

时频双选信道 OFDM 系统的低复杂度 MMSE-SD 算法

惠永涛* 李兵兵 同钊 薛磊磊

(西安电子科技大学综合业务网理论及关键技术国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 在时频双选信道 OFDM 系统中, 针对最小均方误差连续检测(MMSE-SD)算法求逆运算导致计算复杂度过高的问题, 该文提出一种改进的低复杂度 MMSE-SD 算法。该算法首先对信道矩阵和检测矩阵进行扩展处理, 然后建立扩展矩阵和原矩阵之间的关系, 每次检测用扩展矩阵的迭代求逆代替原矩阵的直接求逆。理论分析和仿真结果表明: 和原 MMSE-SD 算法相比, 该改进算法在保持原算法性能的基础上, 大幅度降低其计算复杂度; 与其它算法相比, 该改进算法兼顾了系统性能与计算复杂度, 当归一化多普勒频移增大时, 其计算复杂度保持不变而性能更优。

关键词: 无线通信; 双选信道; 正交频分复用; 载波间干扰; 最小均方误差连续检测; Greville 递归求逆

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)02-0261-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00805

Low-complexity MMSE-SD Algorithm for OFDM Systems over Doubly-selective Channels

Hui Yong-tao Li Bing-bing Tong Zhao Xue Lei-lei

(State Key Lab of Integrated Service Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Because of the problem of the Minimum Mean Square Error with Successive Detection (MMSE-SD) algorithm with high computational complexity for OFDM systems in the presence of frequency and time double selective channels, an improved low-complexity MMSE-SD algorithm is proposed in this paper. The algorithm extends firstly the channel matrix and detection matrix, then establishes the relationship between them by using recursive inversion instead of direct inversion at each detection. Both theoretical analysis and simulation results show that the improved algorithm retains the performance of the original algorithm with much lower computational complexity compared to the original MMSE-SD algorithm; Compared to other algorithms, the improved algorithm balances the performance with the computational complexity. The larger normalization Doppler frequency shift, the better performance it possesses with the unchanged computational complexity.

Key words: Wireless communication; Doubly-selective channels; OFDM; Inter-Carrier Interference (ICI); Minimum Mean Square Error with Successive Detection (MMSE-SD); Greville recursive inverse

1 引言

正交频分复用(OFDM)作为一种无线环境下的高速传输技术, 能够有效地克服由于多径传播引起的符号间干扰(ISI), 已被诸如DVB, DAB, IEEE 802.11.a, IEEE 802.16g以及3GPP LTE等众多标准所采用^[1]。传统OFDM系统的研究都基于信道在一个OFDM符号内时不变的假设。然而, 当前可演进到4G的众多通信标准(如WiMAX提出的802.16m和3GPP提出的LTE)都需提供终端移动速度超过350 km/h移动场景下的宽带通信服务^[1], 且移动设备间的传输速率要达到现有3G网络传输速率的15~100

倍, 因此移动性支持成为下一代无线通信系统广泛考虑的重要特点^[2,3]。在通信终端高速移动的场景下, 信道在一个OFDM符号内的准静态假设不再成立, 信道的时变特性将引起各子载波间相互干扰(Inter-Carrier Interference, ICI)。文献[4]中已经证明当最大归一化多普勒频移大于0.02时, 必须考虑ICI对系统带来的影响, 且由于从多条传播路径到达接收端的信号具有不同的多普勒频移, 对叠加后的信号使用传统的单一频偏估计消除ICI方法收效甚微。

近些年来国内外学者对时频双选信道OFDM系统中的ICI消除进行了研究^[2-9]。其中文献[4]提出的MMSE-SD算法不仅能有效地消除信道时变引起的ICI, 而且能够利用信道时变特性所带来的时间(多普勒)分集增益, 仿真表明归一化多普勒频移越大,

2012-06-25 收到, 2012-09-27 改回

国家自然科学基金(61271299)和高等学校学科创新引智计划(B08038)资助课题

*通信作者: 惠永涛 yt_hui@yeah.net

该方法所带来的时间分集增益越明显,系统性能越好。然而,该方法采用MMSE准则检测每个子载波上的符号时均需进行矩阵求逆,使得MMSE-SD算法的计算复杂度与子载波个数的4次方成正比^[2,3],当子载波个数 N 较大 ($N = 1024$ 或 2048)时,该算法由于复杂度过高以至于在实际系统中难以实现。文献[2]将空间交替期望最大化(Space Alternating Generalized Expectation-maximization, SAGE)方法应用到快时变信道引起的ICI消除,并与MMSE-SD算法性能和计算复杂度进行了比较,结果表明:SAGE算法较MMSE-SD算法计算复杂度降低,但在大归一化多普勒频移和高阶调制方式下,SAGE算法与MMSE-SD算法相比有较大的性能损失。文献[5]假设信道在一个OFDM符号周期内线性变化,借助期望最大化(EM)算法来消除ICI,提出了基于最大似然(Maximum Likelihood, ML)检测准则的EM算法,该ML-EM检测算法虽然利用了时变信道提供的时间分集,然而当归一化多普勒频移大于0.1时,时变信道为线性变化的假设不再成立,因此该方法在归一化多普勒频移较大时不再适用。文献[6]提出基于最大后验概率(MAP)的最优排序(Sequential Detection with Optimal Ordering, SDOO)和连续抵消序列检测(Sequential Detection with Successive Cancellation, SDSC)两种方法,这两种方法都对信道矩阵采取了带状近似减少计算复杂度,在较小的归一化多普勒频移下和MMSE-SD算法性能相当,但当归一化多普勒频移较大时,带状近似不符合实际信道的时变特性,信道矩阵的带状简化会导致系统性能损失。文献[7]针对时频双选衰落信道提出了过采样OOFDM(Oversampled OFDM, OOFDM)方案,该方案对接收到的信号在时域和频域分别进行过采样和线性处理,通过对采样数据合并能够同时实现多普勒分集和多径分集,在过采样因子为2的情

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} H_0(0) & H_1(0) & \cdots & H_{N-1}(0) \\ H_0(1) & H_0(1)e^{j2\pi/N} & \cdots & H_{N-1}(1)e^{j2\pi(N-1)/N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_0(N-1) & H_1(N-1)e^{j2\pi(N-1)/N} & \cdots & H_{N-1}(N-1)e^{j2\pi(N-1)(N-1)/N} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$H_m(n)$ 为 n 时刻第 m 个子载波上的信道特性。具体的信道模型和参数以及由于信道时变所引起的ICI分析可参考文献[4],为了节省篇幅,在此不再赘述。

3 改进的低复杂度 MMSE-SD 算法

为了便于读者理解,首先介绍MMSE-SD检测算法^[4],其步骤如表1所示。

MMSE-SD算法性能取决于接收矢量中各元素的检测顺序,为了尽可能地减小误差传播,应该首

况下,该方案的性能比传统OFDM系统性能好7 dB,但该方案在大归一化多普勒频移下,需选取较大的过采样因子,从而导致计算复杂度过高。文献[8,9]基于信道矩阵带状假设研究了高速移动情况下低复杂度的频域均衡检测算法,通过将信道矩阵进行带状近似,并将近似后的带状信道矩阵分解成几个子矩阵来处理,降低了计算复杂度。然而由于检测时没有充分利用所有观测元素,此类算法性能相比于MMSE-SD算法性能有很大差距。

综上,目前多数关于双选信道OFDM系统中的ICI消除研究,均不能兼顾系统性能与实现复杂度。本文针对该问题,从矩阵处理的角度,提出一种改进的低复杂度MMSE-SD算法,该算法在保持原算法性能的基础上,通过矩阵扩展处理迭代求逆,降低检测计算复杂度,使其计算复杂度与子载波个数的立方成正比,易于实际系统实现。

本文内容安排如下:第2节简要介绍时频双选信道下的OFDM通信系统模型;第3节提出改进的低复杂度MMSE-SD算法;第4节给出该方法的计算复杂度分析和性能仿真曲线;第5节对全文进行总结。

2 系统模型

考虑具有 N 个子载波的OFDM系统,不失一般性,假设循环前缀(Cyclic Prefix, CP)可以完全消除多径延迟带来的ISI,接收端数据去CP后可表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{d} + \mathbf{w} \quad (1)$$

$\mathbf{y} = [y_0 \ y_1 \ \cdots \ y_{N-1}]^T$ 表示接收信号矢量, y_n 为 n 时刻接收到的信号; $\mathbf{d} = [d_0 \ d_1 \ \cdots \ d_{N-1}]^T$ 表示发送信号矢量, d_m 为第 m 个子载波上传输的调制符号; $\mathbf{w} = [w_0 \ w_1 \ \cdots \ w_{N-1}]^T$, w_n 为 n 时刻的加性高斯白噪声;

先检测接收矢量中最可靠的元素,通过计算上一次检测后的SINR来衡量本次检测的可靠性。因此每次迭代检测均需求解检测矩阵 \mathbf{G}_i ,并对SINR排序求出 j_i ,进而得到 \mathbf{g}_{j_i} 。MMSE-SD算法步骤(2)和步骤(8)求解矩阵 \mathbf{G}_i 的计算复杂度为 $5N^4 - N^3$ 次复数操作,而MMSE-SD算法总计算复杂度为 $5N^4 + N^3 + 6N^2 - N$ 次复数操作,因此MMSE-SD算法的计算复杂度主要来自步骤(2)和步骤(8)求解矩阵 \mathbf{G}_i 过

表 1 MMSE-SD 算法

(1) $i=1$
(2) $\mathbf{G}_1 = (\mathbf{H}_1^H \mathbf{H}_1 + \sigma^2 \mathbf{I}_N)^{-1} \mathbf{H}_1^H$
(3) $j_i = \arg \max_k \text{SINR}_k = \frac{\left \langle \mathbf{g}_{i_k}, \mathbf{h}_{i_k} \rangle \right ^2}{\sum_{m, m \neq k} \left \langle \mathbf{g}_{i_k}, \mathbf{h}_{i_m} \rangle \right ^2 + \sigma^2 \ \mathbf{g}_{i_k}\ ^2}$
循环
(4) $z_{j_i} = \mathbf{g}_{j_i} \mathbf{y}$
(5) $\hat{d}_{j_i} = \text{硬判决}(z_{j_i})$
(6) $\mathbf{y} = \mathbf{y} - \mathbf{h}_{j_i} \hat{d}_{j_i}$
(7) $\mathbf{H}_i = [\mathbf{h}_0 \cdots \mathbf{h}_{j_i-1} \mathbf{h}_{j_i+1} \cdots \mathbf{h}_{N-1}]$
(8) $\mathbf{G}_i = (\mathbf{H}_i^H \mathbf{H}_i + \sigma^2 \mathbf{I}_N)^{-1} \mathbf{H}_i^H$
(9) $j_{i+1} = \arg \max_{k \notin \{j_1, \dots, j_i\}} = \frac{\left \langle \mathbf{g}_{i_k}, \mathbf{h}_{i_k} \rangle \right ^2}{\sum_{m, m \notin \{j_1, \dots, j_i\}, m \neq k} \left \langle \mathbf{g}_{i_k}, \mathbf{h}_{i_m} \rangle \right ^2 + \sigma^2 \ \mathbf{g}_{i_k}\ ^2}$
(10) 如果 $i=N$ 迭代结束, 否则 $i=i+1$ 转到(4)

注: $\|\cdot\|$ 表示矢量或矩阵的 Frobenius 范数

程中的求逆操作。MMSE-SD 算法复杂度与子载波个数 4 次方成正比, 当子载波个数 N 较大 ($N = 1024$ 或 2048) 时, 该算法由于复杂度过高, 在实际系统中难以实现, 本文针对 MMSE-SD 算法的该计算瓶颈, 提出一种改进的低复杂度 MMSE-SD 算法, 使原始 MMSE-SD 算法步骤(2)和步骤(8)中每次所求矩阵 \mathbf{G}_i 可从上一轮的计算结果中迭代获取, 无需直接计算, 大大降低矩阵求逆所需的计算复杂度, 易于实际系统实现。创新点主要体现在两方面: (1)对矩阵进行扩展处理, 建立扩展矩阵和原矩阵之间的关系, 每次检测用扩展矩阵的迭代求逆代替原矩阵的直接求逆; (2)利用 Greville 递归求逆算法对首次求解矩阵 \mathbf{G}_i 的过程进行简化, 后续检测所需矩阵 \mathbf{G}_i 可由前一次检测所得的 \mathbf{G}_i 导出。下面将对改进算法进行详细介绍:

为了实现本算法, 首先采用文献[10]中信道矩阵的扩展处理方法, 对信道矩阵 \mathbf{H}_i 和检测矩阵 \mathbf{G}_i 的扩展矩阵 $\bar{\mathbf{H}}_i$ 和 $\bar{\mathbf{G}}_i$ 做如下定义:

$$\bar{\mathbf{H}}_i \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{H}_i^H & \sigma \mathbf{I}_{N-i+1} \end{bmatrix}^H \quad (3)$$

$$\bar{\mathbf{G}}_i \triangleq \bar{\mathbf{H}}_i^\dagger = \left(\bar{\mathbf{H}}_i^H \bar{\mathbf{H}}_i \right)^{-1} \bar{\mathbf{H}}_i^H \quad (4)$$

式中 $(\cdot)^\dagger$ 表示 Moore-Penrose 伪逆。将式(3)代入式(4)得

$$\bar{\mathbf{G}}_i = \begin{bmatrix} \underbrace{(\mathbf{H}_i^H \mathbf{H}_i + \sigma^2 \mathbf{I}_{N-i+1})^{-1} \mathbf{H}_i^H}_{\mathbf{G}_i} \\ \underbrace{\sigma (\mathbf{H}_i^H \mathbf{H}_i + \sigma^2 \mathbf{I}_{N-i+1})^{-1}}_{\mathbf{P}_i} \end{bmatrix} = [\mathbf{G}_i \ \mathbf{P}_i] \quad (5)$$

式中 σ^2 为信号噪声功率比。以上关系表明, 在 $\bar{\mathbf{G}}_i$ 已知情况下取其前 N 列即可得到检测矩阵 \mathbf{G}_i , 进而可得 j_i 和 $\mathbf{g}_{j_i}^H$ 。下文分别介绍首次检测和后续检测中 $\bar{\mathbf{G}}_i$ 的求解方法。

3.1 首次迭代求 $\bar{\mathbf{G}}_i$ ($i = 1$)

引入文献[11]中的 Greville 递归求逆算法:

引理 1 矩阵 $\mathbf{B}_n \in \mathbb{C}^{m \times n}$, \mathbf{B}_{n-1} 定义为矩阵 \mathbf{B}_n 的前 $(n-1)$ 列, \mathbf{b}_n 定义为 \mathbf{B}_n 的最后一列, 则

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{B}_1^\dagger &= \mathbf{b}_1^\dagger \\ \mathbf{B}_n^\dagger &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{n-1}^\dagger - \mathbf{d}_n \mathbf{s}_n^H \\ \mathbf{s}_n^H \end{bmatrix}, n = 2, 3, 4, \dots \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{d}_n &= \mathbf{B}_{n-1}^\dagger \mathbf{b}_n, \quad \mathbf{a}_n = \mathbf{b}_n - \mathbf{B}_{n-1} \mathbf{d}_n \\ \mathbf{s}_n^H &= \begin{cases} \mathbf{a}_n^\dagger, & \mathbf{a}_n \neq \mathbf{0} \\ \left((1 + \mathbf{d}_n^H \mathbf{d}_n)^{-1} \mathbf{d}_n^H \mathbf{B}_{n-1}^\dagger, \mathbf{a}_n = \mathbf{0} \right) \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

将引理 1 应用到 MMSE-SD 算法中的步骤(2)。定义 $\Gamma_n \triangleq [\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \cdots \ \mathbf{h}_n]$, Γ_n 的扩展矩阵可定义为 $\bar{\Gamma}_n \triangleq [\Gamma_n^H \ \sigma \mathbf{I}_n]^H$, $n = 1, 2, \dots, N$ 。则 $\mathbf{H}_1 = \Gamma_N$, $\bar{\mathbf{G}}_1 = \bar{\mathbf{H}}_1^\dagger = \bar{\Gamma}_N^\dagger$ 。对于 $n = 2, 3, \dots, N$, $\bar{\Gamma}_n$ 可表示为

$$\bar{\Gamma}_n = \begin{bmatrix} \Gamma_{n-1} & \mathbf{h}_n \\ \sigma \mathbf{I}_{n-1} & \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times (n-1)} & \sigma \end{bmatrix} \quad (8)$$

令 $\mathbf{Z}_{n-1} = [\Gamma_{n-1}^T \ \sigma \mathbf{I}_{n-1} \ \mathbf{0}_{(n-1) \times 1}]^T$, $\mathbf{f}_n = [\mathbf{h}_n^T \ \mathbf{0}_{1 \times (n-1)} \ \sigma]^T$, 则式(8)可表示为

$$\bar{\Gamma}_n = [\mathbf{Z}_{n-1} \ \mathbf{f}_n] \quad (9)$$

对式(9)应用引理 1, 可得

$$\bar{\Gamma}_n^\dagger = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{n-1}^\dagger - \mathbf{d}_n \mathbf{s}_n^H \\ \mathbf{s}_n^H \end{bmatrix}, \quad n = 2, 3, 4, \dots, N \quad (10)$$

其中 $\mathbf{Z}_{n-1}^\dagger = [\bar{\Gamma}_{n-1}^\dagger \ \mathbf{0}_{(n-1) \times 1}]$, $\mathbf{d}_n = \mathbf{Z}_{n-1}^\dagger \mathbf{f}_n = \mathbf{Q}_{n-1} \mathbf{h}_n$, \mathbf{Q}_{n-1} 是 $\bar{\Gamma}_{n-1}^\dagger$ 的前 n 列。 $\mathbf{a}_n = \mathbf{f}_n - \mathbf{Z}_{n-1} \mathbf{d}_n = [\mathbf{x}_n^T - \sigma \mathbf{d}_n^T \ \sigma]^T$, $\mathbf{x}_n = \mathbf{h}_n - \Gamma_{n-1} \mathbf{d}_n$ 。

显然 $\mathbf{a}_n \neq \mathbf{0}$, 则 $\mathbf{s}_n^H = \mathbf{a}_n^\dagger = \|\mathbf{a}_n\|^{-2} [\mathbf{x}_n^T - \sigma \mathbf{d}_n^T \ \sigma]$ 。由式(10)进而可以得到 $\bar{\Gamma}_n^\dagger$ 的迭代表达式为

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Gamma}_1^\dagger &= [\mathbf{h}_1^H \ \sigma] / (\|\mathbf{h}_1\|^2 + \sigma^2) \\ \bar{\Gamma}_n^\dagger &= \begin{bmatrix} \bar{\Gamma}_{n-1}^\dagger - \|\mathbf{a}_n\|^{-2} \mathbf{d}_n [\mathbf{x}_n^H - \sigma \mathbf{d}_n^H] & \|\mathbf{a}_n\|^{-2} \mathbf{d}_n \sigma \\ \|\mathbf{a}_n\|^{-2} [\mathbf{x}_n^H - \sigma \mathbf{d}_n^H] & \|\mathbf{a}_n\|^{-2} \sigma \end{bmatrix}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

经过 $N-1$ 次迭代即可求出 $\bar{\mathbf{G}}_1 = \bar{\mathbf{H}}_1^\dagger = \bar{\Gamma}_N^\dagger$ 。

3.2 后续 $N-1$ 次迭代求 $\bar{\mathbf{G}}_i$ ($2 \leq i \leq N$)

由文献[12]中的定理 3.1.3 可得如下引理:

引理 2 矩阵 $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{m \times n}$, $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^m$, $\mathbf{z} \in \mathbb{C}^n$, 令 $\mathbf{f}^H = \mathbf{z}^H(\mathbf{I} - \mathbf{X}^\dagger \mathbf{X})$, $\mathbf{g} = (\mathbf{I} - \mathbf{X}\mathbf{X}^\dagger)\mathbf{y}$, $\beta = 1 + \mathbf{z}^H \mathbf{X}^\dagger \mathbf{y}$, $\mathbf{t}^H = \mathbf{z}^H \mathbf{X}^\dagger$, $\mathbf{d} = \mathbf{X}^\dagger \mathbf{y}$. 如果 $\mathbf{g} = \mathbf{0}$, $\mathbf{f} = \mathbf{0}$, $\beta = 0$, 则 $(\mathbf{X} + \mathbf{y}\mathbf{z}^H)^\dagger = \mathbf{X}^\dagger - \mathbf{d}\mathbf{d}^\dagger \mathbf{X}^\dagger - \mathbf{X}^\dagger \mathbf{t}\mathbf{t}^H + \mathbf{d}^\dagger \mathbf{X}^\dagger (\mathbf{t}^H)^\dagger \mathbf{d}\mathbf{t}^H$.

下面将引理 2 应用到 MMSE-SD 算法中的步骤 (8), 令 $\mathbf{X} = \overline{\mathbf{H}}_{i-1}$, $\mathbf{y} = \overline{\mathbf{H}}_{i-1} \mathbf{r}_{N-i+2, j_{i-1}}$, $\mathbf{z} = -\mathbf{r}_{N-i+2, j_{i-1}}$. 其中 $\mathbf{r}_{j,i}$ 是一个 $j \times 1$ 维的矢量, 该矢量第 i 个元素为 1, 其它元素均为 0, 故 \mathbf{y} 是矩阵 $\overline{\mathbf{H}}_{i-1}$ 的第 j_{i-1} 列, 则

$$\Theta_{i-1} = \overline{\mathbf{H}}_{i-1} - \mathbf{y}(\mathbf{r}_{N-i+2, j_{i-1}})^\dagger = \mathbf{X} + \mathbf{y}\mathbf{z}^H \quad (12)$$

由式(12)知 Θ_{i-1} 为 $\overline{\mathbf{H}}_{i-1}$ 第 j_{i-1} 列置 0 后的矩阵, 由式(3)可知 Θ_{i-1} 的第 $N + j_{i-1}$ 行也为 0. 由 $\overline{\mathbf{H}}_{i-1}$ 的定义可知矩阵 $\mathbf{X} = \overline{\mathbf{H}}_{i-1}$ 列满秩, 则 $\mathbf{X}^\dagger \mathbf{X} = \mathbf{I}$, $\mathbf{f}^H = \mathbf{z}^H(\mathbf{I} - \mathbf{I}) = \mathbf{0}$, $\mathbf{t} = (\mathbf{X}^\dagger)^\dagger \mathbf{z} = -\overline{\boldsymbol{\psi}}_{i-1}$, $\mathbf{d} = \mathbf{X}^\dagger \mathbf{y} = \mathbf{r}_{N-i+2, j_{i-1}}$, $\mathbf{g} = (\mathbf{I} - \mathbf{X}\mathbf{X}^\dagger)\mathbf{y} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{X}^\dagger \mathbf{y} = \mathbf{0}$, $\beta = 1 + \mathbf{z}^H \mathbf{X}^\dagger \mathbf{y} = 1 + \mathbf{z}^H \mathbf{r}_{N-i+2, j_{i-1}} = 0$, 其中 $\boldsymbol{\psi}_{i-1}^H$ 是 $\overline{\mathbf{G}}_{i-1}$ 的第 j_{i-1} 行. 以上分析可知式(12)满足引理 2 的应用条件, 对式(12)应用引理 2 可得

$$\begin{aligned} \Theta_{i-1}^\dagger &= \mathbf{X}^\dagger - \mathbf{d}\mathbf{d}^\dagger \mathbf{X}^\dagger - \mathbf{X}^\dagger \mathbf{t}\mathbf{t}^H + \mathbf{d}^\dagger \mathbf{X}^\dagger (\mathbf{t}^H)^\dagger \mathbf{d}\mathbf{t}^H \\ &= \mathbf{X}^\dagger - \mathbf{z}\mathbf{t}^H - \mathbf{X}^\dagger \mathbf{t}\mathbf{t}^H + \mathbf{t}^H (\mathbf{t}^H)^\dagger \mathbf{z}\mathbf{t}^H \\ &= \mathbf{X}^\dagger - \mathbf{X}^\dagger \mathbf{t}\mathbf{t}^H = \overline{\mathbf{G}}_{i-1} - \overline{\mathbf{G}}_{i-1} \overline{\boldsymbol{\psi}}_{i-1} \overline{\boldsymbol{\psi}}_{i-1}^\dagger \end{aligned} \quad (13)$$

以上推导中 Θ_{i-1} 和 $\overline{\mathbf{H}}_i$ 及 Θ_{i-1}^\dagger 和 $\overline{\mathbf{G}}_i$ 之间的关系如图 1 所示.

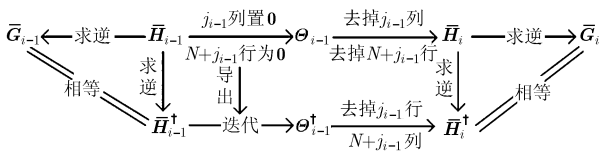


图 1 迭代矩阵关系

由图 1 的迭代矩阵关系可知, 对式(13)等式两边同时移去第 j_{i-1} 行和 $(N + j_{i-1})$ 列, 即可得到 $\overline{\mathbf{G}}_i$ 迭代公式如式(14)

$$\overline{\mathbf{G}}_i = \boldsymbol{\eta}_{i-1} - \boldsymbol{\Delta}_{i-1} \overline{\boldsymbol{\psi}}_{i-1} \boldsymbol{\kappa}_{i-1}^H / \|\overline{\boldsymbol{\psi}}_{i-1}\|^2 \quad (14)$$

其中 $\boldsymbol{\Delta}_{i-1} \in \mathbb{C}^{(N-i+1) \times (2N-i+2)}$, 矩阵 $\boldsymbol{\Delta}_{i-1}$ 是 $\overline{\mathbf{G}}_{i-1}$ 去掉第 j_{i-1} 行后的矩阵, $\boldsymbol{\eta}_{i-1} \in \mathbb{C}^{(N-i+1) \times (2N-i+1)}$, $\boldsymbol{\eta}_{i-1}$ 是 $\boldsymbol{\Delta}_{i-1}$ 去掉第 $N + j_{i-1}$ 列后的矩阵, $\overline{\boldsymbol{\psi}}_{i-1} \in \mathbb{C}^{(2N-i+2)}$, $\overline{\boldsymbol{\psi}}_{i-1}$ 是 $\overline{\mathbf{G}}_{i-1}^H$ 的第 j_{i-1} 列, $\boldsymbol{\kappa}_{i-1} \in \mathbb{C}^{(2N-i+1)}$, $\boldsymbol{\kappa}_{i-1}$ 是 $\overline{\boldsymbol{\psi}}_{i-1}$ 去掉第 $N + j_{i-1}$ 个元素后的矢量.

特别地, 当 $i = N$ 时, $\overline{\mathbf{H}}_N = [\mathbf{H}_N^H \ \sigma]^H$ 为矢量, 因此直接计算

$$\overline{\mathbf{G}}_N = \overline{\mathbf{H}}_N^\dagger = \overline{\mathbf{H}}_N^H / \|\overline{\mathbf{H}}_N\|^2 \quad (15)$$

较用式(14)从 $\overline{\mathbf{G}}_{N-1}$ 迭代求解 $\overline{\mathbf{G}}_N$ 更为简单.

综上, 原 MMSE-SD 算法当子载波个数较大时, 第(2)和第(8)步计算复杂度过高. 本文针对 MMSE-SD 算法的该计算瓶颈, 对第(2)和第(8)步进行低复杂度改进, 易于实际系统实现. 改进方法可总结为: 首次检测 ($i = 1$) 通过式(11)计算 $\overline{\mathbf{G}}_1$; 当 $2 \leq i \leq N - 1$, 通过式(14)迭代求 $\overline{\mathbf{G}}_i$; 当 $i = N$ 时, 通过式(15)直接计算 $\overline{\mathbf{G}}_N$. 取 $\overline{\mathbf{G}}_i$ 的前 N 列可得到所需检测矩阵 \mathbf{G}_i , 避免原算法直接通过求逆得到 \mathbf{G}_i . 由以上推导过程可知, 改进算法求解 \mathbf{G}_i 的过程与原 MMSE-SD 算法中直接求逆的过程等价, 因而保持了原算法的性能. 同时本文提出的方法仅对原 MMSE-SD 算法的步骤(2)和步骤(8)中的求逆操作进行改进, 与其他检测步骤独立, 因此该扩展矩阵迭代求逆方法也适用于其它包含求逆操作的检测算法, 应用更具灵活性.

4 计算复杂度分析及仿真结果

下面首先分析本文针对 MMSE-SD 算法步骤(2)和步骤(8)改进后求解 \mathbf{G}_i 的计算复杂度, 其次计算改进算法的总计算复杂度, 并与原 MMSE-SD 算法^[4], SAGE^[2,3]算法, ML-EM^[5]算法, MAP-SDSC^[6]算法及 OOFDM^[7]算法的计算复杂度做比较. 与对比算法的文献相同, 本文用复数乘法 (Complex Multiplications, CM) 和复数加法 (Complex Additions, CA) 的总操作次数来衡量算法的计算复杂度.

由式(3)知 $\overline{\mathbf{G}}_i$ 的后 $N - i + 1$ 列组成一个 Hermite 矩阵, 类似地, 由 $\overline{\mathbf{T}}_n$ 的定义可知 $\overline{\mathbf{T}}_n^\dagger$ 的后 n 列组成一个 Hermite 矩阵. Hermite 矩阵具有如下性质: Hermite 矩阵的运算量是相同大小的一般矩阵运算量的一半. 下面基于这一性质来进行分析. 首先分析本文改进算法求解 \mathbf{G}_i 的计算复杂度:

当 $i = 1$ 时, 求解 $\overline{\mathbf{G}}_1$ 需要计算 $\overline{\mathbf{T}}_1^\dagger, \mathbf{d}_n, \mathbf{a}_n, \mathbf{x}_n$, 通过分析可得: 需要进行的 CM 次数为 $5/3N^3 - 1/4N^2 + 1/12N - 1/4$, 需要进行的 CA 次数为 $5/3N^3 - 9/4N^2 + 1/12N + 1/4$.

当 $2 \leq i \leq N - 1$ 时, 计算 $\overline{\mathbf{G}}_i$ 需要进行 $3/2N^3 + 1/4N^2 - 17/4N - 9/2$ 次 CM, 需要进行 $3/2N^3 - 7/4N^2 - 7/4N - 3/2$ 次 CA.

当 $i = N$ 时, 计算 $\overline{\mathbf{G}}_N$ 需要进行的 CM 次数为 $N + 1/4$, 需要进行的 CA 次数为 N .

综上分析, 本文对 MMSE-SD 算法中步骤(2)和步骤(8)改进后求解 \mathbf{G}_i 的计算复杂度为 $19/3N^3 - 4N^2 - 29/6N - 6$ 次复数操作.

粗略分析 MMSE-SD 算法其它步骤的计算复杂度: 第(3)和第(9)步计算 j_i 需要 $N^3 + N^2$ 次 CM 和

$N^3 + N^2$ 次 CA; 第(4)步需要 N^2 次 CM 和 $N(N-1)$ 次 CA; 第(6)步计算 y_1, y_2, \dots, y_N 需要 N^2 次 CM 和 N^2 次 CA。忽略其它处理的计算复杂度。则本文改进算法的总计算复杂度为 $25/3N^3 + 2N^2 - 35/6N - 6$ 次复数操作。

原 MMSE-SD 算法步骤(2)和步骤(8)求解矩阵 G_i 的计算复杂度为 $5N^4 - N^3$ 次复数操作。原 MMSE-SD 算法总计算复杂度为 $5N^4 + N^3 + 6N^2 - N$ 次复数操作。ML-EM 算法复数操作次数为 $(2Q+3)^3 GN$, 其中 Q 为信道矩阵带状近似宽度, 当 $Q = N/2$ 时即为本文算法的完全信道矩阵, G 表示在一个 OFDM 符号内以 G 个子载波为一组来进行检测, 为了便于比较可取最小值 1。MAP-SDSC 算法复数操作次数为 $(8Q^2 + 4Q + N_d(16Q^2 + 12Q + 4))N$, 其中 Q 为信道矩阵带状近似宽度, 同上取 $Q = N/2, N_d$ 为求期望时的迭代次数, 取 $N_d = 1$ 。OOFDM 算法复数操作次数为 $(uN)^3 + N^3$, 其中 u 为过采样因子, 需根据不同的归一化多普勒频移选取。

综上, 将本文改进方法与原 MMSE-SD 算法, SAGE 算法, ML-EM 算法, MAP-SDSC 算法及 OOFDM 算法的计算复杂度做比较, 如表 2 所示。

由表 2 可看出本文改进算法的计算复杂度与原 MMSE-SD 算法和 ML-EM 算法计算复杂度相比降低, 特别是当子载波个数 N 较大($N=1024$ 或 2048) 时, 该改进算法的低复杂度优势更为明显; 本文改

进算法, SAGE 算法, MAP-SDSC 算法及 OOFDM 算法的计算复杂度均与子载波个数 N 的 3 次方成正比, 其中 SAGE 算法计算复杂度稍低, 本文改进算法与 MAP-SDSC 算法及 OOFDM 算法选取过采样因子较小 ($u = 2$) 时计算复杂度相当, 当 $u \geq 3$ 时, OOFDM 算法计算复杂度高于本文改进算法。

对以上方法进行仿真, 比较其系统性能, 仿真参数按表 3 选取, 仿真结果如图 2 所示。

表 3 系统仿真参数

载波(GHz)	2.4	移动速度 (km/h)	350,1050
带宽(MHz)	1	最大归一化多普勒频移	0.1, 0.3
采样间隔(μ s)	1	信道模型	3 径 Rayleigh
子载波个数 N	128	信道延时功率谱	指数分布
CP 长度	16	最大延时(μ s)	12
子载波间隔 (kHz)	7.8	信道估计	理想
调制方式	16QAM	信道编码	无

表 2 不同算法的计算复杂度比较

算法	计算复杂度
本文方法	$(25/3N^3 + 2N^2 - 35/6N - 6) \sim O(N^3)$
原 MMSE-SD ^[4]	$(5N^4 + N^3 + 6N^2 - N) \sim O(N^4)$
SAGE ^[2,3]	$O((1/4N^2 + \log N)N)$
ML-EM ^[5]	$(N+3)^3 N \sim O(N^4)$
MAP-SDSC ^[6]	$(6N^2 + 8N + 4)N \sim O(N^3)$
OOFDM ^[7]	$(uN)^3 + N^3$

仿真结果表明: (1)本文改进的低复杂度 MMSE-SD 算法和原 MMSE-SD 算法性能最优, 两条曲线几乎重合, 且本文改进算法保持了原 MMSE-SD 算法特点: 归一化多普勒频移越大, 系统性能越好。这是由于信道随时间变化越快, 所能提供的时间分集效果越明显。(2)相对于 OOFDM 算法, 当归一化多普勒频移为 0.1 时, OOFDM 算法过采样因子取 $u = 2$ 时, 其性能接近本文算法。当归一化多普勒频移增大(0.3)时, OOFDM 算法为了取得与本文算法相接近的性能需要采用更大的过采样因子 ($u = 4$), 由此会导致计算复杂度高于本算法。

综合以上计算复杂度分析和仿真结果可得: 相比于原 MMSE-SD 算法, 本文改进算法在保持原算法性能的同时大幅度降低了其计算复杂度, 使其计算

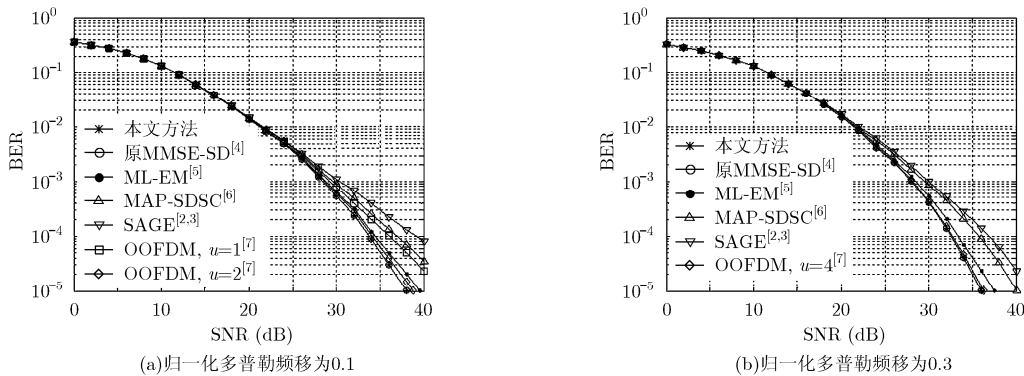


图 2 不同算法的 BER 性能曲线比较

复杂度与子载波个数的 3 次方成正比；与其它算法相比，本文改进算法兼顾了系统性能与计算复杂度，其计算复杂度随着归一化多普勒频移增大保持不变而性能更优。

5 结束语

目前多数关于消除时频双选信道 OFDM 系统中的 ICI 算法，不能兼顾系统性能与实现复杂度。针对该问题，本文提出了低复杂度 MMSE-SD 算法，该算法首先对信道矩阵和检测矩阵进行扩展处理，然后建立扩展矩阵和原矩阵之间的关系，每次检测用扩展矩阵的迭代求逆代替原矩阵的直接求逆。计算复杂度分析和性能仿真表明：与原 MMSE-SD 算法相比，本文提出的改进算法在保持原算法性能的基础上，大幅度降低计算复杂度。尤其当子载波个数较大时，该算法的低复杂度优势更为明显，在实际系统的实现中具有重要意义；与其它算法相比，本文改进算法兼顾了系统性能与计算复杂度，当归一化多普勒频移增大时，其计算复杂度保持不变而性能更优，同时本文提出的矩阵扩展迭代求逆方法也可用于所有包含求逆操作的检测算法，应用更具有灵活性。

参 考 文 献

- [1] Chen Shao-ping, Dai Guang-fa, and Rao Wen-gui. ICI mitigation and diversity gain for OFDM systems in time-varying multipath fading channels[J]. *European Transactions on Telecommunications*, 2011, 22(2): 61–67.
 - [2] Dogan H, Panayirci E, and Poor H V. Low-complexity joint data detection and channel equalization for highly mobile orthogonal frequency division multiplexing systems[J]. *IET Communications*, 2010, 4(8): 1000–1011.
 - [3] Senol H and Poor H V. Joint channel estimation, equalization, and data detection for OFDM systems in the presence of very high mobility[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(8): 4225–4238.
 - [4] Choi Y S, Voltz P J, and Cassara F A. On channel estimation and detection for multicarrier signals in fast and selective rayleigh fading channels[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2001, 49(8): 1375–1387.
 - [5] Ku Meng-lin, Chen Wen-chuan, and Hang Chia-chi. EM-based iterative receivers for OFDM and BICM/OFDM systems in doubly selective channels[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2011, 10(5): 1405–1415.
 - [6] Panayirci E, Dogan H, and Poor H V. Low-complexity MAP-based successive data detection for coded OFDM systems over highly mobile wireless channels[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2011, 60(6): 2849–2857.
 - [7] Wu Jing-xian and Zheng Ya-hong Rosa. Oversampled orthogonal frequency division multiplexing in doubly selective fading channels[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2011, 59(3): 815–822.
 - [8] Rugini L, Banelli P, and Leus G. Simple equalization of time-varying channels for OFDM[J]. *IEEE Communications Letters*, 2005, 9(7): 619–621.
 - [9] Schniter P. Low-complexity equalization of OFDM in doubly-selective channels[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(4): 1002–1011.
 - [10] Hassibi B. A fast square-root implementation for BLAST[C]. Conference Record of the Thirty-Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, 2000: 1255–1259.
 - [11] 陶小峰, 余追专, 秦海燕, 等. V-BLAST 的次优译码[J]. *电子学报*, 2003, 31(5): 703–706.
Tao Xiao-feng, Yu Zhui-zhuan, Qin Hai-yan *et al.* Sub-optimal detection algorithm of V-BLAST[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(5): 703–706.
 - [12] Campbell S L and Meyer C D. Generalized Inverses of Linear Transformations[M]. London: Pitman Publishing Limited, 1979: 47–48.
- 惠永涛: 男, 1987 年生, 博士生, 研究方向为高速移动场景下存在大动态多普勒扩展的 OFDM 系统的关键技术。
李兵兵: 男, 1955 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 从事图像通信以及数字通信等方面的研究。
同 钊: 女, 1989 年生, 博士生, 研究方向为宽带无线通信理论与技术。