

抑制特定区间距离旁瓣的恒模波形设计方法

李风从 赵宜楠* 乔晓林

(哈尔滨工业大学电子与信息工程学院 哈尔滨 150001)

摘要: 该文提出在特定的距离旁瓣区间具有极低相关幅值的恒模波形设计方法。该类波形可应用于具有发射自适应能力的雷达、声呐和通信系统,以抑制距离旁瓣遮蔽和多路径等干扰。该文使用 0-1 加权的积分旁瓣电平构造目标函数,将波形设计转化为无约束优化问题。针对目标函数的特点,基于功率谱拟合的思想提出了初始点选择算法,推导了目标函数梯度和 Hessian 矩阵的解析表达式,并利用子空间信赖域算法求解该优化问题,提高了优化过程的计算效率。计算机仿真表明,对于连续区间和多个离散点的距离旁瓣抑制,均能提供较好的效果。

关键词: 雷达系统; 波形设计; 无约束优化; 旁瓣抑制; 相位编码

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)03-0532-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00857

Constant Modular Waveform Design Method for Suppressing Range Sidelobes in Specified Intervals

Li Feng-cong Zhao Yi-nan Qiao Xiao-lin

(School of Electronics and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: A method of designing constant modulus waveforms with ultra-low range sidelobe in specified intervals is presented. This kind of waveform can be used in radar, sonar, and communication systems with transmit adaptivity to suppress range sidelobe masking and multipath interferences. The 0-1 weighted integrated sidelobe level is used to construct the objective function, and the waveform design issue is modeled as a non-constrained optimization issue. According to the characteristics of the objective function, an initial waveform design algorithm based on power spectrum approximation is proposed. The analytical forms of objective function gradient and the Hessian matrix are derived and the subspace trust region algorithm is used, thus the computation burden of solving this optimization issue is reduced. Finally, the numerical simulations demonstrate that the proposed method can suppress successive and discrete intervals of range sidelobes effectively.

Key words: Radar system; Waveform design; Non-constrained optimization; Range sidelobe suppressing; Phase code

1 引言

随着雷达硬件的不断发展,自适应波形设计已经成为可能。针对环境和目标参数在线设计波形以提高雷达的性能正成为研究热点^[1-3]。文献[4-6]研究设计具有特定功率谱形状的雷达波形,所设计的波形可以削弱杂波干扰^[7],或者抑制某些频段的干扰^[8]。此外,设计具有特定相关特性的波形同样可以有效地提高系统性能^[9]。

本文提出了一种动态波形设计方法,可用在具有发射自适应的雷达系统中,进行在线波形设计,使距离旁瓣幅值在特定的位置接近于 0。这样的波形可以有效地抑制海杂波尖峰对低 RCS 目标的距离旁瓣干扰^[10],强散射体对特定区域小目标的距离

旁瓣遮蔽,以及多路径干扰^[11]等。与传统的静态波形设计方法对全部距离旁瓣进行抑制不同^[12],这种在线波形设计可以根据环境和目标信息,对距离旁瓣的特定区域有针对性的抑制,抑制效果更加显著。本文的内容组织如下:第 2 节对雷达匹配滤波器输出的距离旁瓣建模;第 3 节给出了用于波形设计的目标函数和优化迭代方法;第 4 节通过数值仿真验证算法的有效性。

2 问题建模

为了最大化利用发射机功率,本文采用的波形模板为恒定幅度的相位调制信号^[11]。不失一般性,令波形的幅度为 1,其离散基带形式可以表示如式(1)

$$s[n] = \exp(j\psi_n), \quad n = 1, \dots, N \quad (1)$$

其中 ψ_n 为相位参数, N 为序列长度, $j = \sqrt{-1}$ 。 $s[n]$ 的自相关序列表示如式(2)

2012-07-04 收到, 2012-11-20 改回

山东省自然科学基金(ZR2012FQ007)资助课题

*通信作者: 赵宜楠 hrbzyn@163.com

$$r[m] = \sum_{n=1}^{N-m} s[n]s^*[n+m] = \sum_{n=1}^{N-m} \exp(j(\psi_n - \psi_{n+m})),$$

$$m = -N+1, \dots, N-1 \quad (2)$$

其中 $(\cdot)^*$ 表示复共轭。对于使用匹配滤波器的雷达系统，令 $x[n]$ 表示接收到的回波序列，则匹配滤波器的输出为

$$y[n] = x[n] * s^*[-n] \quad (3)$$

当距离单元 p 存在一个强散射体时，则距离单元 q 处受到的该强散射体距离旁瓣的干扰强度为 $\alpha_p^2 r_{si}[q]$ ，其中 α_p 为强散射体的回波幅度， r_{si} 定义如式(4)

$$r_{si}[q] = |r[q-p]|^2 \quad (4)$$

其中 $|\cdot|$ 代表复数的模。

3 波形设计方法

3.1 目标函数的确定

对于感兴趣的距离单元集合 Z_q ，为了减弱距离单元 p 处的强散射体对这些距离单元的旁瓣干扰，可以设定如下的波形优化目标函数：

$$J(\psi) = \sum_{q \in Z_q} r_{si}[q] \quad (5)$$

其中 $\psi = [\psi_1 \ \psi_2 \ \dots \ \psi_N]^T$ 为相位参数向量。实际上，该目标函数可以视作是一种特殊的加权积分旁瓣电平(WISL)，对于感兴趣的距离单元，其权值为1，其余为0。由于式(5)以相位为优化变量，隐含了单位幅度的约束，波形设计可以用式(6)的无约束优化问题来描述。

$$\min_{\psi} J(\psi) \quad (6)$$

与直接以码元为优化变量的目标函数相比，使用码元相位作为优化变量有以下好处：(1)隐含了幅度约束，直接使用无约束优化方法进行波形设计，便于实现，效率较高；(2)虽然波形序列为复序列，但是目标函数为实变量的实值函数，其梯度和Hessian矩阵分别为实向量和实矩阵，简化了优化算法的设计，可直接采用不支持复变量的优化算法包；(3)由于梯度和Hessian矩阵只有实部，对于相同的波形长度，相比复优化变量能够节省50%的内存空间。为了便于推导，暂且假设只存在一个产生旁瓣干扰的强散射体，对于存在多个强散射体干扰的场合，只需要对距离单元集合 Z_q 进行一些调整即可。

3.2 初始波形序列设计

以WISL为目标函数的优化问题，常常具有多个极值。为了求取一个较好的局部极值，并减少优化算法迭代次数，在使用迭代优化算法求解式(6)之前，需要选择一个合适的初始序列。

对于波形序列 s ，其在时域的翻转可表示为

$$s^*[n] = s[N+1-n] = \exp(j\psi_{N+1-n}), \quad n = 1, \dots, N \quad (7)$$

其自相关序列的幅度有如下特性：

$$|r^*[m]| = \left| \sum_{n=1}^{N-m} s[N+1-n]s^*[N+1-(n+m)] \right| = |r[m]| \quad (8)$$

由式(8)和式(5)可知，对于 s 和其翻转序列，两者具有相同的目标函数值，这是由匹配滤波器的相关形式导致的。因此在 $J(\psi)$ 所确定的超曲面上， N 维向量 s 及其翻转两点的连线之间至少存在一个方向导数为0的点。利用夹逼的方法，有

$$\nabla_{\psi} J(\psi) \Big|_{\psi=a\mathbf{1}} = \mathbf{0} \quad (9)$$

其中 a 为任意常数， $\mathbf{1} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ ， $\mathbf{0} = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ 。这意味着，由于对称性，目标函数的超曲面上会形成一道脊，脊上的点并非极小值，但梯度为 $\mathbf{0}$ 。如果选择 $a\mathbf{1}$ 作为迭代初始点，迭代算法会立刻退出。由 $a\mathbf{1}$ 得到的是简单的矩形脉冲，显然无法满足波形带宽的要求。为了克服上面的这些问题，同时提高算法的效率，这里提出一种基于功率谱拟合的初始序列选择算法。首先，选择可作为雷达波形的多相编码序列，如Frank, Px编码等，作为基准波形 $s_1[n]$ ，计算其自相关序列。然后，将自相关序列中由集合 Z_q 确定的旁瓣区间置零，得到新的自相关序列

$$a_2[n] = \begin{cases} 0, & |n| + p \in Z_q \\ a_1[n], & \text{其它} \end{cases} \quad (10)$$

其中 $a_1[n]$ 为 $s_1[n]$ 的自相关序列， p 为产生旁瓣干扰的强散射体所在的距离单元。

为了由自相关序列得到对应的波形序列，需要对 $a_2[n]$ 进行傅里叶变换

$$A_2(\omega) = |S_2(\omega)|^2 = S_2(\omega)S_2^*(\omega) \quad (11)$$

其中 $S_2(\omega)$ 为新波形的频谱。如果能将 $A_2(\omega)$ 分解得到 $S_2(\omega)$ ，再进行傅里叶反变换，即可得到所需要的初始点。但是这里存在两个问题，(1)由于丢失了相位信息，波形序列能量谱的计算是不可逆的，无法进行唯一的分解。这种情况与指定幅频响应的滤波器设计问题类似^[5]；(2)如果随意选择相位，拆分之后得到的波形将无法对波形幅度的约束。拆分的问题可以用如下的优化问题来表示：

$$\left. \begin{aligned} \min_{S_2(\omega)} \int |S_2(\omega)|^2 - A_2(\omega) d\omega \\ \text{s.t. } |s_2[n]| = 1, \quad n = 1, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

对式(12)求解可以得到

$$S_2(\omega) = \sqrt{A_2(\omega)} \exp(j \arg(S_1(\omega))) \quad (13)$$

其中 $\arg(\cdot)$ 表示幅角主值。对式(13)进行傅里叶反变换得到序列 $s_2[n]$ 。为了满足式(12)中的约束条件，提取其码元相位，得到最终的初始相位序列

$$\psi_n^{(0)} = \arg(s_2[n]) \quad (14)$$

该初始相位序列选择算法可以用一个算子的形式来表示:

$$T(\boldsymbol{\psi}) = \mathbf{C} \arg(\mathbf{F}_{2N}^{-1} \text{sqrt}(\mathbf{F}_{2N} \mathbf{m} \odot \mathbf{F}_{2N}^{-1} \mathbf{a}) \odot \arg(\mathbf{F}_{2N} \tilde{\mathbf{s}})) \quad (15)$$

其中 $\arg(\cdot)$ 和 $\text{sqrt}(\cdot)$ 分别代表按元素取相角和开方运算, \odot 代表按元素乘法(Hadamard 积), \mathbf{a} 为参考信号的自相关向量, $\tilde{\mathbf{s}} = [\mathbf{s}^T \mathbf{0}^T]^T$ 为参考信号的补零向量, \mathbf{F}_{2N} 为 $2N$ 点 DFT 矩阵, $\mathbf{C} = [\mathbf{I}_N \mathbf{0}_{N \times N}]$ 为截短矩阵, \mathbf{m} 为蒙版向量,

$$(\mathbf{m})_n = \begin{cases} 1, & p \pm n \notin Z_q \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (16)$$

由式(15)可知, 该初始点设计算法主要由 DFT 和 IDFT 组成, 可由 FFT 高效地实现。对算子式(15)进行若干次复合 T^K 将会得到更好的初始点, 即

$$\boldsymbol{\psi}_0 = \underbrace{T(T \cdots T(\boldsymbol{\psi}))}_{K \text{次}} \quad (17)$$

3.3 优化方法

本文采用基于二阶导数的优化算法。这类方法的基础为牛顿法, 但在使用过程中, 当 Hessian 矩阵非正定时, 得到的搜索方向不一定是下降方向。因此, 采用了非线性最小化的子空间信赖域(trust region)方法^[13]。信赖域^[14]的中心思想是, 在 $\boldsymbol{\psi}$ 的一个邻域 R , 使用一个比目标函数 $J(\boldsymbol{\psi})$ 简单, 但是能够正确反映其特性的函数 $g(\boldsymbol{\psi})$ 来近似 $J(\boldsymbol{\psi})$, 将优化问题 $\min J(\boldsymbol{\psi})$ 转化为

$$\min \{g(\boldsymbol{\psi}), \boldsymbol{\psi} \in R\} \quad (18)$$

实验证明, 相比于数值方法, 使用解析方法计算目标函数的导数将使该优化算法具有更高的效率。下面推导式(5)的梯度和 Hessian 矩阵的解析表达式:

$$\nabla_{\boldsymbol{\psi}} J = 2 \sum_{q \in Z_q} \text{Re} \left(r_{sl}^*[q] \frac{\partial r_{sl}[q]}{\partial \boldsymbol{\psi}} \right) \quad (19)$$

$$\mathbf{H} = 2 \sum_{q \in Z_q} \text{Re} \left(\frac{\partial r_{sl}[q]}{\partial \boldsymbol{\psi}} \left(\frac{\partial r_{sl}[q]}{\partial \boldsymbol{\psi}} \right)^H + r_{sl}^*[q] \frac{\partial^2 r_{sl}[q]}{\partial \boldsymbol{\psi} \partial \boldsymbol{\psi}^T} \right) \quad (20)$$

其中

$$\frac{\partial r_{sl}[q]}{\partial \boldsymbol{\psi}} = j \left(-\mathbf{U}_{|q-p|} \mathbf{s} \odot \mathbf{s}^* + \mathbf{U}_{|q-p|}^T \mathbf{s}^* \odot \mathbf{s} \right) \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 r_{sl}[q]}{\partial \boldsymbol{\psi} \partial \boldsymbol{\psi}^T} &= \mathbf{U}_{|q-p|} \text{diag}(\mathbf{s}) \odot (\mathbf{s}^* \mathbf{1}^T) - \mathbf{U}_{|q-p|} \mathbf{s} \mathbf{1}^T \\ &\quad \odot \text{diag}(\mathbf{s}^*) + \mathbf{U}_{|q-p|}^T \text{diag}(\mathbf{s}^*) \odot (\mathbf{s} \mathbf{1}^T) \\ &\quad - \mathbf{U}_{|q-p|}^T \mathbf{s}^* \mathbf{1}^T \odot \text{diag}(\mathbf{s}) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\mathbf{U}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{(N-k) \times (N-k)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}_{N \times N} \quad (23)$$

$$\text{diag}(\mathbf{s}) = \mathbf{s} \mathbf{1}^T \odot \mathbf{I} \quad (24)$$

3.4 波形设计算法

由上面的分析和公式, 最终可以得到如下的波形设计步骤:

(1) 设定 Z_q , 根据式(5)确定目标函数;

(2) 由式(15)和式(17)计算用于迭代算法的初始序列;

(3) 由式(19)和式(20)求出目标函数的梯度和 Hessian 矩阵的解析表达式, 用子空间信赖域算法求解式(6);

(4) 将得到的码元相位向量代入式(1), 得到发射波形序列。

4 仿真结果分析

在仿真中, 脉冲宽度设定为 $1.5 \mu\text{s}$, 码元个数 $N=150$, 码元宽度即为 10 ns 。通过本文的算法将得到形式为式(2)的单位幅度相位调制序列, 因为不存在幅度调制, 设计波形序列的带宽近似为码元宽度的倒数^[4], 即 100 MHz 。与设计波形进行比较的是具有相同脉宽和带宽的 LFM Chirp 编码序列, 扫频带宽为 100 MHz , 脉宽为 $1.5 \mu\text{s}$ 。虽然这个波形设计算法可以抑制任意数量区间内的距离旁瓣, 且每个区间的宽度也是任意的, 但是随着区间数目和宽度的调整, 目标函数的形状也会发生相应的变化, 会影响波形的旁瓣深度。

仿真 1 为了验证旁瓣抑制效果, 以自相关序列的 0 延迟为中心, 抑制第 20~50 以及第 70~100 的延迟区间的距离旁瓣进行波形设计, 图 1 展示了所设计波形自相关与 LFM Chirp 编码波形自相关的比较结果。从图中可以看出, 设计波形的距离旁瓣在预设区间内旁瓣极低, 达到了 -140 dB 以下。这样的波形可以抑制已知的多路径干扰和已知的强散射体对特定区域的旁瓣遮蔽。例如, 对于文献[12]所提出的应用场景, 如果需要观测的高度区间是确定的, 则本文提供的旁瓣低于 -140 dB 的波形要优于该文中低于 -70 dB 的波形。

在自相关旁瓣上设置 37 个离散抑制区间进行波形设计, 图 2 展示了所设计波形自相关与 LFM Chirp 编码波形自相关的比较结果。这样的波形可以用于文献[10]提出的自适应波形设计框架, 在海杂波尖峰和可能存在低 RCS 目标的距离单元已知的前提下, 对海杂波进行有效地抑制。

结果表明, 当需要抑制的距离旁瓣区间已知时, 使用本文的方法, 可以对距离旁瓣有极好的抑制效果。与文献[12]提出的超低距离旁瓣波形设计方法给出的低于 -70 dB 的波形相比, 本文的方法可以达到 -120 dB 至 -160 dB 。

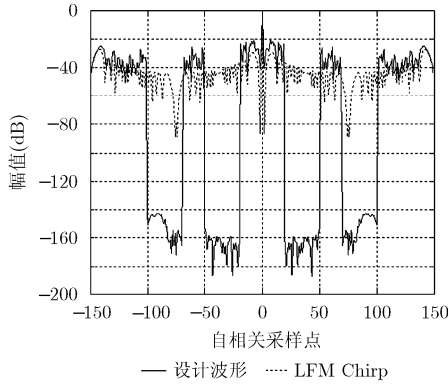


图 1 自相关具有多个区间的极低旁瓣的波形设计实例

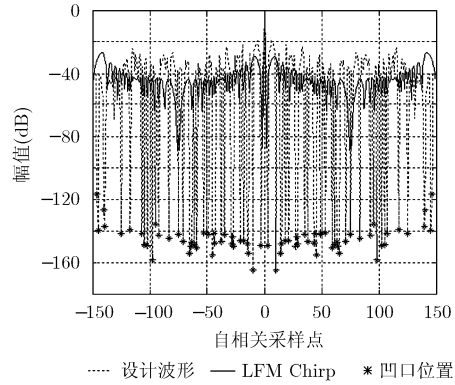


图 2 自相关具有多个离散凹口的波形设计实例

仿真 2 为了验证本文提出的波形设计算法的收敛性能，与同样在指定区间具有极低相关旁瓣的波形设计算法 WeCAN^[11]进行比较。同时，为了检验本文提出的初始点波形设计算法，分别测试了随机初始化的波形优化方法和使用式(17)设计的序列作为初始向量的波形优化方法。仿真所采用的软硬件环境为：MATLAB[®] 2012b/Windows 7 32 位；i3-2100 CPU 和 2 GB 内存。所选择的终止迭代条件为 $\|\psi^{(k+1)} - \psi^{(k)}\| \leq 10^{-8}$ ，其中 $\|\cdot\|$ 表示 2 范数。式(17)中算子 $T(\psi)$ 的复合次数 K 设为 1000，在如上所述的计算机平台中，初始点选择算法会消耗约 0.15 s 的时间。为了避免优化迭代过程消耗过长的时间，这里限制本文优化算法和 WeCAN 的最大迭代次数为 10000。波形设计算法性能比较结果如表 1 所示，可以看出，本文的方法在执行速度上与 WeCAN 相比有明显的优势。实际上，这两种方法各有侧重点。WeCAN 的优势在于，可以在内存受限的计算机上设计具有较多码元的长序列；而本文的方法，由于需要计算目标函数的 Hessian 矩阵，当波形较长时，会消耗大量内存，甚至无法实现，但是对于较短序列(码元个数在 1000 以内)，其运行速度满足我们的要求，同时，由于算法存在可以并行化的部分，针对特定的硬件平台进行优化之后，运行速度能够得到进一步的提升。对于本文提出的波形设计算法，表中的“总耗时”为初始序列设计和波形优化两部分所消耗的时间之和，而其它两种方法不需要初始序列设计，因此“总耗时”只是波形优化所消耗的

时间。从表中数据可以看出，本文提出的初始点设计方法，相比随机选择初始点，能够有效减少迭代次数，减少算法总体时间消耗。

仿真 3 分析量化造成的性能损失。在实际应用时，为了简化硬件实现，需要将得到的码元相位进行量化。在本节的仿真中，直接将波形设计算法得到的码元相位映射到最近的角度单元中，进行测试。其中抑制旁瓣的区间宽度为 50 个单元。使用最优相位时，旁瓣深度为 -160 dB。当量化位数为 8, 12, 16 时，旁瓣深度分别为 -60 dB, -80 dB, -100 dB，区间以外的旁瓣基本不受量化效应的影响。分析式(5)可知，目标函数对相位非常敏感，而且区间内的旁瓣非常接近于 0(可达 -160 dB)，因此量化只会对旁瓣抑制区间的深度带来影响。所以在实际应用中，宜采用较高的量化位数。在建立数学模型时加入相应的约束条件，也能减少量化损失。

5 结束语

本文提出了一种在线动态波形设计方法，能够在预先设定区间处具有极低距离旁瓣的波形，使雷达、声呐和通信系统有效地抑制杂波、距离旁瓣遮蔽和多路径干扰等。在设计过程中，使用了一种功率谱拟合的方法设计初始点，通过推导目标函数的梯度和 Hessian 矩阵的解析表达，显著减小了优化算法的计算量。仿真结果表明，对于需要抑制连续旁瓣区间的波形，当区间宽度超过总长度的 60%时，旁瓣深度仍然能够达到 -64 dB 以下；对于需要抑制较多离散区间的波形，当区间总数低于总

表 1 波形设计算法性能比较

抑制区间	[1, 50]			[20, 50] ∪ [70, 100]		
	WeCAN	本文优化方法 +随机初始点	本文波形设计算法	WeCAN	本文优化方法 +随机初始点	本文波形设计算法
迭代次数	10000	18	2	10000	22	9
总耗时(s)	59.52	1.13	0.23	59.46	1.82	0.75
旁瓣深度(dB)	-50	-180	-180	-35	-170	-170

长度的 50% 时, 旁瓣深度仍能达到 -100 dB。而且, 与同类波形设计算法相比, 所提出的初始波形序列能够有效减小波形设计过程中的时间消耗。

参 考 文 献

- [1] De Maio A, Huang Yong-wei, Piezzo M, *et al.*. Design of optimized radar codes with a peak to average power ratio constraint[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(6): 2683-2697.
 - [2] Sen S and Nehorai A. Adaptive OFDM radar for target detection in multipath scenarios[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(1): 78-90.
 - [3] Romero R A, Junhyeong B, and Goodman N A. Theory and application of SNR and mutual information matched illumination waveforms[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(2): 912-927.
 - [4] Patton L K and Rigling B D. Autocorrelation constraints in radar waveform optimization for detection[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(2): 951-968.
 - [5] Kay S. Optimal signal design for detection of Gaussian point targets in stationary Gaussian clutter/reverberation[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(1): 31-41.
 - [6] 陈国东, 武穆清. 一种基于多频带 PSWFs 组合的 CUWB 自适应脉冲波形设计[J]. *电子与信息学报*, 2008, 30(6): 1432-1436.
Chen Guo-dong and Wu Mu-qing. Adaptive pulse waveform design based on the combination of multiple PSWFs for CUWB system[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(6): 1432-1436.
 - [7] Mao Tao, Gong Xu-hua, Meng Hua-dong, *et al.*. Phase-modulated waveform design for the target detection in the presence of signal-dependent clutter[C]. International Waveform Diversity and Design Conference, Niagara, Canada, 2011: 100-104.
 - [8] 庄珊娜, 贺亚鹏, 朱晓华. 低距离旁瓣稀疏频谱波形相位编码设计[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(5): 1088-1095.
Zhuang Shan-na, He Ya-peng, and Zhu Xiao-hua. Phase coding for sparse frequency waveform with low range sidelobes[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(5): 1088-1095.
 - [9] Wang Y C, Dong L, Xue X, *et al.*. On the design of constraint modulus sequences with low correlation sidelobes levels[J]. *IEEE Communications Letters*, 2012, 16(4): 462-465.
 - [10] Sira S P, Cochran D, Papandreou-Suppappola A, *et al.*. Adaptive waveform design for improved detection of low-RCS targets in heavy sea clutter[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(1): 56-66.
 - [11] Stoica P, He Hao, and Li Jian. New algorithms for designing unimodular sequences with good correlation properties[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(4): 1415-1425.
 - [12] De W E and Griffiths H D. Improved ultra-low range sidelobe pulse compression waveform design[J]. *Electronic Letters*, 2004, 40(22): 1448-1450.
 - [13] Branch M A, Coleman T F, and Li Y. A subspace, interior, and conjugate gradient method for large-scale bound-constrained minimization problems[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1999, 21(1): 1-23.
 - [14] Jorge J M and Sorensen D C. Computing a trust region step[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1983, 4(3): 553-572.
- 李风从: 男, 1985 年生, 博士生, 研究方向为自适应信号处理、雷达统计信号处理。
- 赵宜楠: 男, 1977 年生, 副教授, 研究方向为雷达统计信号处理、自适应波形设计。
- 乔晓林: 男, 1948 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、电子对抗、雷达系统设计等。