偶集还可以根据需要构造具有灵活ZCZ长度和容量的序列偶集。最后通过两个实例仿真分析并证明了本文方法的有效性。

2 基本定义和定理

令 $\boldsymbol{a}=(a_0,a_1,\cdots,a_{L-1})$，$\boldsymbol{b}=(b_0,b_1,\cdots,b_{L-1})$为两个序列，将 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 组成序列偶，记为$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$，其中 L 为序列长度。序列偶$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$的周期相关函数定义为[8]

$$R_{\boldsymbol{ab}}(l)=\sum_{i=0}^{L-1}a_i b_{i+l}^{*},\ 0\le l\le L-1 \tag{1}$$

其中 $i+l$ 需要对 L 求模，*表示复数共轭。

定义1 对于容量为M的序列偶集$\boldsymbol{C}=\{\boldsymbol{C}_i, 0\le i\le M-1\}$，其中$\boldsymbol{C}_i=(\boldsymbol{X}_i,\boldsymbol{Y}_i)$是周期为$N$的序列偶。如果序列偶集中任意两个序列互相关函数满足如下条件：

$$R_{C_sC_t}(\tau)=\begin{cases}F\ne 0, & s=t,\ \tau=0\\ 0, & s\ne t,\ \tau=0\\ 0, & 0<|\tau|\le Z_{cz}\end{cases} \tag{2}$$

则称$\boldsymbol{C}$为零相关区长度为Z_{cz}的ZCZ(N,M,Z_{cz})序列偶集。

引理1[15] 令 $\boldsymbol{e}_k=(e_{k,0},e_{k,1},\cdots,e_{k,N-1})$ 和 $\boldsymbol{e}_l=(e_{l,0},e_{l,1},\cdots,e_{l,N-1})$表示两个长度为$N$的移位序列。设序列 $\boldsymbol{x}=(x_0,x_1,\cdots,x_{L-1})$，则令 $L_m(\boldsymbol{x})=(x_m,x_{m+1},\cdots,x_{L-1},x_0,\cdots,x_{m-1})$表示$\boldsymbol{x}$的第$m$位循环移位。设$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$是长度为$L$的ZCZ序列偶，其相关值满足$R_{\boldsymbol{ab}}(0)=F$, $R_{\boldsymbol{ab}}(0<\tau\le L-1)=0$。序列$\boldsymbol{u}_k$和$\boldsymbol{v}_l$由$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$分别经过$\boldsymbol{e}_k$和$\boldsymbol{e}_l$交织扩展后生成，长度为$L\times N$。

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{u}_k&=L_{\boldsymbol{e}_k}(\boldsymbol{a})=\left(L_{e_{k,0}}(\boldsymbol{a}),L_{e_{k,1}}(\boldsymbol{a}),\cdots,L_{e_{k,N-1}}(\boldsymbol{a})\right)\\ \boldsymbol{v}_l&=L_{\boldsymbol{e}_l}(\boldsymbol{b})=\left(L_{e_{l,0}}(\boldsymbol{b}),L_{e_{l,1}}(\boldsymbol{b}),\cdots,L_{e_{l,N-1}}(\boldsymbol{b})\right)\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

令$\tau=N\tau_1+\tau_2$，$0\le\tau_2<N$，则$\boldsymbol{u}_k$和$\boldsymbol{v}_l$的互相关函数满足式(4)：

$$\begin{aligned}R_{\boldsymbol{u}_k\boldsymbol{v}_l}(\tau)=&\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1}R_{\boldsymbol{ab}}\left(e_{l,i+\tau_2}-e_{k,i}+\tau_1\right)\\&+\sum_{N-\tau_2}^{N-1}R_{\boldsymbol{ab}}\left(e_{l,i+\tau_2-N}-e_{k,i}+\tau_1+1\right)\end{aligned} \tag{4}$$

其中$e_{l,i+\tau_2}-e_{k,i}+\tau_1$和$e_{l,i+\tau_2-N}-e_{k,i}+\tau_1+1$中的加减法皆为模$L$运算。

3 交织构造法

3.1 交织构造条件

定理 1 设基序列偶$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$是长度为$L$的ZCZ序列偶，其相关值满足$R_{\boldsymbol{ab}}(0)=F$, $R_{\boldsymbol{ab}}(0<\tau\le L-1)=0$。移位序列集合$\boldsymbol{E}=(\boldsymbol{e}_0,\boldsymbol{e}_1,\cdots,\boldsymbol{e}_{M-1})$，其中$\boldsymbol{e}_i=(e_{i,0},e_{i,1},\cdots,e_{i,N-1})$。$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$经过$\boldsymbol{E}$交织后构造序列偶集$\boldsymbol{U}$。

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{U}=\left\{(\boldsymbol{u}_i,\boldsymbol{v}_i)|0\le i\le M-1\right\}\\&\boldsymbol{u}_i=L_{\boldsymbol{e}_i}(\boldsymbol{a})\\&\boldsymbol{v}_i=L_{\boldsymbol{e}_i}(\boldsymbol{b})\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

令 $\eta_i=e_{k,i}-e_{l,i}$，$\lambda_i=e_{l,i+\tau_2}-e_{k,i}$，$\mu_i=e_{l,i+\tau_2-N}-e_{k,i}+1$，对于任意$\boldsymbol{e}_k$和$\boldsymbol{e}_l$满足如下两个条件则$\boldsymbol{U}$为零相关区长度满足$0\le Z_{cz}<NL$的序列偶集，且$\boldsymbol{U}$中的序列偶两两移位不等价[8]。其中，$M$为序列集$\boldsymbol{U}$中的序列偶的个数，满足$M\le\lfloor NL/Z_{cz}\rfloor$，$\lfloor\cdot\rfloor$表示向下取整。

(1)当$N\le Z_{cz}\le L-1$时，满足$\min\limits_{i,j=0,1,\cdots,N-1}\{\lambda_i,\mu_i\}\ge Z_{cz}/N$；当$N\le L\le Z_{cz}\le NL-1$时，满足$\min\limits_{i,j=0,1,\cdots,N-1}\{\lambda_i,\mu_i\}\ge L-1$；当$Z_{cz}\le L-1\le N$且$\gcd(N,L)=1$时，满足$e_{k,i}=i/N(\mathrm{mod}L)$；当$Z_{cz}\le L-2$且$N|L$时，满足$\boldsymbol{e}_i=iL/N(\mathrm{mod}L)$；当$Z_{cz}\le L-1$且$L|N$，满足$e_{k,i}=i(\mathrm{mod}N)$。其中，$\gcd(x,y)$表示求$(x,y)$的最大公约数，$x|y$表示$x$整除$y$。

(2)对于任意$\boldsymbol{e}_k\ne\boldsymbol{e}_l$和任意$m\ne n\in[0,1,\cdots,N-1]$使得$\eta_m\ne\eta_n$，对于任意$\boldsymbol{e}_k$, $\boldsymbol{e}_l$有$\lambda_i\ne\mu_i$。

证明 令$\tau=N\tau_1+\tau_2$, $\tau_2\in[0,1,\cdots,N-1]$，设$\boldsymbol{u}_k$和$\boldsymbol{v}_l$是序列集$\boldsymbol{U}$中的两个序列，$\boldsymbol{u}_k=L_{\boldsymbol{e}_k}(\boldsymbol{a})$，$\boldsymbol{v}_l=L_{\boldsymbol{e}_l}(\boldsymbol{b})$，利用式(4)计算$\boldsymbol{u}_k$和$\boldsymbol{v}_l$的相关函数。

(1)当$N\le Z_{cz}\le L-1$且$0<\tau\le Z_{cz}$时，有$\tau_1\le Z_{cz}/N$，且因为$\min\limits_{i,j=0,1,\cdots,N-1}\{\lambda_i,\mu_i\}\ge Z_{cz}/N$，知$\tau_1<e_{k,i}-e_{l,i+\tau_2}$和$\tau_1<e_{k,i}-e_{l,i+\tau_2-N}-1$成立。由式(4)可知互相关函数$R_{\boldsymbol{u}_k\boldsymbol{v}_l}(\tau)=R_{\boldsymbol{u}_k\boldsymbol{v}_l}(\tau+N)=0$，因此任意两序列偶在$Z_{cz}$内相互正交；

(2)当$N\le L\le Z_{cz}\le NL-1$且$0<\tau\le Z_{cz}$时，

有 $\tau_1 \le Z_{cz}/N < L-1$，且因为 $\min_{i,j=0,1,\cdots,N-1}\{\lambda_i,\mu_i\} \ge L-1$，知$\tau_1 < e_{k,i}-e_{l,i+\tau_2}$和$\tau_1 < e_{k,i}-e_{l,i+\tau_2-N}-1$成立。而显然$e_{k,i}-e_{l,j}$不可能大于$L$-1，也就是单纯交织方法不能扩大ZCZ，此时不能利用交织构造满足条件的序列集；

(3) 当 $Z_{cz} \le L-1 \le N$ 且 $0<\tau\le Z_{cz}$ 时，有 $\tau_1=0$，且当gcd(N,L)=1和$e_{k,i}=i/N(\mathrm{mod}L)$时，知 $\lambda_i=\mu_i=\tau_2/N(\mathrm{mod}\,L)\le L-1$，由式(4)可知互相关函数 $R_{\boldsymbol{u}_k\boldsymbol{v}_l}(\tau)=0$，因此任意两序列偶在$Z_{cz}$内相互正交；

(4) 当 $L|N$ 且 $Z_{cz}\le L-1$，$0<\tau\le Z_{cz}$ 时，有 $\tau_1=0$，$\tau_2=\tau$，$e_{k,i}=i(\mathrm{mod}L)$时，$\lambda_i=\tau_2(\mathrm{mod}\,L)\le L-1$，且因为$\tau<N$ 相关函数第2项不存在。由式(4)可知互相关函数 $R_{\boldsymbol{u}_k\boldsymbol{v}_l}(\tau)=0$，因此任意两序列偶在$Z_{cz}$内相互正交；

(5)当$N|L$且$Z_{cz}\le L-2$，$0<\tau\le Z_{cz}$时，有$e_{k,i}=iL/N(\mathrm{mod}L)$时，$\lambda_i=\tau_2 L/N+\tau_1(\mathrm{mod}\,L)$，$\mu_i=\tau_2 L/N+\tau_1+1(\mathrm{mod}\,L)$。将$0<\tau\le Z_{cz}$按照$N$分段考虑，当$0<\tau\le L-N$时，有$0<\tau_1\le L/N-1$，当$L-N<\tau\le L-2$ 时，有 $0<\tau_1=L/N-1$，$0<\tau_2<N-1$，综合可知$\mu_i<L-1$。由式(4)可知互相关函数 $R_{\boldsymbol{u}_k\boldsymbol{v}_l}(\tau)=0$，因此任意两序列偶在$Z_{cz}$内相互正交；

(6)根据引理1，当$\boldsymbol{u}_k=\boldsymbol{v}_l$且$\tau=0$时，$R_{\boldsymbol{uv}}(\tau)=NF>0$。

(7)当$\boldsymbol{e}_k\ne\boldsymbol{e}_l$时，对于任意$m\ne n\in[0,1,\cdots,N-1]$使得$\eta_m\ne\eta_n$且对于任意$\boldsymbol{e}_k$，$\boldsymbol{e}_l$有$\lambda_i\ne\mu_i$，易得序列集$\boldsymbol{U}$中的序列移位不等价。

根据文献[16]，对于N，L和$Z_{cz}<L$，构造的ZCZ序列偶集序列偶个数的上界为$\lfloor NL/Z_{cz}\rfloor$，所以必须设定$M\le\lfloor NL/Z_{cz}\rfloor$。根据以上证明可知序列偶集$\boldsymbol{U}$为ZCZ序列偶集，表示为ZCZ($NL$,$M$,$Z_{cz}$)。　证毕

3.2 交织法构造ZCZ序列偶

根据文献[16]可知序列集容量M和ZCZ长度Z_{cz}成反比关系，当选择M较大时势必造成序列偶集的ZCZ长度变短。本文选择M≡1，依据交织构造法的条件(1)实现ZCZ序列偶构造方法。设($\boldsymbol{x}$,$\boldsymbol{y}$)是周期为L的最佳零相关序列偶，移位序列$\boldsymbol{e}=\{e_i\mid i=0,1,\cdots,N-1\}$，序列偶($\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$)由($\boldsymbol{x}$,$\boldsymbol{y}$)根据$\boldsymbol{e}$交织得到。

定理2　若gcd(N,L)=1，选择$e_i=\lceil iL/N\rceil\cdot(\mathrm{mod}\,L)$，则($\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$)为ZCZ($LN$,1,$L$-1)序列偶。

证明　如果gcd(N,L)=1，则$e_i=\lceil iL/N\rceil(\mathrm{mod}\,L)=i\lceil L/N\rceil(\mathrm{mod}\,L)$，则$e_i-e_j=(i-j)\lceil L/N\rceil(\mathrm{mod}\,L)$。

$$\begin{aligned}&\min_{i,j=0,1,\cdots,N-1}\{e_i-e_j,e_i-e_{j-N}-1\}(\mathrm{mod}\,L)\\&=\min_{i,j=0,1,\cdots,N-1}\{(i-j)\lceil L/N\rceil,\\&\quad(i-j+N)\lceil L/N\rceil-1\}(\mathrm{mod}\,L)\\&\ge(L-1)/N\,(\mathrm{mod}\,L)\end{aligned}$$

上式满足条件(1)，所以($\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$)为ZCZ(LN,1,L-1)序列偶。一般地，当$Z_{cz}\le L-1$且$N|(Z_{cz}+1)$时，选择$e_i=\lceil i(Z_{cz}+1)/N\rceil(\mathrm{mod}\,L)$，则($\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$)为ZCZ($LN$,1,$Z_{cz}$)序列偶。其中，$\lceil\cdot\rceil$表示向上取整。　证毕

定理3　若$L|N$，选择$e_i=i(\mathrm{mod}N)$，则($\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$)为ZCZ(LN,1,L-1)序列偶。

根据条件(1)定理4成立。

定理4　若$N|L$，选择$e_i=iL/N\,(\mathrm{mod}L)$，则($\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$)为ZCZ($LN$,1,$L$-2)序列偶。

根据条件(1)定理4成立。一般地，当$Z_{cz}\le L-1$且$N|Z_{cz}$时，选择$e_i=i(Z_{cz}+1)/N(\mathrm{mod}L)$，此时$\lambda_i=\mu_i=\tau_2,(Z_{cz}+1)/N(\mathrm{mod}\,L)\le L-1$，相关函数在$Z_{cz}$范围内为0，则($\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$)为ZCZ($LN$,1,$Z_{cz}$)。　证毕

3.3 ZCZ序列偶集构造方法

文献[9]提出利用ZCZ序列偶和正交矩阵结合的ZCZ序列偶集构造方法，本节利用该方法结合本文构造的ZCZ序列偶和正交矩阵构造具有灵活ZCZ长度的序列偶集。

定理5　已知周期为K的最佳序列偶为($\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$)，长为M的交织序列$\boldsymbol{e}$和$M\times M$阶正交矩阵$\boldsymbol{H}_M$，对序列偶进行交织得到($\boldsymbol{\alpha}$,$\boldsymbol{\beta}$)=($L_{\boldsymbol{e}}(\boldsymbol{a})$,$L_{\boldsymbol{e}}(\boldsymbol{b})$)，$\boldsymbol{H}_{MK}=L_{0(K)}.(\boldsymbol{H}_M)$，其中$\boldsymbol{0}(K)$表示长度为$K$的零向量。

将$\boldsymbol{H}_{MK}$的M个行向量分别和序列偶($\boldsymbol{\alpha}$,$\boldsymbol{\beta}$)按位相乘，得到序列偶集如式(6)所示。

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{C}=\left\{\left(\boldsymbol{c}_x^m,\boldsymbol{c}_y^m\right)\right\}\\&\boldsymbol{c}_x^m(i)=\boldsymbol{\alpha}(i)\boldsymbol{H}_{MK}(m,i)\\&\boldsymbol{c}_y^m(i)=\boldsymbol{\beta}(i)\boldsymbol{H}_{MK}(m,i)\\&m=0,1,\cdots,M-1,i=0,1,\cdots,MK-1\end{aligned}\right\}\tag{6}$$

(1)当gcd(M,K)=1，取$e_i=\lceil iK/M\rceil(\mathrm{mod}\,K)$，则序列偶集$\boldsymbol{C}$为ZCZ($M\times KM$,$M$,$K$-1)序列偶集。一般地，当$Z_{cz}\le K-1$且$M|(Z_{cz}+1)$时，选择$e_i=\lceil i(Z_{cz}+1)/M\rceil(\mathrm{mod}\,K)$，则序列偶集$\boldsymbol{C}$为ZCZ($N\times LN$,$N$, Z_{cz})序列偶集。

(2)当$K|M$，取$e_i=i(\mathrm{mod}M)$，则序列偶集$\boldsymbol{C}$为ZCZ($M\times MK$,M,K-1)序列偶集。

(3)当$M|K$，取$e_i=iK/M(\mathrm{mod}K)$，则序列偶集$\boldsymbol{C}$为ZCZ($M\times MK$,M,K-2)序列偶集。一般地，当$Z_{cz}\le K-1$且$M|Z_{cz}$时，选择$e_i=i(Z_{cz}+1)/M(\mathrm{mod}K)$，则序列偶集$\boldsymbol{C}$为ZCZ($M\times MK$,$M$,$Z_{cz}$)。

证明　对于$\boldsymbol{C}$中任意两个序列偶$\boldsymbol{C}_k=(\boldsymbol{C}_x^k,\boldsymbol{C}_y^k)$和$\boldsymbol{C}_l=(\boldsymbol{C}_x^l,\boldsymbol{C}_y^l)$由式(2)得[9]

$$\begin{aligned}R_{\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{C}_l}(\tau)=&\sum_{i=0}^{M-\tau_2-1}h_{ki}h_{l(i+\tau_2)}R_{\boldsymbol{ab}}\left(e_{i+\tau_2}-e_i+\tau_1\right)\\&+\sum_{i=M-\tau_2}^{M-1}h_{ki}h_{l(i+\tau_2)}R_{\boldsymbol{ab}}\left(e_{i+\tau_2-M}-e_i+\tau_1+1\right)\end{aligned}\tag{7}$$

在 $\tau=0$ 时 $R_{\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{C}_l}(\tau)=\sum_{i=0}^{M-1}h_{ki}h_{li}R_{\boldsymbol{ab}}(0)$，$k\neq l$ 时由于 $(\boldsymbol{h}_k,\boldsymbol{h}_l)$ 的正交性得到 $R_{\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{C}_l}(\tau)=0$，$k=l$ 时 $R_{\boldsymbol{ab}}(0)|\boldsymbol{h}_k|_2>0$。在 $\tau\neq 0$ 时式中 $R_{\boldsymbol{ab}}$ 项在ZCZ内为0造成 $R_{\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{C}_l}(\tau)=0$。即 $\boldsymbol{C}_k$ 和 $\boldsymbol{C}_l$ 的 Z_{cz} 内自相关和互相关函数均为0，结合定理2-定理4可知定理5成立。证毕

4 数值仿真

(1)考虑 $N|L$ 的情况，选择仿真参数如表1所示。

表1 仿真参数设置

原序列偶$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$	正交矩阵$\boldsymbol{H}_4$	移位序列$\boldsymbol{e}$	M	N	L
$\boldsymbol{x}$=[1,-1,-1,1,1,1, 1,1,-1,-1,1,-1] $\boldsymbol{y}$=[1,-1, 0,1,1,0, 1,1, 0,-1,1, 0]	4阶Hadamard矩阵	[0,3,6,9]	1	4	12

因为 $N|L$，依据定理3可知选取移位序列 $\boldsymbol{e}$=[0,3,6,9]，生成序列偶集为 $\boldsymbol{C}$。

$$\begin{aligned}C_x^1=[&+++--+++-+--++-++++\\&-+---+-++++-+---+\\&-++++-++--+-]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C_y^1=[&+++--+++0000++-++++-0000+\\&-++++-+0000-++++-++0000]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C_x^2=[&+-++--+----++---+-\\&++++-++++-+----+----\\&+-+++--+++]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C_y^2=[&+-++--+-0000+---+-++0000\\&+++-+---0000--+-+++-0000]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C_x^3=[&++-+-+---++++++-++\\&-++-+++---+++---+-\\&-+--+------+]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C_y^3=[&++-+-+--0000+++-++-+0000+\\&---+++-0000-+--+---0000]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C_x^4=[&+------+--+-+-+++--\\&-+++-++-++-++-+++--\\&-+++-+-+--]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C_y^4=[&+------+0000+-+++---0000+\\&+-++-++0000---+++-+0000]\end{aligned}$$

利用生成的序列偶集中的 $\boldsymbol{C}^1$ 和序列集 $\boldsymbol{C}$ 进行相关运算，数值仿真结果如图 1。

由图 1 可以看出此时 ZCZ 长度为 L-2=10。同时可以看出，此时无论是自相关还是互相关函数在 ZCZ 外都存在杂散分布的的非 0 相关值，其相关性能较差。因为两个序列长度成比例，在一定周期后循环重复到零点，而零点时相关函数不为 0，破坏了序列的零相关特性。

(2)考虑gcd(N,L)=1的情况，选择仿真参数如表2所示。

表2 仿真参数设置

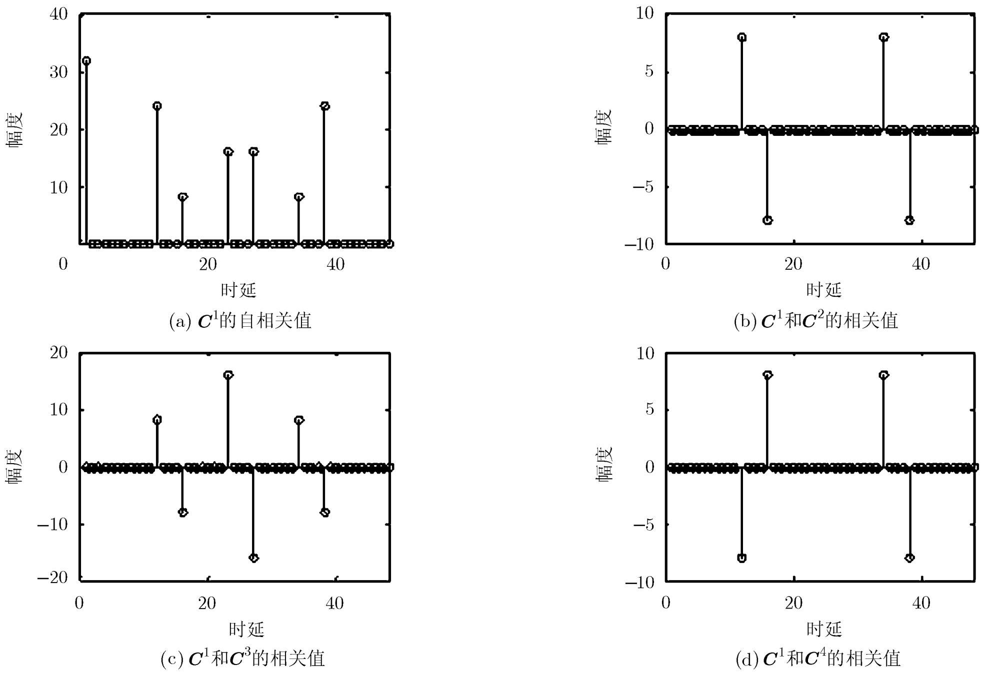
原序列偶$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$	正交矩阵$\boldsymbol{H}_4$	移位序列$\boldsymbol{e}$	M	N	L
$\boldsymbol{x}$=[1,-1,1,-1,1,1,-1,-1, 1,-1,-1,-1,1,1,1] $\boldsymbol{y}$=[1,0,1,0,1,1,0,0,1, 0,0,0,1,1,1]	4阶Hadamard矩阵	[0,4,8,12]	1	4	15

因为 gcd(N,L)=1，依据定理 2 选取移位序列 $\boldsymbol{e}$=[0,4,8,12]生成序列偶集 $\boldsymbol{C}$。利用生成的序列偶集中的 $\boldsymbol{C}^1$ 和序列集 $\boldsymbol{C}$ 进行相关运算，数值仿真结果如图 2。

由图 2 可以看出序列偶集的 ZCZ 长度为 L-1=14。同时从仿真图中看出，序列偶集的互相关值全部为 0，也即序列偶集中不同序列偶之间不存在干扰。因为两个序列长度互质，在交织后不能同时达到零点，即零点以外任意时刻互相关值总有一个等于 0，所以序列偶之间相关特性良好不存在多址干扰。

5 结束语

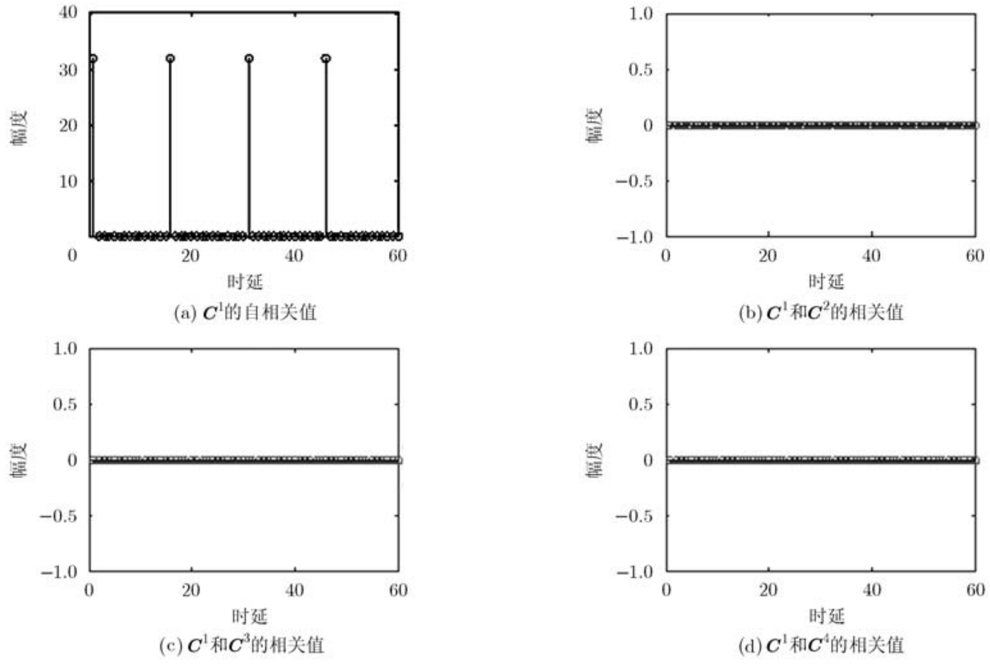
本文根据交织后序列的自相关和互相关函数分析了交织构造ZCZ序列集的方法，提出并证明了当移位序列满足两个条件时序列集为移位不等价的ZCZ序列集。本文在此条件和序列容量要求的约束下设计了一个能够生成最佳、准最佳和非最佳ZCZ序列偶集构造方法。利用此方法具体设计了两个序列偶集，并仿真分析了两个序列偶集的相关函数和相关区，仿真和分析表明当序列长度和移位序列长度互素时相对于不互素情况下互相关性能更好。该方法可以构造具有灵活ZCZ的序列偶集，具有更广的适用性，能够满足不同系统的不同需求。



(a) $\boldsymbol{C}^1$的自相关值　(b) $\boldsymbol{C}^1$和$\boldsymbol{C}^2$的相关值

(c) $\boldsymbol{C}^1$和$\boldsymbol{C}^3$的相关值　(d) $\boldsymbol{C}^1$和$\boldsymbol{C}^4$的相关值

图1 $N|L$时，序列偶集的相关值



(a) $\boldsymbol{C}^1$的自相关值　(b) $\boldsymbol{C}^1$和$\boldsymbol{C}^2$的相关值

(c) $\boldsymbol{C}^1$和$\boldsymbol{C}^3$的相关值　(d) $\boldsymbol{C}^1$和$\boldsymbol{C}^4$的相关值

图2 gcd(N,L)=1时，序列偶集的相关值

参 考 文 献

[1] Tang X, Fan P Z, and Lindner J. Multiple binary ZCZ sequence sets with good cross-correlation property based on complementary sequence sets[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(8): 4038–4045.

[2] Matsufuji S, Matsumoto T, Matsuo T, *et al*.. A ZCZ-CDMA system with high tolerance to frequency selective fading[C]. 5th International Workshop on Signal Design and Its Applications in Communications (IWSDA), Guilin, China, Oct. 11–16, 2011: 157–160.

[3] Fan P Z and Hao L. Generalized orthogonal sequences their applications in synchronous CDMA systems[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2000, E83-A(11): 2054–2069.

[4] Fan P Z, Suehiro N, Kuroyanagi N, *et al*.. A class of binary sequences with zero correlation zone[J]. *IEE Electronics*

Letters, 1999, 35(10): 777–779.

[5] 王龙业, 王献. 基于交织最佳自相关序列的ZCZ序列设计[J]. 西南交通大学学报, 2012, 47(1): 47–49.
Wang L Y and Wang X. Design of zero correlation zone sequences via interleaving perfect sequence[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2012, 47(1): 47–49.

[6] 柯品惠, 张胜元. 零相关区阵列偶集的递归构造研究[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(5): 1257–1260.
Ke P H and Zhang S Y. Study on the recursive constructions of zero correlation zone array pairs set[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(5): 1257–1260.

[7] Matsumoto T, Matsufuji S, Kojima T, *et al*.. Orthogonal and ZCZ sets of real-valued periodic orthogonal sequences from huffman sequences[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2011, E94-A(12): 2728–2736.

[8] 李玉博, 许成谦. 交织法构造最佳或几乎最佳低零相关区序列集[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(3): 549–554.
Li Y B and Xu C Q. Construction of optimal or almost optimal sequence sets with zero or low correlation zone based on interleaving technique[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(3): 549–554.

[9] 李兆斌, 蒋挺, 周正. 基于伪随机序列的零相关区三元序列偶集的研究[J]. 通信学报, 2009, 30(8): 27–31.
Li Z B, Jiang T, and Zhou Z. Research of ZCZ ternary sequence pairs set based on pseudorandom sequence[J]. *Journal on Communications*, 2009, 30(8): 27–31.

[10] 肖丽萍, 李卫卫, 许成谦. ZCZ序列偶集及大容量ZCZ序列偶集的构造[J]. 北京邮电大学学报, 2010, 33(5): 89–93.
Xiao L P, Li W W, and Xu C Q. Construction of ZCZ sequence pairs set and ZCZ sequence pairs set with large family size[J]. *Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications*, 2010, 33(5): 89–93.

[11] Hu H and Gong G. New sequence families with zero or low correlation zone via interleaving techniques[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(4): 1702–1712.

[12] Zhang X, Wen Q Y, and Zhang J. A general construction of ZCZ sequences set with large family size and long period[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Ccomputer Sciences*, 2011, E94-A(1): 420–423.

[13] Huang Y P, Tang J, and Zhou Y T. New families of zero correlation sequences via interleaving technique[J]. *Recent Advances in Computer Science and Information Engineering*, 2012, 127(1): 169–175.

[14] Peng D Y, Fan P Z, and Suehiro N. Construction of sequences with large zero correlation zone[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2005, E88-A(11): 3256–3259.

[15] Zhou Z C and Tang X H. A new class of sequences with zero or low correlation zone based on interleaving technique[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(9): 4267–4273.

[16] Tang X H, Fan P Z, and Matsufuji S. Lower bounds on the maximum correlation of sequence set with low or zero correlation zone[J]. *IEE Electronics Letters*, 2000, 36(6): 551–552.

李明阳：男，1985 年生，博士生，研究方向为扩频通信、同步技术.

柏 鹏：男，1961 年生，教授，博士生导师，研究方向为通信系统工程.

彭卫东：男，1968 年生，副教授，硕士生导师，研究方向为通信系统工程、数据链技术.

王徐华：男，1984 年生，博士生，研究方向为电子系统综合化理论与技术.

王 峰：男，1983 年生，工程师，博士，研究方向为扩频通信技术.