

## 基于多尺度极值的一维信号趋势项快速提取方法研究

杨 达<sup>\*①③</sup> 王孝通<sup>①</sup> 徐冠雷<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(大连舰艇学院航海系 大连 116018)

<sup>②</sup>(大连舰艇学院海洋系 大连 116018)

<sup>③</sup>(中国人民解放军 91550 部队 大连 116023)

**摘 要:** 现有 1 维信号趋势项提取算法效率低、并且缺乏适应性和灵活性。该文提出基于多尺度极值的 1 维信号趋势项快速提取方法,充分利用时间序列信号极值点信息,建立信号极值点的二叉树结构,避免了传统经验模式分解(EMD)方法逐层筛选求取内蕴模式函数(IMF)分量的耗时过程,在获得与现有方法趋势项提取精度相当的情况下,极大地提高了计算速度,并且可以直接提取不同层次的趋势。仿真和实际数据实验结果表明:与传统 EMD 趋势项分解方法和趋势滤波方法相比较,计算速度可提高 1 到 2 个数量级。

**关键词:** 信号处理;趋势项;多尺度极值;多分量信号;经验模式分解

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)05-1208-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00960

## Research on 1D Signal Fast Trend Extracting via Multi-scale Extrema

Yang Da<sup>\*①③</sup> Wang Xiao-tong<sup>①</sup> Xu Guan-lei<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(Department of Navigation, Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China)

<sup>②</sup>(Department of Military Oceanography, Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China)

<sup>③</sup>(PLA Unit 91550, Dalian 116023, China)

**Abstract:** Current 1D signal trend extracting methods have such disadvantages as low efficiency, poor flexibility and so on. To overcome these problems, a new method of 1D signal fast trend extracting based on multi-scale extrema is proposed. By making full use of time sequence extrema information to establish a binary tree of multi-scale extrema, it avoids the time-consuming process of obtaining Intrinsic Mode Functions (IMFs) via iteratively sifting in traditional Empirical Mode Decomposition (EMD) method. While obtaining similar results, it greatly improves the computation speed, and it could extract the trend of different scales directly. Simulated and practical signal experiments demonstrates the effectiveness of this approach. By comparing with traditional EMD method and trend filtering method, the results show that the approach could achieve 1 or 2 order of magnitude speedups.

**Key words:** Signal processing; Trend; Multi-scale extrema; Multicomponent signal; Empirical Mode Decomposition (EMD)

### 1 引言

工程实际获取的各种时间序列信号,通常包含平缓变化的信号分量,或称信号趋势项<sup>[1]</sup>。趋势项提取是时间序列分析的重要内容,现有的趋势项提取方法有<sup>[2]</sup>:基于模型的方法(MBA)、非参数线性滤波、奇异谱分析(SSA)、基于小波的方法、基于经验模式分解(EMD)的方法等。MBA 方法通常采用 ARIMA 模型或状态空间模型,通过对模型参数进

行识别获得信号趋势项。非参数滤波方法(如: Henderson, LOESS 和 Hodrick-Prescott 滤波器)不需要指定模型类型,但需要调整和优化。基于小波的趋势提取方法,需要预先选择小波基和分解的层数。EMD 趋势提取方法对数据是自适应的,其基本思想是<sup>[3-5]</sup>:随着内蕴模式函数(IMF)分解层数的增加,对应分量的频率逐渐降低,根据 EMD 分解收敛条件,分解余量频率最低,为单调函数或最多只有一个极值点,周期大于信号的记录长度,因此可以将分解余量作为趋势项。根据不同应用,趋势的具体定义不同,可以将 EMD 方法得到的趋势项定义推广——将趋势项定义为所有小于指定频率的

2012-07-23 收到, 2012-12-28 改回

国家自然科学基金(60975016, 61002052, 61250006)资助课题

\*通信作者: 杨达 yangda1977@163.com

IMF 分量的和<sup>[6-9]</sup>。2011年,文献[6]根据各层 IMF 分量之间的频率以及能量的统计特性,提出了自动判断构成趋势量的 IMF 分量的方法<sup>[10-12]</sup>。

但是,传统EMD趋势项提取方法必须逐层进行EMD分解,缺乏灵活性,并且分解效率低。在多级极值点<sup>[13,14]</sup>的基础上,本文从不同尺度极值的角度,建立信号极值点的二叉树结构,提出基于多尺度极值的1维信号趋势提取方法(Trend Extracting via Multi-Scale Extrema, TEMSE)。该方法充分利用时间序列极值点的信息,避免逐层筛选求取IMF分量的耗时过程,能在获得与当前主流趋势提取方法效果相当的情况下,极大地提高计算速度。

## 2 多尺度极值的二叉树结构

在EMD方法中,信号的极值点既是不同时间尺度的定义工具,也是获取与相应时间尺度对应的信号局部均值的工具——低频滤波工具。文献[4]指出,定义趋势项必须有与其相联系的一个时间尺度。利用不同时间尺度的极值来提取信号趋势项是新的思路。在多级极值点<sup>[13,14]</sup>的基础上,下面先给出多尺度极值的定义:

由  $m$  个单分量信号  $f_i(t)(i=1,2,\dots,m)$  构成的多分量信号  $f(t) = \sum_{i=1}^m f_i(t)$ , 其能量有限, 带宽为  $B$ , 时宽为  $T$ 。由  $f(t)$  所有局部极大值点构成极大值点集  $S_{(1,1)}$ :

$$S_{(1,1)} = \{s_{\max,r} \mid s_{\max,r} = f(t_r) \cap f'(t_r) = 0 \cap f''(t_r) < 0\}_{t_r \in T} \quad (1)$$

由  $f(t)$  所有局部极小值点构成极小值点集  $S_{(1,2)}$ :

$$S_{(1,2)} = \{s_{\min,l} \mid s_{\min,l} = f(t_l) \cap f'(t_l) = 0 \cap f''(t_l) > 0\}_{t_l \in T} \quad (2)$$

其中  $S_{(1,1)}$  和  $S_{(1,2)}$  称为一级极值点集。

从  $S_{(1,1)}$  中寻找局部极大值点构成极大极大点集  $S_{(2,1)}$ , 即

$$S_{(2,1)} = \{s_{\max \max,i} \mid s_{\max \max,i} = s_{\max,r} \cap s_{\max,r} > s_{\max,r-1} \cap s_{\max,r} > s_{\max,r+1}\} \quad (3)$$

从  $S_{(1,1)}$  中寻找局部极小值点构成极大极小点集  $S_{(2,2)}$ , 即

$$S_{(2,2)} = \{s_{\max \min,i} \mid s_{\max \min,i} = s_{\max,r} \cap s_{\max,r} < s_{\max,r-1} \cap s_{\max,r} < s_{\max,r+1}\} \quad (4)$$

同理, 从  $S_{(1,2)}$  中寻找局部极大值点和局部极小值点分别构成极小极大点集  $S_{(2,3)}$  和极小极小点集  $S_{(2,4)}$ , 即

$$S_{(2,3)} = \{s_{\min \max,i} \mid s_{\min \max,i} = s_{\min,l} \cap s_{\min,l} > s_{\min,l-1} \cap s_{\min,l} > s_{\min,l+1}\} \quad (5)$$

$$S_{(2,4)} = \{s_{\min \min,i} \mid s_{\min \min,i} = s_{\min,l} \cap s_{\min,l} < s_{\min,l-1} \cap s_{\min,l} < s_{\min,l+1}\} \quad (6)$$

其中  $S_{(2,1)}, S_{(2,2)}, S_{(2,3)}, S_{(2,4)}$  称为二级极值点集。

依此类推, 每一个极值点集合又可进一步划分为下一级的两个极值点子集, 即第  $i$  级 ( $i=1,2,\dots,n$ , 其中  $n$  为最高级极值点的级数) 极值点集  $S_i$  可划分为  $2^i$  个极值点子集, 因此, 信号  $f(t)$  的多级极值点集可表示为  $S_m = \{S_i\} = \{S_{(i,j)}\}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ;  $j=1,2,\dots,2^i$ 。其中,  $S_{(i,j)}$  表示第  $i$  级极值点集中的第  $j$  个极值点子集。由此可建立信号极值点的二叉树结构, 如图 1 所示。当  $j$  取  $1,2,\dots,2^i$  时,  $S_{(i,j)}$  按照二叉树结构第  $i$  级各节点从左到右的顺序表示各极值点子集。

随着极值点级数  $i$  的增大, 极值点集合中相邻极值点间的距离由小到大逐渐增加, 即对原始信号  $f(t)$  进行采样时的时间尺度也由小到大逐渐增加, 因此, 我们将信号的多级极值也称为多尺度极值。

## 3 多尺度极值趋势提取方法

人们判断信号的趋势, 首先会找到该信号各处最大值的最大值和最小值的最小值这些点, 然后分别连接这些点形成信号的最外层的上下包络线, 这两条包络线的走向就指示出了信号粗略的趋势, 这

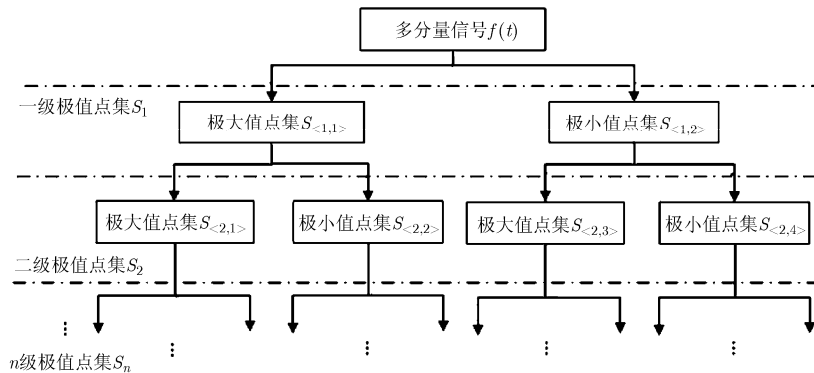


图 1 信号极值点的二叉树结构

就是多尺度极值趋势项提取方法的基本思路：通过建立多尺度极值的二叉树结构，只要求出倒数第2级或倒数第3级极值点集的各极值点子集插值信号的均值，就可得到信号的趋势项。该方法的关键是多级极值点查找、端点效应抑制、趋势提取以及正确性评估。

### 3.1 多级极值点的查找

EMD方法要求分解出的IMF信号是局部对称的，同样本方法要求除最高级极值点集 $S_n$ 外的多尺度极值二叉树是满二叉树，从而保证第 $i$ 级极值点集的子集 $S_{(i,j)}$ 形成的上下包络是关于信号 $f(t)$ 对称存在的。由于求极值点要求数据大于等于3个点，因此按照多尺度极值的二叉树结构查找极值点的停止条件是：极值点子集 $S_{(i,j)}$ 的元素数目小于3，并且此时的 $i$ 值就是信号 $f(t)$ 多尺度极值的最高级数。

### 3.2 端点效应的抑制

利用三次样条插值求包络，由于信号的始末端点以外的数据未知，无法确定始末端点处的插值结果，导致求得的包络曲线在信号始末端点处出现很大的摆动，并且这个现象随着极值点所在级数的增加会变得更加严重，以致于所求的整个包络出现错误，这种现象称之为端点效应。

抑制端点效应的常用方法是对信号两端的数据进行延拓<sup>[15,16]</sup>。为了保证延拓数据的趋势与原信号在始末端点处的趋势尽量一致，并且延拓效果对数据具有自适应性，采用如下延拓原则：

(1)根据原信号数据长度 $N$ ，按一定比例确定延拓数据长度 $y_{tn}$ ，例如，在原信号始末端分别延拓原信号长度的1/4或1/8。

(2)原信号初始端延拓：将原信号初始端 $y_{tn}$ 长度的数据，进行关于某个点 $O_{left}(1, y_{Oleft})$ 的原点对称作为延拓数据，其中纵坐标 $y_{Oleft}$ 由第(3)原则确定。

(3)原信号第1个数据可能靠近过零点，也可能靠近极大值点或是极小值点，为了减小延拓数据纵向错位的影响， $y_{Oleft}$ 采用前 $k$ 对一级极大值点和一级极小值点数据的平均值作为对初始端对称点纵坐标的估计。极值点对数 $k$ 的大小根据原信号数据长度 $N$ 的大小确定， $N$ 小， $k$ 就小， $N$ 大， $k$ 就大，但 $k$ 不应超过6或8(相当与最小尺度振荡的5.5个或7.5个波长)。

(4)同样，以初始端的延拓原则延拓原信号末端的数据。

### 3.3 趋势的提取和正确性的判断

找出延拓后信号数据的多尺度极值点集 $S_m$ ，多尺度极值的最高级数设为 $n$ 。由于多尺度极值的最高级极值点子集元素太少，甚至为空集，无法获得

包络及其均值，因此趋势项提取从次高级(二叉树的倒数第2级即 $i = n - 1$ 级)极值点集开始，具体步骤如下：

(1)令 $i = n - 1$ ；

(2)若 $i = 1$ ，则第1级极大值和极小值包络曲线的均值就是信号趋势，转到(6)；

(3)若 $i > 1$ ，则从 $S_m$ 的第 $i$ 级先选出 $p$ 对极值点子集 $(S_{(i,1)}, S_{(i,2^i)}), (S_{(i,2)}, S_{(i,2^{i-1})}), \dots, (S_{(i,p)}, S_{(i,2^{i-p+1})})$ ，求出它们的插值曲线均值的平均曲线 $\mathbf{m1}$ ；再选出 $p$ 对极值点子集 $(S_{(i,2^{i-1})}, S_{(i,2^{i-1}+1)}), (S_{(i,2^{i-1}-1)}, S_{(i,2^{i-1}+2)}), \dots, (S_{(i,2^{i-1}-p+1)}, S_{(i,2^{i-1}+p)})$ ，求出它们的插值曲线均值的平均曲线 $\mathbf{m2}$ ，最后求出 $\mathbf{m1}$ 和 $\mathbf{m2}$ 的均值曲线 $\mathbf{mm}$ ，这个3均值曲线作为3个待选趋势。转到(4)。使用 $2p$ 对极值点子集插值曲线的平均是为了减小端点效应的影响，并使得到的趋势更加平滑。 $p$ 值依据 $i$ 值而选取，当 $i \leq 5$ 时， $p = 2^{i-2}$ ；当 $i > 5$ 时， $p = 8$ 或 $16$ 即可(更大的 $p$ 对结果没有明显改善)。

(4)由 $n - 1$ 级极值点获得的包络均值可能出现端点效应，导致超出误差接受范围的趋势结果，因此还需要对其正确性进行判断。判断的方法是：以 $n - 2$ 级极值点集中的一对极值点子集 $(S_{(i-1,2^{i-2})}, S_{(i-1,2^{i-2}+1)})$ 的插值曲线均值作为标准曲线 $s$ ，以这两条插值曲线之间的平均振幅的某一倍数作为指标 $a$ (指定的精度)，判断 $\mathbf{mm}$ 、 $\mathbf{m1}$ 和 $\mathbf{m2}$ 在原信号始末两个端点处的值与标准曲线 $s$ 在原信号始末两端点处的偏差是否在指标 $a$ 范围内。若经过判断， $\mathbf{mm}$ 是正确的，则将 $\mathbf{mm}$ 作为信号趋势，转到(6)；否则，若判断 $\mathbf{m1}$ 和 $\mathbf{m2}$ 其中之一是正确的，则将该曲线 $\mathbf{m1}$ 或 $\mathbf{m2}$ 作为信号趋势，转到(6)；若3个待选趋势都不正确，表明 $\mathbf{mm}$ 、 $\mathbf{m1}$ 和 $\mathbf{m2}$ 都存在较大的端点效应，则转到(5)；

(5) $i = n - 2$ ，由第 $i$ 级极值点集按照(2)、(3)求包络均值的平均，得到趋势项；

(6)在提取趋势后，再截取实际数据段以内的结果作为最终结果。

与传统基于EMD提取趋势的方法相比，本文方法的本质是由求信号多尺度极值的过程代替了EMD逐层叠代求取各IMF分量的过程，由对某一级极值点集中不同子集的一次插值取平均代替了EMD筛选IMF分量的耗时过程，因此能够以很高的效率提取出信号的趋势。

## 4 实验分析

**实验条件** EMD方法所用的程序是由Rilling G编写的matlab程序(2007年3月版本)，文献[6]方法所用程序从<http://perso.ens-lyon.fr/patrick>。

flandrin/下载。硬件配置：Intel Core Duo CPU，主频 2.13 GHz，内存 4 GB。

(1) 仿真数据<sup>[17,18]</sup> 利用式(7)构造含有不同趋势项的随机离散时域信号：

$$y(k) = x(k) + t(k), \quad k = 1, \dots, N \quad (7)$$

其中  $x(k)$  是零均值的随机噪声时间序列， $t(k)$  为如下 4 种趋势项：

(a) 线性趋势：

$$t(k) = 1 + 0.02kT_s \quad (8)$$

(b) 3 次多项式趋势项：

$$t(k) = 2 + 0.02kT_s + 5 \times 10^{-4}(kT_s)^2 + 2 \times 10^{-6}(kT_s)^3 \quad (9)$$

(c) 指数趋势：

$$t(k) = 0.3e^{0.02kT_s} \quad (10)$$

(d) 周期趋势：

$$t(k) = 3 \sin(0.2kT_s) \quad (11)$$

信号记录时间为 80 s，采样时间间隔  $T_s$  为 0.01 s。

另外，为说明本文方法的灵活性，构造如下信号：

$$z(k) = \sin(2\pi \times 30kT_s) + \sin(2\pi \times 60kT_s) + \lg(k+1), \quad k = 1, \dots, N \quad (12)$$

信号记录时间为 5 s，采样时间间隔  $T_s$  为 0.001 s。

(2) 实测数据 实际数据 1<sup>[6]</sup>：美国 NOAA 发布的 1958 年 3 月到 2012 年 5 月的夏威夷某处月平均 CO<sub>2</sub> 含量数据(可由 ftp://ftp.cmdl.noaa.gov/ccg/co2/trends/co2\_mm\_mlo.txt 下载)。

实际数据 2<sup>[2]</sup>：FRB 发布的 1972 年 1 月到 2005 年 10 月的美国工业用电量数据(从 FRB 网站 http://www.federalreserve.gov/ 下载 kwh\_nsa.txt 文件)。

实验结果与分析 如图 2 所示，本文方法对

线性趋势、多项式趋势、指数趋势和周期趋势这几种常见趋势类型都可获得比较准确的结果。

对于随机数据序列，由于这几种方法每次分解结果都存在一定的端点效应影响，结果不稳定，因此本文方法趋势提取精度与其它方法的比较采用 10 次趋势提取误差的平均结果给出，如表 1 所示，其中计算方法如式(13)：

$$MSE = \sum_{i=1}^{10} \sigma_i / 10, \quad \sigma_i = \sqrt{\sum_{j=1}^N (\hat{t}(k) - t(k))^2}, \quad i=1, \dots, 10 \quad (13)$$

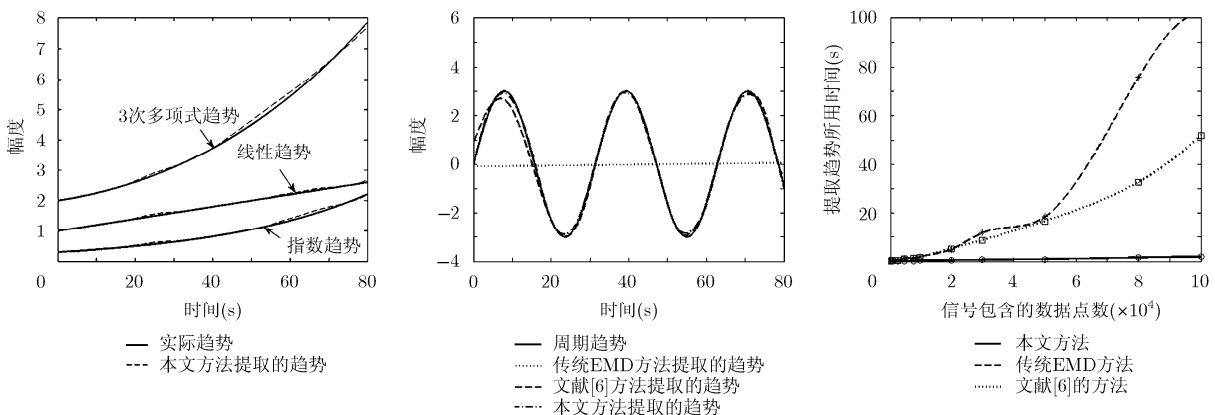
由表 1 可见，本文方法对实例中的线性趋势、多项式趋势和指数趋势的提取精度与传统 EMD 方法和文献[6]方法的结果相当，具有同一数量级。对周期趋势和对数趋势的提取精度接近或达到了这 3 种方法的最佳结果。

图 3 是 3 种方法对模拟的指数趋势信号提取(不失一般性)所需时间随信号长度增加的变化曲线，由此可以看到，本文方法在计算效率方面有明显的优势，并且随着信号长度的增加，这种优势更加显著。表 2 列出了图 3 的部分数据。

表 3 列出了指数趋势信号的长度与相应的多尺度极值点最高级数的数据，表 4 列出了长度为 100000 个采样点的指数趋势信号极值点总数及各子集中包含的平均极值点数目。对于非平稳信号，随着数据长度的增加，极值点级数增加很慢，并且下一级极值点数比上一级的极值点数快速减少，而且最多只需几十次样条插值求包络取平均操作。

图 4 和图 5 是 3 种方法对实际数据趋势提取的结果，可以看出，本文方法对实际数据的趋势提取也有很好的效果。

图 6 给出了 3 种方法对信号  $z(k)$  趋势提取的灵活性的比较。图 6(a)是传统 EMD 方法经过逐级分



(a) 本文方法提取的趋势与仿真信号实际趋势的比较 (b) 几种方法提取的周期趋势与实际趋势比较

图 2 本文方法提取的趋势与仿真信号实际趋势的比较

图 3 本文方法与其它方法计算速度比较

表1 本文方法趋势提取精度与其它方法的比较(均方差)

方法	趋势类型				
	线性趋势	3次多项式趋势	指数趋势	周期趋势	对数趋势
传统EMD方法	3.485	<b>4.996</b>	3.638	131.689	20.006
文献[6]方法	<b>3.474</b>	5.071	<b>3.501</b>	<b>10.830</b>	50.119
本文方法	5.143	7.299	5.377	25.866	<b>15.977</b>

表2 本文方法与其它方法提取趋势所需时间的比较(s)

方法	信号长度(点数)									
	500	3000	5000	8000	10000	20000	30000	50000	80000	100000
传统EMD方法	0.160	0.418	1.255	1.246	1.826	4.986	11.412	18.742	76.689	103.702
文献[6]方法	0.152	0.437	1.044	1.256	1.739	5.191	8.561	16.731	33.070	51.868
本文方法	<b>0.081</b>	<b>0.053</b>	<b>0.173</b>	<b>0.153</b>	<b>0.261</b>	<b>0.309</b>	<b>0.441</b>	<b>0.765</b>	<b>1.425</b>	<b>1.776</b>

表3 信号长度与对应的信号多尺度极值点最高级数

信号长度(点数)	500	3000	5000	8000	10000	20000	30000	50000	80000	100000
多尺度极值点最高级数	5	6	7	7	7	8	8	9	9	9

表4 信号各级极值点集包含的极值点数目和各级局部极值点子集的平均极值点数目

信号极值点级数 $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
第 $i$ 级极值点集中包含的极值点数目	66467	43872	28785	18969	12473	8124	5236	3189	1671
第 $i$ 级局部极值点子集包含的平均极值点数目	33234	10968	3598	1186	390	127	41	12	3

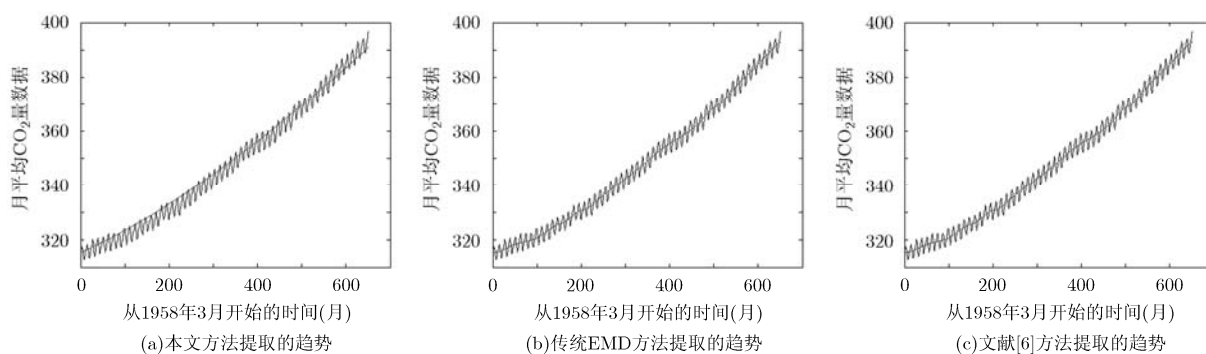


图4 3种方法提取实际数据2趋势的比较

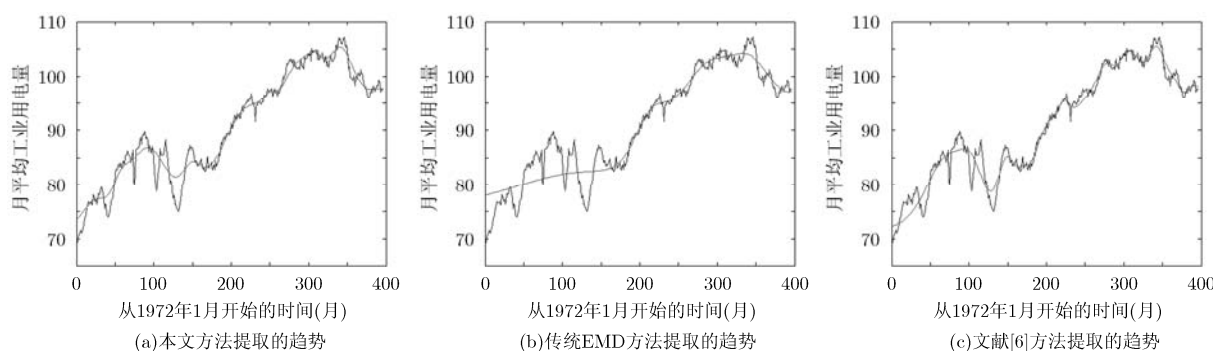


图5 3种方法提取实际数据1趋势的比较

解得到的信号  $z(k)$  的最终趋势。传统 EMD 方法只有在得到最大尺度的趋势后才可能求得某一指定尺度的趋势<sup>[7]</sup>。由图 6(b)可以看出,文献[6]的方法通过各层 IMF 分量之间的统计规律自动得到的趋势只能是固定的某一尺度的趋势,并且有可能不是最大尺度的趋势。本文方法可以自动得到最大尺度的趋势,如图 6(c)所示,并且在得到信号的多尺度极值点集后,可以直接求取指定尺度(对应于多级极值点的某一级)的趋势,如图 6(d)所示,而不必逐层分解或必需先得到最大尺度的趋势。

## 5 结束语

本文给出了信号多尺度极值点集的概念,并提出 1 维信号趋势的多尺度极值快速提取方法。该方法通过构造多尺度极值的二叉树结构,由求信号多尺度极值的过程代替了 EMD 逐层叠代求取各 IMF 分量的过程,由对某一级极值点集中不同子集的一次插值取平均代替了 EMD 筛选 IMF 分量的耗时过程,在获得与当前主流趋势项提取方法效果相当的

情况下,极大提高了提取信号趋势项的效率,而且可以直接求取指定尺度(对应于多级极值点的某一级)的趋势,而不必逐层分解或必需先得到最大尺度的趋势,同时具有 EMD 对数据的自适应性。通过仿真和实测数据的实验,结果表明:本文方法计算速度提高到了 1 到 2 个数量级,并可一次性提取不同层次的趋势项。

但是,本文方法在理论上有待进一步严格证明,其延拓方法应考虑较大尺度极值点的分布情况,其中算法的一些参数有待更多实际数据检验优化。还有,当偶尔出现的端点效应影响超出误差接受范围时,本文方法采取用上一级更小尺度的趋势作为求其次的策略,有可能通过抑制端点效应的更合理方法,或通过对上一级小尺度趋势再求包络取平均的方法加以改善。另外,本文方法提取趋势项主要是依据信号的极值点,适用于在整个信号范围内极值点都比较丰富的信号,不适用只存在大量拐点而缺乏极值点的信号。

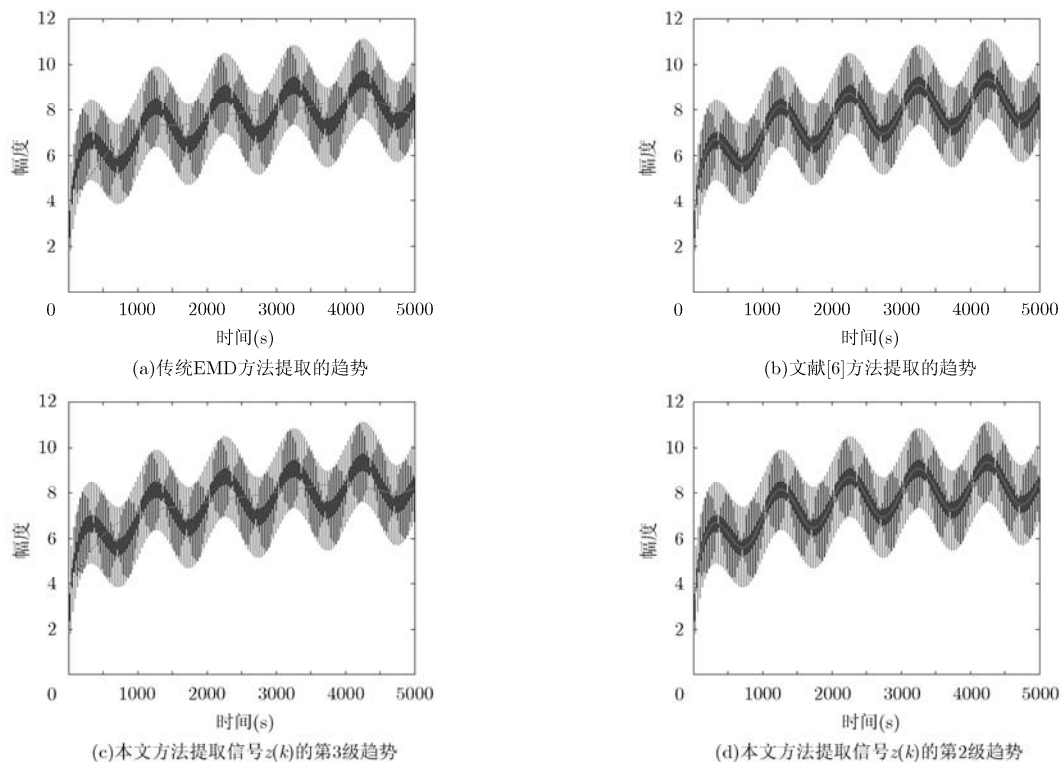


图 6 3 种方法提取信号  $z(k)$  趋势的比较

## 参 考 文 献

- [1] Bendat J S and Pieisol A G. Random Data: Analysis and Measurement Procedures[M]. Second Edition, New York: John Wiley & Sons, 1986: 396-398.
- [2] Alexandrov T, Bianconcini S, Dagum E B, *et al.* A review of

some modern approaches to the problem of trend extraction [R]. Research Report Series, Statistics #2008-3, Statistical Research Division, US, Census Bureau, Washington.

- [3] Huang N E, Shen Z, Long S R, *et al.* The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and

- nonstationary time series analysis[J]. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, 1998, 454: 903-995.
- [4] Wu Z, Huang N E, Long S Peng, *et al.* On the trend, detrending, and variability of nonlinear and nonstationary time series[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2007, 104(38): 14889-14894.
- [5] 罗迎, 柏又青, 张群, 等. 弹道目标平动补偿与微多普勒特征提取方法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(3): 602-608  
Luo Ying, Bai You-qing, Zhang Qun, *et al.* Translational motion compensation and micro-Doppler feature extraction of ballistic targets[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(3): 602-608.
- [6] Moghtaderi A, Flandrin P, and Borgnat P. Trend filtering via empirical mode decompositions[OL]. <http://hal-ens-lyon.archives-ouvertes.fr/ensl-00565293>. 2011.
- [7] Flandrin P, Gon P, and Rilling G. Detrending and denoising with empirical mode decompositions[C]. *Proceedings of EUSIPCO-04, Vienna, Austria*, 2004: 1581-1584.
- [8] 朱学锋, 韩宁. 基于经验模态分解的非平稳信号趋势项消除[J]. *飞行器测控学报*, 2012, 31(1): 65-70.  
Zhu Xue-feng and Han-ning. Removal of non-stationary signal trend items by empirical mode decomposition[J]. *Journal of Spacecraft TT&C Technology*, 2012, 31(1): 65-70.
- [9] Yang Zhi-jing, Bingham C, Ling W K, *et al.* Trend extraction based on Hilbert-Huang transform[C]. 2012 8th International Symposium on Communication Systems, Networks & Digital Signal Processing (CSNDSP), Poznan, Poland, July 18-20, 2012: 1-5.
- [10] Yang Zhi jing, Bingham C, Ling W K, *et al.* Trend extraction using empirical mode decomposition and nonuniform filter banks, with industry application[OL]. <http://dx.doi.org/10.1115/1.859896.paper76>. 2011.
- [11] Christian F and Woollings T. On the persistence and predictability properties of north atlantic climate variability [J]. *Climate*, 2011, 24(2): 466-472.
- [12] Dong Yu-hua and Zhang Jun-xing. Trend extraction in vibration signal based on EMD[J]. *Advanced Materials Research*, 2012, 459(1): 377-380.
- [13] 徐冠雷, 王孝通, 徐晓刚, 等. 多分量到单分量可用 EMD 分解的条件及判据[J]. *自然科学进展*, 2006, 16(10): 1356-1360.
- [14] Xu Guan-lei, Wang Xiao-tong, Xu Xiao-gang, *et al.* Improved EMD for the analysis of FM signals[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 33(11): 181-196.
- [15] 胡维平, 莫家玲, 龚英姬, 等. 经验模态分解中多种边界处理方法的比较研究[J]. *电子与信息学报*, 2007, 29(6): 1394-1398.  
Hu Wei-ping, Mo Jia-ling, Gong Ying-ji, *et al.* Methods for mitigation of end effect in empirical mode decomposition: a quantitative comparison[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(6): 1394-1398.
- [16] 钟佑明, 赵强, 周建庭. 一种基于本征波匹配的 EMD 边界处理方法[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(1): 16-19.  
Zhong You-ming, Zhao Qiang, and Zhou Jian-ting. A method for EMD boundary processing based on intrinsic wave matching[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(1): 16-19.
- [17] 李卿. EMD 时频分析方法的研究与应用[D]. [硕士学位论文], 华中师范大学, 2008.  
Li Qing. Reseach and application of time-frequency analysis method based on empirical mode decomposition. [D]. [Master dissertation], Central China Normal University. 2008.
- [18] 李振兴. 结合经验模态分解的振动信号趋势项提取方法[J]. *飞行器测控学报*, 2011, 30(1): 56-60.  
Li Zhen-xing. Method of vibration signal trend extraction combined by EMD[J]. *Journal of Spacecraft TT&C Technology*, 2011, 30(1): 56-60.
- 杨 达: 男, 1977 年生, 博士生, 工程师, 研究方向为视频图像处理、光电测控系统。
- 王孝通: 男, 1962 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为图像处理、计算机仿真、电子海图等。
- 徐冠雷: 男, 1978 年生, 博士, 讲师, 研究方向海洋气象和信息处理、图像处理。