# 基于二阶伏特拉级数模型的心脏运动信号快速最小二乘估计

梁 帜<sup>\*①</sup> 孟晓风<sup>①</sup> 余 肠<sup>②</sup> <sup>①</sup>(北京航空航天大学仪器光电学院 北京 100091) <sup>②</sup>(德州理工大学 Rawls 商学院 美国 德克萨斯 拉伯克 79409)

**摘 要:**心脏手术辅助机器人动态地消除心脏表面手术点与手术工具之间的相对运动,帮助医生在心脏不停跳的情况下完成手术并且极大减小病人术后并发症的影响。由于心脏运动的高带宽、非平稳、非线性的特点,机器人很难快速准确跟踪心脏运动。针对这一问题,该文首先通过双谱分析了解到心脏信号具有明显的源于心跳与呼吸运动相互耦合的非线性特征。接着提出基于非线性二阶伏特拉(Volterra)级数模型心脏运动快速预测算法,为控制算法提供参考信号的超前预测值。采用非线性模型描述心脏运动更加精确地表达了心脏运动的物理本质,快速最小二乘算法保证了系统的实时性。对比实验结果表明,非线性预测算法在均方误差方面优于以往的线性预测算法,大大减小了预测误差,提高了手术机器人相对运动消除能力。

 关键词:心脏运动估计;心脏运动跟踪;心脏运动非线性模型;手术辅助机器人;二阶伏特拉级数;二次相位耦合

 中图分类号:R541;TP242.6
 文献标识码:A
 文章编号:1009-5896(2013)03-0639-06

 DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00866

# Second Order Volterra Series Model Based Fast Least Square Method for Heart Motion Prediction

 $Liang Fan^{(1)}$  Meng Xiao-feng<sup>(1)</sup> Yu Yang<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>(School of Instrumentation Science & Opto-electronics Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

<sup>(2)</sup> (Information Systems and Quantitative Sciences Rawls College of Business at Texas Tech University

 $P.O. \ Box \ 42101, \ Lubbock, \ TX \ 79409\text{-}2101, \ USA)$ 

Abstract: The surgery assisted robotic tool helps the surgeon to cancel the relative motion between the beating heart and robotic tool, keeping the heart beating during the surgery, which will lessen post surgery complications for patients. Due to the highly irregular and non-stationary nature of heart motion, the robot is hard to track the beating heart motion. To solve this problem, a characteristic analysis of 3D heart motion data through Bi-spectral tool is used to demonstrate the nonlinearity of coupling between respiration and heartbeat in heart motion. Then an nonlinear Second order Volterra Series (SVS) based fast least square prediction algorithm is proposed to provide the future reference to the controller. The nonlinear model would accurately describe the heart motion and the fast least square algorithm would satisfy the real time needs. The comparative experiment results indicate that the proposed adaptive nonlinear heart motion cancellation ability of the robot is enhanced and prediction error is largely reduced.

Key words: Heart motion prediction; Heart motion tracking; Heart motion nonlinear model; Surgery-assisted robotics; Second order Volterra Series (SVS); Quadratic phase coupling

## 1 引言

机器人技术的发展使心脏不停跳的非体外循环 旁路移植手术成为了可能,不但减小了因为心脏停 跳带来的并发症<sup>[1]</sup>,而且解决了由于心脏的快速运动 使医生无法手工完成手术<sup>[2]</sup>的难题。手术辅助机器人 系统的工作是跟踪心脏运动,即消除心脏表面手术 点与手术工具之间的相对运动,提供给医生一个静

2012-07-09 收到, 2012-11-14 改回

国家自然科学基金创新群体项目(61121003)资助课题 \*通信作者:梁帆 bachelormd10@gmail.com 止手术场景以完成医疗操作。由于心脏运动高带宽, 非线性强的特点,要求机器人的跟踪能力不但要具 备准确性而且要具备快速性。准确性方面,在心脏 旁路移植手术中医生操作血管的直径范围在0.5-2.0 mm,为了保证安全手术,动态误差要保持在血管直 径的1%以内,也就是动态跟踪的误差要保持在小于 100 μm 的范围内<sup>[3]</sup>。快速性方面,心脏信号的带宽 很高,以至于传统的反馈控制无法满足快速跟踪的 要求。文献[3]指出对心脏信号的超前预测是必要的, 文献[4]也指出如果预测能足够快速而且精确,提高 心脏信号的预测精度就可以提高跟踪控制精度。在 此说明,本文所研究是从提高心脏信号的预测性能 来提高整个机器人系统的跟踪性能,本文实验的结 果仅是信号的预测结果并不是最终的跟踪控制的结 果。

在众多的预测算法中可分为无模型预测算法, 基于时域模型算法与基于频域模型算法。文献[5]提 出无模型的预测算法,根据 Takens 理论<sup>[6]</sup>,论述了 通过系统输出的测量数据重建系统的动态过程。系 统未来的预测值,则通过对当前测量数据不同权重 的配比得出。在基于频域模型的预测算法中, 文献 [7.8]均提出模型基于心脏运动的周期性,将呼吸与 心跳两个运动分量分别表示成傅里叶展开的形式, 总信号即两部分之和。并且对傅里叶系数和频率进 行在线估计。在基于时域模型的预测算法中, 文献 [9-13]共同提出将心脏信号的扰动变化用粘弹性模 型补偿,以提高对心脏运动的估计。文献[14,15]将 心脏运动用其表面的物理模型表示,并且将模型的 不确定性包含在坐标转换处理中。文献[16-18]用薄 板样条变形模型来表示心脏表面的运动,模型本身 包含不确定性的处理。文献[19]提出,心脏信号是近 似周期的,周期之间信号的变化是很微小的,作者 利用这个微小的变化建立模型对前一周期的信号进 行补偿已得到当前周期的预测值。并且利用 ECG 提 供的信息对心脏运动的周期进行更新。文献[20]利用 线性自回归模型对心脏数据建模并且结合自适应滤 波理论对模型参数实时更新,以表达心脏信号非周 期的特点。

在以往文献中的3类预测算法均基于线性模型, 其局限性在于线性模型无法完整地描述心脏运动的 特征,忽略了导致心脏运动周期非平稳变化的真正 原因。最终得到的信号预测误差偏大。因此,本文 首先提出用双谱工具来分析心脏运动的特点,结果 表明心脏运动中存在明显的非线性耦合现象。同时 提出一种新颖的基于时域非线性模型的心脏运动预 测方法,其中将呼吸运动与心跳运动的耦合项用伏 特拉(Volterra)级数中的平方项描述,利用非线性回 归完成对心脏运动的预测。为了减小计算量保证系 统的实时性,文中引入了非线性Lattice结构的快速 最小二乘算法。最终应用预先采集的心脏运动数据 通过比较试验,文中算法得到了验证。

# 2 心脏信号的非线性双谱分析

在双谱分析之前,首先研究一下心脏信号的物 理本质。在文献[21]的研究中指出,心脏表面某点的 运动描述为多个相互耦合的振子的合成运动,其动 态方程由式(1)表示:

$$\frac{d\boldsymbol{X}_{i}}{dt} = F(\boldsymbol{X}_{i}) + \delta F_{i}(\boldsymbol{X}_{i}) + \sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{V}_{ij}(\boldsymbol{X}_{i}, \boldsymbol{X}_{j}),$$
$$i = 1, 2, \cdots, N$$
(1)

其中  $F(\mathbf{X})$ 是 N 个振子各自独立振动的一般表示。  $\delta F(\mathbf{X}_i)$ 是振动的变化量,  $V_{ij}(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j)$ 是振子间的相 互作用量。这个模型是心脏表面某点运动的广义非 线性动态方程,描述了 N 个振子的主导运动与相互 运动之和。考虑到 N=2 的情况,也就是心脏运动中 最主要的两个分量心跳与呼吸运动相互耦合的情 况,心脏运动可以看做由心跳与呼吸两种相互耦合 作用的合成运动。心跳运动与呼吸运动各自有自身 的运动频率。相互耦合的算子不但在幅度上耦合, 同时也在相位上耦合<sup>[21-24]</sup>。并且在文献[21]中指出 当信号通过平方运算时,会产生二次相位耦合现象 (耦合频率发生在原始频率的相加与相减),因此文 中将心脏运动用平方项来描述二次相位耦合。为了 更好地挖掘与了解心脏的非线性相位耦合现象,文 中采用高阶统计量分析工具双谱分析<sup>[25,26]</sup>。

图1给出心脏运动信号双谱分析结果,其中(f<sub>1</sub>, f<sub>2</sub>)表示运动分量所对应的频率。从投影图中观察到 出现在(0.16 Hz, 0.16 Hz)处的峰值表示呼吸运动自 耦合。同样在(1.82 Hz, 1.82 Hz)处的峰值表示心跳 运动自耦合。在(2.00 Hz, 0.33 Hz)和(0.33 Hz, 2.00 Hz)频率交汇处有幅值稍小的峰值群,分别是呼吸运 动与心跳运动耦合所产生的新频率对应的峰值。耦 合所产生的新频率包括 fr(呼吸运动频率)的整数倍, fh(心跳频率)的整数倍,fr±fh 的整数倍,及以上所 有频率的线性组合<sup>[27]</sup>。产生的频率点在投影图中的 虚线交汇处标明。这些新频率点的产生完全由于心 脏运动中两个主导频率相互耦合所产生。

通过对心脏运动信号的双谱分析得出两个结 论:(1)应用自适应策略估计心脏运动信号。在图 1 中观察发现心脏运动的主导频率并非只在一点上, 而是在1.75~1.85Hz一个频段上。由此产生的耦合 新频率也是在一个比较宽的频段上。以上现象表明 了心脏运动信号是时变信号,周期长度即周期频率 是不恒定的,存在着微小的变化。(2)信号模型中应 包含平方项。耦合产生的新频率影响了整个心脏运 动的动态过程,同时也是整个运动非线性的来源。 二阶伏特拉模型中不但包括线性项,还包括平方项 表示相位耦合的现象,二者之和能更完整地描述心 脏的运动特征。

#### 3 非线性自适应伏特拉 Lattice 预测算法

对未来的心脏运动参考信号精确预测保证了机器人更好地跟踪心脏运动。心脏未来一步信号预测策略框图如图 2 所示,整个预测基于二阶伏特拉非线性模型。其中 d[n], d̂[n]和 x[n]分别表示理想的参考值,预测参考值和输入信号。预测问题的实质是用二阶伏特拉模型逼近当前测量值。通过递归最小



图 1 双谱分析立体图与投影图

二乘计算出当前模型参数。预测值就是参数向量与 测量向量的内积。为了减轻非线性模型带来的计算 时间的负担,算法中引入非线性快速 Lattice 最小二 乘算法。



图 2 心脏运动信号预测原理图

#### 3.1 二阶伏特拉级数模型

单维的心脏运动由二阶伏特拉模型表示[28]:

$$\boldsymbol{y}[n] = \sum_{m_1=0}^{N-1} h_1[m_1] \boldsymbol{x}[n-m_1] \\ + \sum_{m_1=0}^{N-1} \sum_{m_2=0}^{N-1} h_1[m_1] \boldsymbol{x}[n-m_1] \boldsymbol{x}[n-m_2] \\ = \boldsymbol{y}[n] = \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}[n] \boldsymbol{X}[n]$$
(2)

输入向量 X[n] 定义为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}[n] &= [\boldsymbol{x}[n], \cdots, \boldsymbol{x}[n-N+1], \boldsymbol{x}^2[n], \\ & \boldsymbol{x}[n]\boldsymbol{x}[n-1], \cdots, \boldsymbol{x}[n]\boldsymbol{x}[n-N+1], \\ & \boldsymbol{x}^2[n-1], \cdots, \boldsymbol{x}^2[n-N+1]]^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{3}$$

$$\mathbf{H}[n] = [h_1(0;n), h_1(1;n), \cdots, h_1(N-1;n), \\ h_2(0,1;n), L, h_2(0, N-1;n), h_2(1,1;n), \cdots, \\ h_2(N-1, N-1;n)]$$
(4)

式(2)中一次项与平方项同时存在,明确地描述 心脏运动的特征。平方项能够解释双谱图中由于心 跳运动和呼吸运动相互耦合所产生的新频率对应的 运动分量。选择加入平方项表示心脏运动是完善的, 没有丢掉任何心脏运动的明显特征。

#### 3.2 快速 Lattice 最小二乘递归算法

**措刑由的** *新* 中 ツ

非线性自适应预测问题用递归的方法解决。在 每一个采样时间点最小化目标方程:  $J[n] = \sum_{k=0}^{n} \lambda^{n-k} |d[k] - H^{T}[k]X[k]|^{2}$ ,求解自适应滤波器的 系数  $\hat{H}[n]$ ,进而得到预测参考值 $\hat{d}[n] = \hat{H}^{T}[n]X[n]$ 。 直接利用最小二乘方法求解,其算法复杂度是  $O(N^{4})$ 。这样的计算法复杂度难以满足手术辅助机 器人实时跟踪心脏运动实时性。因此一个更为有效, 计算复杂度为 $O(N^{3})$ ,基于非线性 Lattice 结构的快 速最小二乘算法<sup>[28-30]</sup>在算法中引入。

在应用非线性 Lattice 算法求解二阶伏特拉模型系数过程中,将非线性预测问题看待成多通道线性预测问题,首先要重新构造输入向量 *X*[*n*]使其成为矩阵 *X*<sub>N</sub>[*n*]的形式。此矩阵中每一列被看做一个通道,每一个通道的数据是输入数据向量张成的向量空间中相互正交的基向量。

$$\boldsymbol{X}_{N}[n] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}(n) & \boldsymbol{x}(n-1) & \boldsymbol{x}(n-2) & \cdots & \boldsymbol{x}(n-N+1) \\ \boldsymbol{x}^{2}(n) & \boldsymbol{x}^{2}(n-1) & \boldsymbol{x}^{2}(n-2) & \cdots & \boldsymbol{x}^{2}(n-N+1) \\ & \boldsymbol{x}(n)\boldsymbol{x}(n-1) & \boldsymbol{x}(n-1)\boldsymbol{x}(n-2) & \boldsymbol{x}(n-N+2)\boldsymbol{x}(n-N+1) \\ & \boldsymbol{x}(n)\boldsymbol{x}(n-2) & \boldsymbol{x}(n-N+3)\boldsymbol{x}(n-N+1) \\ & \vdots \\ & \boldsymbol{x}(n)\boldsymbol{x}(n-N+1) \end{bmatrix}$$
(5)

接着借鉴求解线性 Lattice 最小二乘问题的方 法来解决求解非线性 Lattice 最小二乘问题。非线性 伏特拉 Lattice 最小二乘与线性 Lattice 最小二乘最 大的不同在于后向预测误差向量与前向预测误差向 量在阶数更新过程中,其向量维数是不同的。在伏 特拉非线性 Lattice 最小二乘算法中,每次阶数更新 后,后向预测误差向量与前向预测误差向量的维数 增加1,而在线性 Lattice 最小二乘中,两个向量的 维数保持不变。非线性 Lattice 最小二乘算法的详尽 描述参见文献[29,30]。

## 4 实验结果与讨论

在本节中,设计并比较 3 种预测算法:分别是 基于自回归模型的自适应预测,记作 AR-F;基于 时变傅里叶级数的扩展卡尔曼滤波,记作 TS-EKF 和本文提出的基于二阶伏特拉级数的快速 Lattice 最小二乘算法,记作 FVL-F。这 3 种算法通过预先 采集的心脏运动实验数据测试,实验的目的是比较 得出不同心脏运动模型对心脏运动预测精度的影 响。各算法参数在表 1 中列出。预测误差的均方差 在表 2 中列出。图 3 展示了预测结果曲线。

预测算法	参数
AR-F	阶数 12 遗忘因子 0.999
TS-EKF	谐波次数 6 状态个数 14
FVL-F	阶数 4 遗忘因子 0.995

表1 参数比较

	AR-F	TS-EKF	FVL-F
X轴	135	99.4	27.5
Y轴	84	56.1	49.4
Z 轴	165	64.4	19.6

表 2 预测均方差 (μm)

从结果中发现本文提出的 FVL-F 算法预测误 差最小,而且当预心脏运动非线性越大的时候(体现 在 Z轴数据),预测结果越好。下面从以下两点来讨 论 3 种算法的优劣之处:

(1)时变的心脏跳动频率 3 种预测算法都有能 力对于心脏跳动频率的改变进行补偿,采用了不同 的方法。TS-EKF 采用的方法是将心脏运动频率用 状态变量表示,通过每个采样时刻对状态变量估计 的更新,来适应心脏跳动频率的变化。AR 模型, 每当测量值更新的时候,通过改变线性模型系数来



图 3 3D 心脏运动预测算法结果

适应心脏跳动频率的变化。FVL-F 算法是 AR 模型 算法的扩展,不但改变线性部分的系数也改变平方 项的系数来补偿心脏跳动频率的改变。

(2)相位耦合表示 TS-EKF 是一个基于频率域 的方法,其表达的是多个正弦运动的线性组合,而 没有平方项。AR 模型也是过去时间测量值的线性 组合,在线性模型的范畴。FVL-F 克服了 AR-F 以 及 TS-EKF 的不足,在模型中描述了心跳运动与呼 吸运动的耦合所带来的新的频率运动分量。

从预测结果来看,结论是 FVL-F 是 3 种方法中 最好的预测算法。因为其提供了补偿心脏运动中两 种主要运动的耦合所带来的影响的机制,从而减小 了预测误差,尤其是心脏跳动频率变化很快的情况 下,起作用更加明显,这也是机器人跟踪控制中最 需要的。

#### 5 结束语

本文研究的目标是通过提高心脏运动预测精度 来提高心脏手术辅助机器人跟踪性能。研究中通过 双谱分析明确地将非线性耦合现象表现出来,发现 这种非线性现象主导了心脏运动。不同于以往研究, 文中提出的方法创新之处在于将心脏运动非线性特 征用二阶伏特拉级数的数学模型来描述,找出了心 脏运动难于跟踪的主要原因。并且引入快速非线性 Lattice 最小二乘算法来满足实时运算的要求。在实 验部分,3种不同算法利用实验数据进行比较。 FVL-F 算法达到了比较好的结果与特性。在心脏跳 动频率变化方面,FVL-F 通过改变其线性项与非线 性项系数来适应这种时变统计特性的变化。在相位 耦合方面,FVL-F 在模型结构上存在平方项,因此 能够描述这种现象并且达到了更高的预测精度。

未来的控制策略中,将本文的研究成果引入手 术辅助机器人的控制算法。更加准确的心脏手术辅 助机器人跟踪控制的结果是值得期待的。

#### 参考文献

- Bachta W, Renaud P, Cuvillon L, et al. Motion prediction for computer-assisted beating heart surgery[J]. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2009 56(11): 2551–2563.
- [2] Trejos A, Salcudean S, Sassani F, et al.. On the feasibility of a moving support for surgery on the beating heart[C]. Proceedings of Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention–MICCAI, London, UK, 1999: 1088–1097.
- [3] Cavusoglu M C, Rotella J, Newman W S, et al. Control algorithms for active relative motion cancelling for robotic assisted off-pump coronary artery bypass graft surgery[C]. Proceedings of International Conference on Advanced Robotics, ICAR'05, Seattle, WA, USA, 2005: 431–436.

- [4] Rotella J. Predictive tracking of quasi periodic signals for active relative motison cancellation in robotic assisted coronary artery bypass graft surgery[D]. [Master dissertation], Case Western Reserve University, Cleveland, OH, USA, 2004.
- Ortmaier T. Motion compensation in minimally invasive robotic surgery[D]. [Ph.D. dissertation], Technical University of Munich, Germany, 2003.
- [6] Takens F. Detecting Strange Attractors in Turbulence[M]. Berlin: Lecture Notes in Mathematics, 1981: 388–381.
- [7] Ginhoux R, Gangloff J, Mathelin M D, et al.. Active filtering of physiological motion in robotized surgery using predictive control[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2008, 21(1): 67–79.
- [8] Thakral A, Wallace J, Tolmin D, et al. Surgical motion adaptive robotic technology (S.M.A.R.T): taking themotion out of physiological motion[C]. Proceedings of the 4th International. Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, Springer-Verlag London, UK, 2001, LNCS, 2208: 317–325.
- [9] Liu C, Moreira P, Zemiti N, et al. 3D Force control for robotic-assisted beating heart surgery based on viscoelastic tissue model[C]. Proceedings of the 33rd International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC'11), Boston, USA, 2011: 7054–7058.
- [10] Liu C, Xiang X, and Poignet P. Adaptive tracking control of rigid-link flexible-joint robot manipulator with uncertainties
   [C]. Proceedings of IFAC 18th World Congress (IFAC'2011), Milan, Italy, 2011: 10300–10306.
- [11] Moreira P, Liu C, Zemiti N, et al. Beating heart motion compensation using active observers and disturbance estimation[C]. Proceedings of 10th IFAC Symposium on Robot Control (SYROCO'12), Dubrovnik, Croatia, 2012: 741–746.
- [12] Moreira P, Liu C, Zemiti N, et al. Force control for robotic-assisted surgery based on viscoelastic tissue model[C]. Proceedings of the International Conference SKILLS, Montpellier, France, 2011: 00066p.1–00066p.4.
- Secades L A S, LE M, Liu C, et al. The impact of interaction model on stability and transparency in bilateral teleoperation for medical applications with fast dynamics[C].
   Proceedings of IEEE International Conference on Robotics & Automation (ICRA'12), Saint Paul, MN, USA, 2012: 1607–1613.
- [14] Bogatyrenko E and Hanebeck Uwe D. Visual stabilization of a beating heart motion by model-based transformation of image sequences[C]. Proceedings of the 2011 American Control Conference (ACC 2011), San Francisco, California, USA, June 2011: 5432–5437.
- [15] Bogatyrenko E and Hanebeck Uwe D. Adaptive model-based

- [16] Rogério Richa, Antônio Padilha Lanari Bo, et al.. Towards robust 3D visual tracking for motion compensation in beating heart surgery[J]. Medical Image Analysis, 2011, 15(3): 302–315.
- [17] Rogério Richa, Marcin Balicki, Eric Meisner, et al. Visual tracking of surgical tools for proximity detection in retinal surgery[C]. Information Processing in Computer-Assisted Interventions Berlin, 2011: 55–66.
- [18] Raphael Sznitman, Anasuya Basu, Rogério Richa, et al.. Unified detection and tracking in retinal microsurgery[C]. International Conference on Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention, Toronto, 2011: 1–8.
- [19] Bebek O and Çavusoglu M C. Intelligent control algorithms for robotic-assisted beating heart surgery[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2007, 23(3): 468–480.
- [20] Franke T J, Bebek O, and Cavusoglu M C. Prediction of heartbeat motion with a generalized adaptive filter[C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Pasadena, 2008: 2916–2921.
- [21] Shiogai Y, Stefanovska A, and McClintock P V E. Nonlinear dynamics of cardiovascular ageing[J]. *Physics Reports*, 2010, 488(2/3): 51–110.
- [22] Priestley M B. Non-Linear and Non-Stationary Time Series Analysis[M]. London: Academic Press, 1988: 121–122.
- [23] Schäfer C, Rosenblum M G, Kurths J, et al. Heartbeat synchronized with ventilation[J]. Nature, 1998, 392(6673): 239–240.
- [24] Lotri M B and Stefanovska A. Synchronization and

modulation in the human cardiorespiratory system[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2000, 283(3/4): 451-461.

- [25] Jamšek J, Stefanovska A, McClintock P V E, et al.. Time-phase bispectral analysis[J]. Physical Review E, 2003, 68(1): 016201.
- [26] Jamšek J, Stefanovska A, and McClintock P V E. Nonlinear cardio-respiratory interactions revealed by time-phase bispectral analysis[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2004, 49(18): 4407–4425.
- [27] Fackrell J W. A bispectral analysis of speech signals[D]. [Ph.D. dissertation], University of Edinburgh, 1996.
- [28] Mathews V J. Polynomial Signal Processing[M]. New York: John Wiley Sons Inc., 2000: 231–232.
- [29] Lee J and Mathews V J. A fast recursive least squares adaptive second order Volterra filter and its performance analysis[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(3): 1087–1102.
- [30] Mushtaq Sayed Mathews V J. Lattice algorithms for recursive least squares adaptive second order Volterra filtering[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems Analog and Digital Signal Processing, 1994, 41(3): 202–214.
- 梁 帆: 男,1981年生,博士,主要从事手术辅助机器人跟踪控制算法、医学信号处理、系统建模与动态控制方面的研究.
- 孟晓风: 男,1955年生,教授,博士生导师,主要从事动态系统 分析与复杂系统建模、自动测试系统、大气参数计量检 定等方面的研究.
- 余 旸: 男,1981年生,博士,主要研究方向为数据挖掘、系统 仿真.