

## 双基地稀疏阵列 MIMO 雷达快速多目标定位方法

孙 理<sup>\*①</sup> 朱晓华<sup>①</sup> 贺亚鹏<sup>②</sup> 王克让<sup>①</sup> 顾 陈<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(南京理工大学电子工程与光电技术学院 南京 210094)

<sup>②</sup>(中国空间技术研究院微波遥感与数传技术研究所 西安 710000)

**摘 要:** 针对双基地稀疏阵列 MIMO 雷达目标定位问题, 该文提出一种基于投影处理与奇异值分解的多测量矢量欠定系统正则化聚焦求解(Projection-SVD-RMFOCUSS, PSVDRMF)算法。该算法首先估计接收角, 接着依次将回波信号向目标存在的角度进行投影, 最后将投影后的数据重排进行发射角估计, 从而得到目标的准确位置。同时借助奇异值分解(SVD)进行信号降维与能量积累, 进一步降低运算量, 提高了传统压缩感知恢复算法在低信噪比下的估计性能。与现有稀疏重建算法相比, 该算法减少了 2 维场景带来的庞大运算负担, 且保持了良好的性能, 可以稳健地对相干与非相干目标进行定位。

**关键词:** 双基地 MIMO 雷达; 稀疏阵列; 压缩感知; 多测量矢量欠定系统正则化聚焦; 正交投影

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)05-1142-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.01070

## Fast Multi-target Localization with Sparse Array in Bistatic MIMO Radar

Sun Li<sup>①</sup> Zhu Xiao-hua<sup>①</sup> He Ya-peng<sup>②</sup> Wang Ke-rang<sup>①</sup> Gu Chen<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(School of Electric Engineering and Optoelectronic Technology, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China)

<sup>②</sup>(Institute of Microwave Remote Sensing & Data Transmission, China Academy of Space Technology, Xi'an 710000, China)

**Abstract:** To solve the problem of target localization with sparse array in bistatic MIMO radar, a projection and Singular Value Decomposition (SVD) based Regularized Multi-vectors FOCal Undetermined System Solver (RMFOCUSS) algorithm is proposed. First the target angles with respect to receive array are estimated, and then the echoed signal is projected back to them. After an rearrangement of the projected signal, the target angles with respect to transmit array are estimated, so targets are located. SVD is utilized to reduce signal dimension and accumulate signal power, which makes traditional Compressive Sensing (CS) recovery algorithms perform better under low SNR, and computational complexity is reduced even more. Compared with existing sparse reconstruction approaches, the proposed method costs much less computation time in coping with large two dimensional scene and maintains a good performance whether the targets are relative or not.

**Key words:** Bistatic MIMO radar; Sparse array; Compressive Sensing (CS); Regularized Multi-vectors FOCal Undetermined System Solver (RMFOCUSS); Orthogonal projection

### 1 引言

双基地雷达在反隐身、抗干扰、抗反辐射导弹等方面具有潜在的优势, 但在实现上存在着时间、角度、频率等同步的三大技术难题<sup>[1]</sup>。多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)雷达是一种新体制雷达, 其收发天线能根据不同的系统需求灵活布置, 并且可以同时发射多路正交信号波形, 实现空间和波形分集。将 MIMO 技术应用到双基地雷达中, 可同时测量发射角(DOD)和接收角(DOA)而无需角度同步, 是一种双基地雷达目标定位的新思路<sup>[2-4]</sup>。

传统的双基地雷达收发角度估计方法主要包括 Capon 提出的最小方差谱估计法<sup>[5]</sup>以及以 Schmidt 提出的多重信号分类法(MUSIC)为代表的子空间算法<sup>[6]</sup>, 上述方法均需 2 维搜索, 且采用稀疏阵列时存在旁瓣较高的问题<sup>[7]</sup>。将压缩感知(CS)<sup>[8-10]</sup>引入雷达领域中, 利用雷达场景的稀疏性这一先验信息进行目标角度参数估计, 在一定程度上缓解了空域稀疏采样(稀疏阵列)的旁瓣问题, 可以获得优于传统角度估计方法的性能<sup>[11-14]</sup>。文献[11]采用随机高斯阵进行空域压缩采样, 使用多测量矢量欠定系统聚焦求解(regularied Multi-vectors FOCal Undetermined System Solver, MFOCUSS)算法估计目标角度, 实现 DOA 高分辨估计。文献[12]融合

2012-08-21 收到, 2012-12-07 改回

\*通信作者: 孙理 isunly@gmail.com

了奇异值分解与  $l_1$  范数最小化方法, 提出  $l_1$ -SVD 算法估计目标角度。文献[13]提出一种基于多测量矢量平滑  $l_0$  范数逼近的双基地 DOD-DOA 联合估计方法。上述方法的共同问题是当目标角度不确定范围扩大或搜索精度提高时, 会导致感知矩阵迅速膨胀, 运算量激增。针对这一问题, 文献[14]给出一种双基地单快拍收发角度联合估计快速算法(FOMP)。该方法基于正交匹配追踪(OMP), 通过分别对发射角和接收角的独立搜索构建目标子场景, 再对子场景进行 2 维搜索来进行算法加速。然而, FOMP 快速算法受限于单快拍处理及 OMP 算法的出错概率, 角度估计误差较大。

针对上述问题, 为了降低稀疏信号重建算法在 2 维场景下进行角度联合估计的运算量, 同时又不以过分牺牲估计性能为代价, 本文提出基于投影处理与奇异值分解的多测量矢量欠定系统正则化聚焦求解(Projection-SVD-RMFOCUSS, PSVDRMF)算法, 在双基地 MIMO 雷达多快拍联合稀疏模型基础上, 先后通过投影处理和奇异值分解(SVD)对回波数据降维, 并采用多测量矢量欠定系统正则化聚焦求解(RMFOCUSS)算法<sup>[15]</sup>进行目标位置估计。本算法将一个 2 维角度估计问题转化为若干次 1 维估计, 具有更快的运算速度, 且比文献[14]的 FOMP 快速算法性能更好。

## 2 联合稀疏信号模型

假设双基地 MIMO 雷达系统发射阵元数为  $N$ , 接收阵元数为  $M$ 。发射阵列发射  $N$  个正交窄带信号, 经探测场景中的点目标反射后被接收。假设目标 DOD 和 DOA 为  $(\varphi, \theta)$ , 其反射系数为  $\beta(\varphi, \theta)$ , 发射和接收导向矢量分别为  $\mathbf{a}_t(\varphi) = [e^{-j2\pi/\lambda\Delta_1 \sin\varphi}, \dots, e^{-j2\pi/\lambda\Delta_N \sin\varphi}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  和  $\mathbf{a}_r(\theta) = [e^{-j2\pi/\lambda d_1 \sin\theta}, \dots, e^{-j2\pi/\lambda d_M \sin\theta}]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 。其中  $\lambda$  为发射信号载波波长,  $\Delta_n$  表示发射阵列中第  $n$  个阵元相对阵列原点的位置,  $d_m$  表示接收阵列中第  $m$  个阵元相对阵列原点的位置,  $(\cdot)^T$  表示转置。将上述 2 维场景离散化, 生成  $P \times Q$  总共  $N_s$  个分辨单元, 分别对应  $P$  个 DOD 和  $Q$  个 DOA, 得到目标场景反射系数矩阵  $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{P \times Q}$ ,  $\mathbf{B}_{i,j} = \beta(\varphi_i, \theta_j)$ 。注意到, 现实中雷达探测场景的稀疏性决定了  $\mathbf{B}$  中只有少数对应目标位置的元素取非零值<sup>[16]</sup>。在接收端经过一组匹配滤波器之后, 回波信号为

$$\mathbf{Y} = \sum_{j=1}^Q \sum_{i=1}^P \mathbf{a}_r(\theta_j) \mathbf{a}_t^T(\varphi_i) \mathbf{B}_{i,j} + \mathbf{E} \quad (1)$$

其中  $\mathbf{E} \in \mathbb{C}^{M \times N}$  由模型噪声, 目标互扰及干扰组成。对上述 2 维稀疏信号模型的经典处理是将其数据重

排生成 1 维向量后采用稀疏重构算法进行恢复<sup>[13]</sup>, 即令  $\mathbf{y} = \text{vec}(\mathbf{Y})$ ,  $\mathbf{e} = \text{vec}(\mathbf{E})$ ,  $\mathbf{s} = \text{vec}(\mathbf{B})$ ,  $\mathbf{A}_t = [\mathbf{a}_t(\varphi_1), \dots, \mathbf{a}_t(\varphi_P)]$ ,  $\mathbf{A}_r = [\mathbf{a}_r(\theta_1), \dots, \mathbf{a}_r(\theta_Q)]$ , 式(1)可重排为

$$\mathbf{y} = (\mathbf{A}_t \otimes \mathbf{A}_r) \mathbf{s} + \mathbf{e} \quad (2)$$

$\text{vec}(\cdot)$  指将  $M \times N$  维矩阵按列依次堆叠为  $MN \times 1$  维的向量,  $\otimes$  表示 Kronecker 积。

设接收阵列一次处理  $L$  个快拍, 第  $l$  次快拍接收的信号矢量为  $\mathbf{y}^{(l)}$ , 反射系数矢量为  $\mathbf{s}^{(l)}$ , 噪声矢量  $\mathbf{e}^{(l)} \sim CN(0, \sigma^2 \mathbf{I})$ , 且不同快拍间相互独立。令感知矩阵  $\Phi = (\mathbf{A}_t \otimes \mathbf{A}_r) \in \mathbb{C}^{MN \times PQ}$ , 将回波信号矢量按照快拍次序  $l = 1, \dots, L$  排列成回波信号矩阵:

$$\mathbf{Y}_A := [\mathbf{y}^{(1)} \dots \mathbf{y}^{(L)}] := \Phi \mathbf{S} + \mathbf{E}_A \quad (3)$$

其中反射系数矩阵  $\mathbf{S} = [\mathbf{s}^{(1)} \dots \mathbf{s}^{(L)}]$ , 噪声矩阵  $\mathbf{E}_A = [\mathbf{e}^{(1)} \dots \mathbf{e}^{(L)}]$ 。

假设场景中有  $K$  个目标, 由其空域稀疏性可知, 对于每次快拍而言, 接收回波信号中反射系数矢量  $\mathbf{s}^{(l)}$  仅有少数元素非零, 即  $\|\mathbf{s}^{(l)}\|_0 = K \ll N_s$ ; 而在  $L$  次快拍期间, 目标未跨越分辨单元运动, 因此任意  $\mathbf{s}^{(i)}$  与  $\mathbf{s}^{(j)}$  ( $i \neq j$ ) 的非零元素位置相同, 故  $\mathbf{S}$  只有  $K$  行元素非零, 其余全是零值, 称为行稀疏矩阵<sup>[17]</sup>。压缩感知领域通常把这种利用测量矩阵  $\mathbf{Y}_A$  来重构联合稀疏矩阵  $\mathbf{S}$  的问题称为多测量矢量(MMV)问题<sup>[15,18]</sup>, 式(3)为联合稀疏信号模型。联合稀疏信号模型的提出使信号积累应用到 CS 领域成为可能, 有效提升了传统 CS 单快拍算法的估计性能<sup>[15]</sup>。

## 3 PSVDRMF 算法

直接求解式(3)即得目标 DOD-DOA 联合估计, 可采用 JLZA<sup>[13]</sup>, MOMP<sup>[15]</sup>和 RMFOCUSS<sup>[15]</sup>等算法, 但无论哪种方法都难以避免搜索范围扩大、搜索精度提高导致的运算量激增。本算法思路: 利用 2 维稀疏信号在某 1 维的投影依然具有稀疏性这一特点<sup>[19]</sup>, 首先进行 DOA 维数据重排, 利用 SVD 分解进行信号降维与能量积累, 而后通过 RMFOCUSS 算法进行稀疏信号重构估计接收 DOA; 接着依次将回波信号向有目标的 DOA 进行投影; 最后再分别生成投影后的 DOD 维重排数据并进行 SVD 降维, 用 RMFOCUSS 算法进行 DOD 估计, 从而得到目标的准确位置, 并且显著降低了运算量。

### 3.1 DOA 估计

将式(1)重写为

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \sum_{j=1}^Q \mathbf{a}_r(\theta_j) \left( \sum_{i=1}^P \mathbf{a}_t^T(\varphi_i) \mathbf{B}_{i,j} \right) + \mathbf{E} \\ &= \sum_{j=1}^Q \mathbf{a}_r(\theta_j) (\mathbf{A}_t \mathbf{B}_{*,j})^T + \mathbf{E} \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\mathbf{B}_{i,*}$  和  $\mathbf{B}_{*,j}$  分别代表矩阵  $\mathbf{B}$  的第  $i$  行和第  $j$  列。如果  $\mathbf{B}_{*,j}$  中有非零元素, 则  $\mathbf{A}_t \mathbf{B}_{*,j}$  为非零向量, 说明接收阵列第  $j$  个 DOA 有目标。令  $\mathbf{B}_r = (\mathbf{A}_r \mathbf{B})^T \in \mathbb{C}^{Q \times N}$ , 有回波信号矩阵

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1 \cdots \mathbf{y}_N] = \mathbf{A}_r \mathbf{B}_r + \mathbf{E} \quad (5)$$

可以将它的每列视为对接收 DOA 的一次测量, 一共测量了  $N$  次(每个发射阵元一次), 故每次快拍都可以看成是一个具有  $N$  测量矢量联合稀疏性的回波信号矩阵。参照式(3), 将  $l = 1, \dots, L$  次快拍的 DOA 回波信号矩阵、反射系数矩阵及噪声矩阵重排后得

$$\mathbf{Y}_r := [\mathbf{Y}^{(1)} \cdots \mathbf{Y}^{(L)}] := \mathbf{A}_r \mathbf{S}_r + \mathbf{E}_r \quad (6)$$

其中  $\mathbf{S}_r = [\mathbf{B}_r^{(1)} \cdots \mathbf{B}_r^{(L)}]$ ,  $\mathbf{E}_r = [\mathbf{E}^{(1)} \cdots \mathbf{E}^{(L)}]$ 。

对比式(6)与式(3)可以发现, 感知矩阵由  $MN \times PQ$  维降到  $M \times Q$  维。用 RMFOCUSS 算法对式(6)优化求解得到  $K_r$  ( $K_r \ll Q$ ) 个峰值, 这些峰值所在分辨单元即为目标的接收角  $\tilde{\theta}_k \in \{\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{K_r}\}$ ,  $k = 1, \dots, K_r$ 。

### 3.2 2 维投影

由上可知,  $\tilde{\theta}_k$  对应了第  $k$  个有目标的 DOA, 因此我们构造  $\tilde{\theta}_k$  的波束形成矩阵

$$\mathbf{\Theta}_k^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{A}_k (\mathbf{A}_k^H \mathbf{A}_k)^{-1} \mathbf{A}_k^H \quad (7)$$

其中  $k = 1, \dots, K_r$ , 矩阵  $\mathbf{A}_k = [\mathbf{a}_r(\tilde{\theta}_1), \dots, \mathbf{a}_r(\tilde{\theta}_{k-1}), \mathbf{a}_r(\tilde{\theta}_{k+1}), \dots, \mathbf{a}_r(\tilde{\theta}_{K_r})]$  由除导向矢量  $\mathbf{a}_r(\tilde{\theta}_k)$  之外的其他目标接收角所对应导向矢量组成,  $(\cdot)^H$  表示共轭转置。 $\mathbf{\Theta}_k^\perp$  实际为一正交投影矩阵, 意在将回波信号投影到与  $\mathbf{a}_r(\tilde{\theta}_1), \dots, \mathbf{a}_r(\tilde{\theta}_{k-1}), \mathbf{a}_r(\tilde{\theta}_{k+1}), \dots, \mathbf{a}_r(\tilde{\theta}_{K_r})$  所张成空间正交的空间中, 即滤除  $\tilde{\theta}_k$  之外的有目标的 DOA 对应的回波信号, 投影后的回波信号矩阵为

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{\Theta}_k^\perp \mathbf{Y}_r = [\mathbf{\Theta}_k^\perp \mathbf{Y}_r^{(1)} \cdots \mathbf{\Theta}_k^\perp \mathbf{Y}_r^{(L)}] \quad (8)$$

### 3.3 DOD 估计

将式(1)中回波信号矩阵  $\mathbf{Y}$  转置, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^T &= \sum_{i=1}^P \mathbf{a}_t(\varphi_i) \left( \sum_{j=1}^Q \mathbf{a}_r^T(\theta_j) \mathbf{B}_{i,j} \right) + \mathbf{E}^T \\ &= \sum_{i=1}^P \mathbf{a}_t(\varphi_i) (\mathbf{A}_r \mathbf{B}_{i,*}^T)^T + \mathbf{E}^T \end{aligned} \quad (9)$$

令  $\mathbf{B}_t = (\mathbf{A}_r \mathbf{B}_{i,*}^T)^T \in \mathbb{C}^{P \times M}$ , 类似式(5)可得

$$\mathbf{Y}^T = \mathbf{A}_t \mathbf{B}_t + \mathbf{E}^T \quad (10)$$

$\mathbf{Y}^T$  的每列视为对发射 DOD 的一次测量, 一共测量了  $M$  次(每个接收阵元一次), 故每次快拍都可以看成是一个具有  $M$  测量矢量联合稀疏性的回波信号矩阵。由此可知, 在滤除回波信号  $\tilde{\theta}_k$  之外的所有目标信号之后, 分别对其子阵  $\mathbf{\Theta}_k^\perp \mathbf{Y}^{(1)}, \dots, \mathbf{\Theta}_k^\perp \mathbf{Y}^{(L)}$  取转置后再排列, 可以得到投影后的  $L$  次快拍 DOD 回波信号矩阵

$$\mathbf{Y}_{t,k} := [(\mathbf{\Theta}_k^\perp \mathbf{Y}^{(1)})^T \cdots (\mathbf{\Theta}_k^\perp \mathbf{Y}^{(L)})^T] := \mathbf{A}_t \mathbf{S}_{t,k} + \mathbf{E}_{t,k} \quad (11)$$

其中  $\mathbf{S}_{t,k} = [\mathbf{B}_{t,k}^{(1)} \cdots \mathbf{B}_{t,k}^{(L)}]$ ,  $\mathbf{E}_{t,k} = [(\mathbf{E}_k^{(1)})^T \cdots (\mathbf{E}_k^{(L)})^T]$ 。对比式(11)与式(3)可见, 感知矩阵由  $MN \times PQ$  维减少到  $N \times P$  维。

最后再用 RMFOCUSS 算法对式(11)进行重构, 得到  $K_{t,k}$  ( $K_{t,k} \ll P$ ) 个峰值, 这些峰值所在分辨单元即为与第  $k$  个目标接收角  $\tilde{\theta}_k$  对应的目标发射角  $\tilde{\varphi}_j \in \{\tilde{\varphi}_1, \dots, \tilde{\varphi}_{K_{t,k}}\}$ ,  $j = 1, \dots, K_{t,k}$ 。至此已经得到目标 DOD-DOA 联合估计, 非零值的坐标  $(\tilde{\theta}_k, \tilde{\varphi}_j)$  给出目标位置信息, 大小给出目标雷达散射面(RCS)信息。综上所述, 本文算法通过投影处理将 2 维角度估计分解成若干次 1 维角度估计处理, 降低了经典 CS 算法对于 2 维双基地联合稀疏问题求解的运算复杂度。

需要注意的是, 与 2 维直接处理相比, 转化为多个 1 维估计的求解过程对目标稀疏度的要求更高。因为无论先观测哪一维, 在这一维的目标角度数均要满足重构算法对稀疏度的要求才能得到准确估计, 而 2 维场景中的目标投影到任何 1 维形成的目标角度数往往与目标个数相差无几 ( $K_{\text{DOD}} \cong K$ ,  $K_{\text{DOA}} \cong K$ ), 但 1 维场景单元个数却远小于原始场景 ( $Q \ll P \times Q$ ,  $P \ll P \times Q$ ), 这就在无形中提高了对目标稀疏度的要求 ( $K \ll P \times Q \rightarrow K \ll \min(P, Q)$ )。

### 3.4 联合稀疏信号模型的降维表示

通过式(6)与式(3)的对比可以看出, 接收维的数据重排减少了感知矩阵的规模, 但增加了等效快拍数 ( $L \rightarrow N \times L$ ), 而对于 RMFOCUSS 算法, 快拍数的增加会导致运算量的快速增大, 所以为了避免这种情况发生, 我们需要进一步降维, 对式(6)的回波信号矩阵进行 SVD 分解, 有

$$\mathbf{Y}_r = \mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{V}^H = [\mathbf{U}_S \ \mathbf{U}_N] \mathbf{A} \mathbf{V}^H \quad (12)$$

其中  $\mathbf{U}_S$  为信号子空间矩阵,  $\mathbf{U}_N$  为噪声子空间矩阵。假设目标个数  $K$  精确已知或已预估计出, 则  $\mathbf{U}_S$  由前  $K$  个大特征值对应的特征向量组成,  $\mathbf{U}_N$  由其余  $NL - K$  个小特征值对应特征向量组成。令  $\mathbf{D}_K = [\mathbf{\Lambda}_{K \times K}^{-1} \ \mathbf{0}_{K \times (NL-K)}^H]^H$ , 其中  $\mathbf{\Lambda}_{K \times K}$  为前  $K$  个特征值组成的对角矩阵, 则信号子空间矩阵可表示为  $\mathbf{U}_S = \mathbf{Y}_r \mathbf{V} \mathbf{D}_K$ 。所以取  $\mathbf{Y}_{rS} = \mathbf{U}_S$ ,  $\mathbf{S}_{rS} = \mathbf{S}_r \mathbf{V} \mathbf{D}_K$ ,  $\mathbf{E}_{rS} = \mathbf{E}_r \mathbf{V} \mathbf{D}_K$ , 代入式(6)可得其降维表示为

$$\mathbf{Y}_{rS} = \mathbf{A}_r \mathbf{S}_{rS} + \mathbf{E}_{rS} \quad (13)$$

对比式(6)与式(13)可知, 回波信号矩阵由  $M \times NL$  维降至  $M \times K$  维。实际情况下  $K \ll NL$ , 故求解式(13)较求解式(6)运算量显著降低。而且 SVD 本质是一个信号分量积累的过程, 使得在低信噪比条件下能够采用 RMFOCUSS 等重构算法对目标位置有效估计。相同的处理也应用于发射维的目标角度估计。

## 4 运算量分析

本算法的主要运算量包括正交投影、SVD 分解以及 RMFOCUSS 算法每次迭代中包含取逆运算的  $\mathbf{x}_{(k+1)}$  求解<sup>[20]</sup>。对接收目标角度进行正交投影的运算量为  $O(K_r M^2)$ ，其中  $K_r < M$ ；对发射和接收回波信号矩阵进行 SVD 分解的运算量分别为  $O(K_r N^3)$ 、 $O(M^3)$ ；RMFOCUSS 算法每次迭代中  $\mathbf{x}_{(k+1)}$  求解的运算量分别为  $O(K_r P^3)$ 、 $O(Q^3)$ 。而直接采用 RMFOCUSS 算法求解式(3)，每次迭代求  $\mathbf{x}_{(k+1)}$  的运算量为  $O((PQ)^3)$ 。仿真实验中我们取  $M = N = 10$ ， $K_r = 3$ ， $P = Q = 900$ ，显然，与直接处理相比，PSVDRMF 算法较大地降低了运算复杂度，更利于实现。由于本文仿真场景庞大，直接采用 RMFOCUSS 算法求解式(3)的运算量实在太过巨大，已经不切实际，故未在第 5 节给出仿真对比；经小场景实验表明，与直接求解相比本文算法的性能确实有一定程度下降，但两者性能是可比拟的。

## 5 计算机仿真

本节分别在非相干目标及相干目标条件下，通过星座图、误差分析及成功估计概率等实验，将本文方法与 FOMP 方法<sup>[14]</sup>及 PMOMP 算法对比，验证本算法的有效性与优越性。需要说明的是，为了公平，本仿真将文献[14]中 OMP 算法提升为适用于多快拍情况的 MOMP 算法<sup>[15]</sup>进行对比，并且构造基于本文 2 维投影处理而采用文献[14] MOMP 算法的 PMOMP 算法作为中间参考。实验中取快拍数  $L = 20$ ，收发阵元个数  $M = 10$ ， $N = 10$ ，分别在  $[0, 5M\lambda]$ ， $[0, 5N\lambda]$  范围内的  $\lambda/2$  整数倍点上随机均匀分布。目标回波信号服从复高斯分布，且与加性复高斯噪声互不相关。3 个目标位于  $(21^\circ, 7^\circ)$ ， $(35^\circ, 21^\circ)$ ， $(7^\circ, 35^\circ)$  位置，目标观测场景为收发角度  $[0^\circ, 45^\circ]$  范围，分辨单元大小均为  $0.05^\circ$ 。RMFOCUSS 算法的参数<sup>[15]</sup>及其设置如下：为了平衡估计精度与运算时间，正则化因子  $\gamma$  的取值要根据不同信噪比而定，其规则见表 1。

参数  $p$  的选择影响算法的收敛速度与解的稀疏度。 $p = 2$  时给出  $l_2$  范数解， $p < 1$  时则给出稀疏解；收敛的阶数为  $(2 - p)$ ，可见  $p$  的取值越小，算法的收敛速度越快，但也越容易输出局部极小值。实际

中，一般取  $p \in [0.8, 1)$ ，本文仿真中  $p = 0.8$ 。迭代终止参数取  $q = 10^{-2}$ ，表示当信号重构误差小于  $q$  时算法终止。目标信噪比定义为  $10 \lg(P_s / \sigma_n^2)$ ，其中  $P_s$ ， $\sigma_n^2$  分别为目标和噪声功率。衡量估计精度采用均方根误差，定义为

$$\text{RMSE} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I ((\hat{\varphi}_{ki} - \varphi_k)^2 + (\hat{\theta}_{ki} - \theta_k)^2)} \quad (14)$$

其中  $K$  为目标个数， $I$  为蒙特卡罗试验次数， $(\varphi_k, \theta_k)$  为第  $k$  个目标真实位置， $(\hat{\varphi}_{ki}, \hat{\theta}_{ki})$  为第  $i$  次蒙特卡罗试验中第  $k$  个目标位置的估计值。对  $K$  个目标而言，目标成功估计的标准定义为算法输出  $K$  个峰，且每个真实角度与相应估计值误差的绝对值小于一个阈值<sup>[13]</sup>，为了更清楚地比较 3 种算法的性能，仿真中取阈值等于  $0.55^\circ$ 。

### 5.1 非相干目标定位

本实验每次快拍中 3 个目标的 RCS 互不相关。图 1 为 SNR = 10 dB 时分别采用 PMOMP 算法，PSVDRMF 算法及 FMOMP 算法的 10 次蒙特卡罗试验目标位置估计对比。明显看出 PSVDRMF 算法 10 次估计的输出重叠在一起，而采用 MOMP 算法的其他两种方法的每次估计输出有不同程度偏移，说明其估计误差较大，这点在图 2 所示角度估计均方根误差对比中也得到印证。

图 2 中每个信噪比进行 1000 次蒙特卡罗试验，每次实验中目标 RCS 系数变化服从复高斯分布。对比看出，在 SNR < -5 dB 时 3 种方法角度估计误差均较大。随信噪比升高，PSVDRMF 算法明显具有更低的 RMSE。对比同样采用投影处理的两种方法，PSVDRMF 方法估计误差更小的原因是在足够多快拍条件下 FOCUSS 类算法的恢复概率可以达到 100%，而 MP(Matching Pursuit)类算法有一定概率无法恢复原始信号<sup>[15]</sup>，这也导致随信噪比升高 MOMP 类算法的估计性能改善缓慢。对比同样采用 MOMP 算法的两种方法，PMOMP 的估计性能更好，这主要得益于投影处理能够减少目标相互干扰，而 FMOMP 每一维独立估计均存在目标互扰，导致最终输出误差增大。图 3 为各算法成功估计概率随信噪比变化的关系。由于低信噪比下 3 种方法均估计错误，故没有太大可比性，而在 SNR > -5 dB 之后，PSVDRMF 算法的成功估计概率最高，PMOMP 方法稍差，均优于 FMOMP 方法，与图 2 相一致。

表 1 不同 SNR 下  $\gamma$  的取值

SNR(dB)	SNR > 12	6 < SNR ≤ 12	0 < SNR ≤ 6	-6 < SNR ≤ 0	SNR ≤ -6
$\gamma$ 取值	5	10	20	30	50

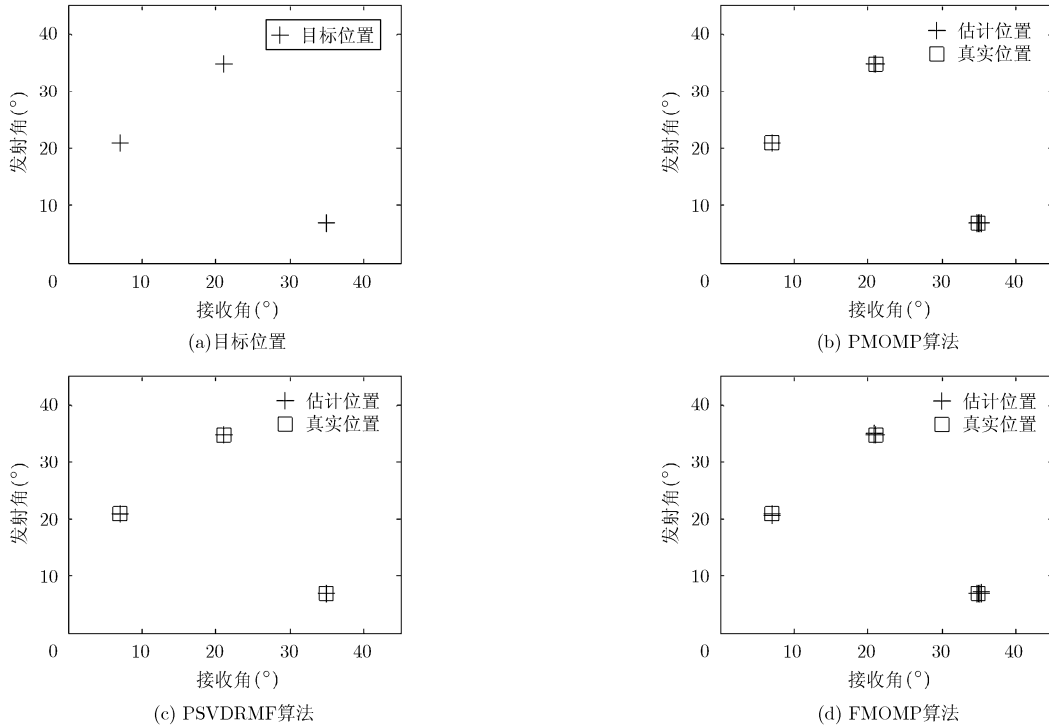


图 1 非相干信号目标角度估计星座图

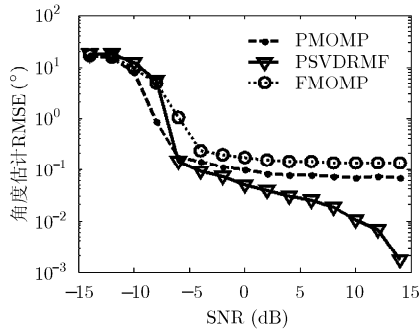


图 2 非相干目标角度估计均方根误差随信噪比变化曲线

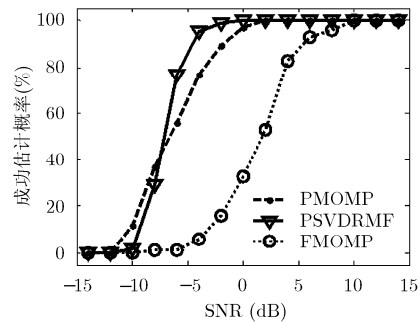


图 3 非相干目标成功估计概率随信噪比变化曲线

### 5.2 相干目标定位

本实验每次快拍中 3 个目标的 RCS 相关, 其他参数设置与非相干目标定位实验相同。图 4 为 SNR = 10 dB 时分别采用 3 种算法的 10 次蒙特卡罗试验目标位置估计对比。图 5 为各算法角度估计均方根误差关于信噪比的变化关系。图 6 为各算法成功估计概率关于信噪比的变化关系。可以看出, 相干目标条件下 PSVDRMF 方法的表现与非相干目标条件下基本类似, 而 MOMP 类方法的成功估计概率劣化明显, 在 14 dB 之内都未能达到 100% 成功估计, 其主要原因是目标间相关性的升高导致了 MP 类算法的恢复出错概率升高, 输出 RMSE 增大最终导致估计概率下降, 这点在图 4 的星座图对比也可看出。

通过以上两个实验对比可知, 与 MOMP 类算

法相比, PSVDRMF 算法对于目标相关性不敏感, 可以稳健地适用于相干与非相干目标。

### 6 结束语

将 CS 应用到双基地 MIMO 雷达目标定位中可以较好地缓解稀疏布阵导致的高旁瓣问题。但经典 CS 算法的运算量随探测范围的扩大和搜索精度的提高而激增, 限制了其实用性。本文 PSVDRMF 算法的提出有效弥补了上述缺陷。该方法通过二维投影处理, 分别估计目标 DOD, DOA, 在保持与直接采用 RMFOCUSS 算法求解相比拟性能的前提下降低了感知矩阵规模, 同时又利用 SVD 分解进行能量积累与进一步降维, 显著降低了运算量, 与 FOMP 快速算法相比具有更好的估计性能, 能够稳健地适用于相干与非相干目标。通过采用更优的重构算法或动态阵列技术<sup>[21]</sup>缓解降维处理对目标稀疏度要求的影响, 值得进一步研究。

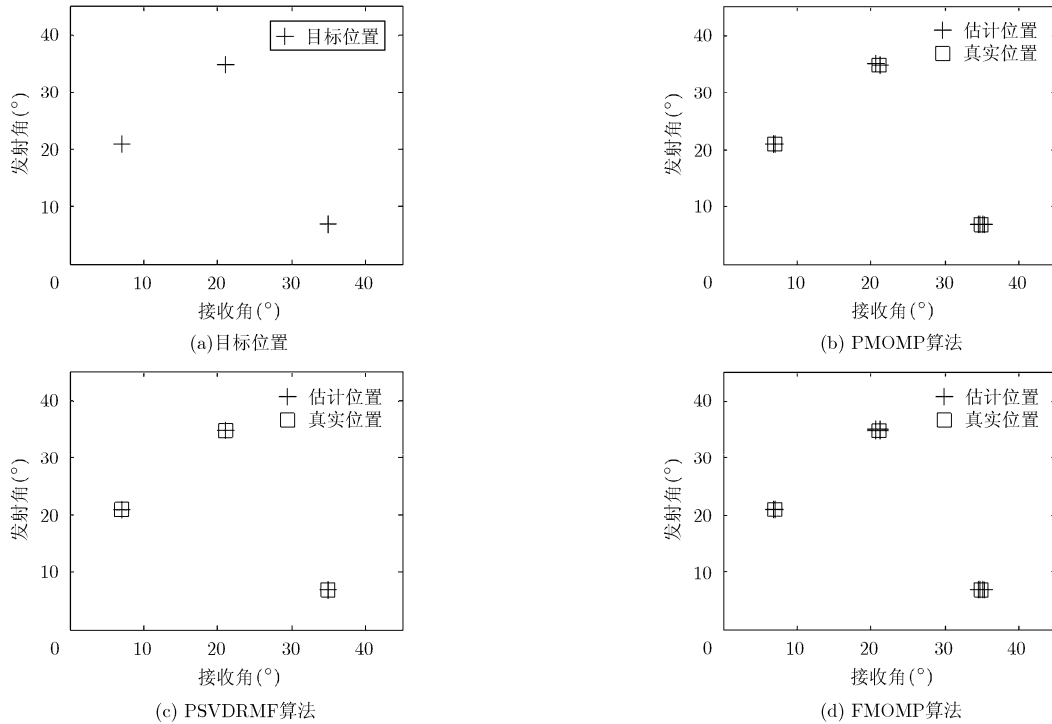


图 4 相干信号目标角度估计星座图

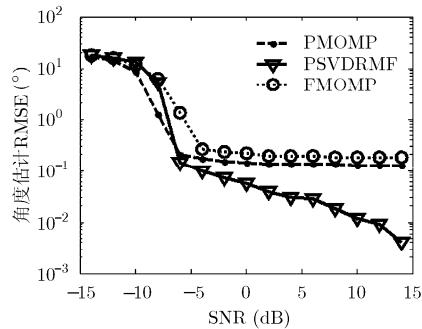


图 5 相干目标角度估计均方根误差随信噪比变化曲线

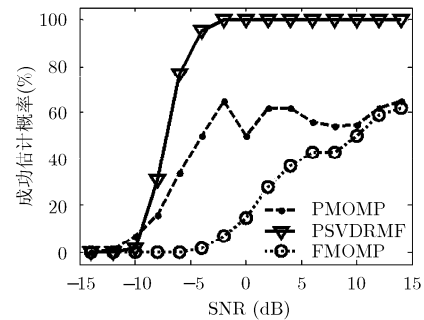


图 6 相干目标成功估计概率随信噪比变化曲线

参 考 文 献

[1] 杨振起, 张永顺, 骆永军. 双(多)基地雷达系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998: 14-19.

[2] Fishier E, Haimovich A, Blum R, et al. Spatial diversity in radars-models and detection performance[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(3): 823-838.

[3] 李建峰, 张小飞, 汪飞. 基于四元数的Root-MUSIC的双基地MIMO雷达中角度估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(2): 300-304.

Li Jian-feng, Zhang Xiao-fei, and Wang Fei. Quaternion root-MUSIC algorithm for angle estimation in bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(2): 300-304.

[4] 程院兵, 顾红, 苏卫民. 一种新的双基地 MIMO 雷达快速多目标定位算法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(2): 313-317.

Cheng Yuan-bing, Gu Hong, and Su Wei-min. A new method for fast multi-target localization in bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(2): 313-317.

[5] Yan Hai-dong, Li Jun, and Liao Gui-sheng. Multitarget identification and localization using bistatic MIMO radar systems[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2008, 2008(48): 1-8.

[6] Zhang Xiao-fei, Xu Ling-yun, Xu Lei, et al. Direction of departure (DOD) and direction of arrival(DOA) estimation in MIMO radar with reduced-dimension MUSIC[J]. *IEEE Communications Letters*, 2010, 14(12): 1161-1163.

[7] 侯颖妮, 李道京, 尹建凤, 等. 基于稀疏综合孔径天线的舰载成像雷达研究[J]. *电子学报*, 2008, 36(12): 2377-2382.

Hou Ying-ni, Li Dao-jing, Yin Jian-feng, et al. Airship imaging radar based on aperture synthesis of thinned array[J].

- Acta Electronica Sinica*, 2008, 36(12): 2377–2382.
- [8] Donoho D I. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306.
- [9] 屈乐乐, 方广有, 杨天虹. 压缩感知理论在频率步进探地雷达偏移成像中的应用[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(1): 21–26.  
Qu Le-le, Fang Guang-you, and Yang Tian-hong. The application of compressed sensing to stepped-frequency ground penetrating radar migration imaging[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(1): 21–26.
- [10] 甘伟, 许录平, 苏哲, 等. 基于贝叶斯假设检验的压缩感知重构[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(11): 2640–2646.  
Gan Wei, Xu Lu-ping, Su Zhe, *et al.* Bayesian hypothesis testing based recovery for compressed sensing[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(11): 2640–2646.
- [11] Wang Ying, Leus G, *et al.* Direction estimation using compressive sampling array processing[C]. 15th IEEE Workshop on Statistical Signal Processing, Cardiff, 2009: 626–629.
- [12] Malioutov D, Cetin M, and Willsky A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(8): 3010–3022.
- [13] Hyder M M and Mahata K. A joint sparse signal representation perspective for target detection using bistatic MIMO radar system[C]. 17th International Conference on Digital Signal Processing, Corfu, 2011: 1–5.
- [14] Liu Y, Wu M Y, and Wu S J. Fast OMP algorithm for 2D angle estimation in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2010, 46(6): 444–445.
- [15] Cotter S F, Rao B D, Engan K, *et al.* Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(7): 2477–2488.
- [16] 李鹏飞, 钟子发, 张旻. 未知信源数目的 DOA 估计方法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(3): 576–581.  
Li Peng-fei, Zhong Zi-fa, and Zhang Min. Direction of arrival estimation methods without sources number[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(3): 576–581.
- [17] Hyder M M and Mahata K. A robust Algorithm for joint-sparse recovery[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2009, 16(12): 1091–1094.
- [18] Cotter S F and Rao B D. Sparse channel estimation via matching pursuit with application to equalization[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2002, 50(3): 374–377.
- [19] Ghaffari A, Babaie-Zadeh M, and Jutten C. Sparse decomposition of two dimensional signals[C]. 2009 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Taipei, 2009: 3157–3160.
- [20] Xia T Q, Zheng Y, Wang Q, *et al.* Adaptive regularized FOCUSS algorithm[C]. 2007 IEEE Radar Conference, Boston, 2007: 282–284.
- [21] Bilik I. Spatial compressive sensing for direction-of-arrival estimation of multiple sources using dynamic sensor arrays[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(3): 1754–1769.
- 孙理: 男, 1985年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理、稀疏阵列 MIMO 雷达成像、压缩感知雷达信号采样与处理等。
- 朱晓华: 男, 1966年生, 教授, 研究方向为雷达系统理论与技术、雷达信号理论与应用、高速实时数字信号处理等。
- 贺亚鹏: 男, 1984年生, 工程师, 研究方向为雷达系统设计、雷达主动遥感等。