

双基地 MIMO 雷达四维角度和多普勒频率联合估计

许凌云^{*①②} 张小飞^① 许宗泽^① 于淼^②

^①(南京航空航天大学电子信息工程学院 南京 210016)

^②(总参第 63 研究所 南京 210007)

摘要: 该文提出了一种新的基于 L 型阵列双基地 MIMO 雷达多目标的 4 维角度和多普勒频率联合估计的算法, 该算法根据 DOA 矩阵法思想构造矩阵, 通过特征参数与待估参数之间的特定关系, 推导出了目标 2 维 DOA, 2 维 DOD 及多普勒频率联合估计式, 并得到闭式解。该算法无需谱峰搜索, 只需一次特征值分解, 且估计出的 5 维参数自动配对, 与 ESPRIT 算法相比, 计算复杂度降低, 且性能非常接近, 并能克服空间色噪声的影响, 在发射信号非完全正交时仍旧适用。仿真结果验证了该算法的有效性。

关键词: 双基地 MIMO 雷达; 4 维角度估计; 多普勒频率估计; L 型阵列

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)12-2942-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00718

Joint 4-D Angle and Doppler Frequency Estimation for Bistatic MIMO Radar

Xu Ling-yun^{①②} Zhang Xiao-fei^① Xu Zong-ze^① Yu Miao^②

^①(College of Electronic Information Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

^②(The 63rd Research Institute of the PLA General Staff Headquarters, Nanjing 210007, China)

Abstract: A novel joint 4-Dimensional (4-D) angle and Doppler frequency estimation algorithm is proposed for bistatic MIMO radar with L-shaped arrays. The DOA matrix method is used to construct the data model and then the close-form solution of the two dimensional DOA, the two dimensional DOD and Doppler frequency can be obtained. The proposed algorithm requires no searching spectral peak, and the estimated five dimensional parameters of the targets can be paired automatically. The proposed algorithm has very close parameters estimation to ESPRIT algorithm which has a much higher complexity than the algorithm. The method can eliminate the effect of the spatial colored noise and it is applicable even if the transmitted waveforms are not entirely orthogonal. The simulation results verify its effectiveness.

Key words: Bistatic MIMO radar; 4-Dimensional angle estimation; Doppler frequency estimation; L-shaped array

1 引言

多输入输出(MIMO)雷达是近几年发展起来的一种新体制雷达, 与传统的雷达体制不同, MIMO 雷达采用多个发射天线同时发射正交信号波形照射目标, 并使用多个接收天线接收目标反射的信号。因此 MIMO 雷达可以实现灵活的发射分集设计, 且具有高分辨率的空间谱估计性能, 目前成为雷达界研究的热点。针对 MIMO 雷达多参数的估计, 国内

外学者纷纷展开了研究, 文献[1-5]研究了双基地雷达中基于 MUSIC, 降维 MUSIC, Root-MUSIC, 4 元数 Root-MUSIC, ESPRIT 等算法的角度估计, 以上文献都忽略了目标的多普勒效应即只考虑目标静止时的收发角度估计, 实际情况下, 目标更为复杂, 存在各种影响因素。文献[6-8]虽研究了双基地 MIMO 雷达中角度和多普勒频率的联合估计, 但它们采用的都是基于迭代的方法, 算法计算量大并存在收敛问题。文献[9]提出了基于传播算子法(PM)的多目标角度和多普勒频率的联合估计, 算法复杂度低, 所估计的参数能自动配对。文献[10]研究了基于 ESPRIT 的双基地 MIMO 雷达中角度和多普勒频率的联合估计, 上述文献都是针对均匀线阵建模, 与均匀线阵相比, L 型阵列能够辨识 2 维角度, 与工程实际更为接近。因此研究基于 L 型阵列下双基

2012-06-08 收到, 2012-09-21 改回

国家自然科学基金(61179006), 南京航空航天大学理工科融合专项基金(NP2011036), 厦门大学水声通信与海洋信息技术教育部重点实验室开放课题和中央高校基本科研业务费专项资金(NZ2012010, kfjj120115, kfjj20110215) 资助课题

*通信作者: 许凌云 xlyun@muaa.edu.cn

地 MIMO 雷达多目标的多维参数联合估计不仅具有理论意义,而且具有实际价值,本文建立了 L 型阵列的双基地 MIMO 雷达信号模型,提出了基于 DOA 矩阵的非相干目标 2 维 DOA, 2 维 DOD 及多普勒频率的联合估计算法,该算法无需谱峰搜索且估计的参数自动配对,并能克服空间色噪声的影响,且在发射信号非完全正交时仍旧适用。

文中用到的符号和算子说明如下: \odot 表示 Khatri-Rao 积; \otimes 表示 Kronecker 积; $[\cdot]^\dagger$ 表示矩阵的 Moore-Renrose 逆矩阵; 黑体小写字母表示矢量; 黑体大写字母表示矩阵。

2 数据模型

双基地 MIMO 雷达系统如图 1 所示,发射和接收阵列均为 L 型阵列,发射阵列在 x 轴上有 M 个天线, y 轴上有 M 个天线,接收阵列也是类似的结构, x 轴上有 N 个天线, y 轴上有 N 个天线,天线间隔均为 $d = \lambda/2$, λ 为工作波长。设雷达工作在窄带远场条件,各发射端同时发射相同载频及带宽的时域正交编码信号,可表示为 $\mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_{2M-1}]^T$, $\mathbf{s}_m = [s_m(1), \dots, s_m(P)]^T$ 为第 m 个发射信号, P 为发射信号长度。假设空间存在 K 个远场不相关目标, (θ_{rk}, ϕ_{rk}) 和 (θ_{tk}, ϕ_{tk}) 分别为第 k 个目标的 2 维 DOA 和 2 维 DOD。在第 l ($l = 1, 2, \dots, L$) 个脉冲周期,接收信号可表示为

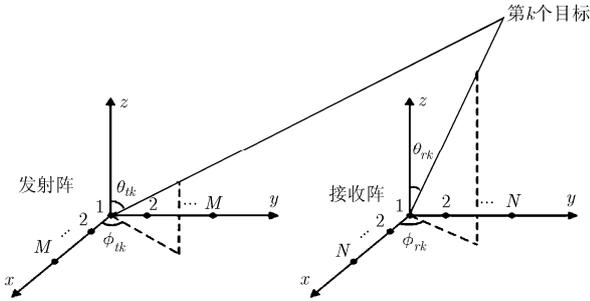


图 1 L 型阵列双基地 MIMO 雷达系统

$$\mathbf{Y}(l) = \sum_{i=1}^K \beta_k e^{j2\pi f_{dk}(l-1)T_r} \mathbf{a}_r(\theta_{rk}, \phi_{rk}) \mathbf{a}_t^T(\theta_{tk}, \phi_{tk}) \mathbf{S} + \mathbf{W}(l) \quad (1)$$

其中 β_k 和 f_{dk} 为第 k 个目标的回波信号幅度和多普勒频率, $\mathbf{W}(l) \in \mathcal{C}^{(2N-1) \times P}$ 为加性噪声矩阵,时域为高斯白噪声,空域为零均值高斯色噪声,协方差矩阵未知记为 \mathbf{Q}_w , T_r 为脉冲重复周期。 $\mathbf{a}_t(\theta_{tk}, \phi_{tk})$ 为第 k 个目标的发射导向矢量, $\mathbf{a}_t(\theta_{tk}, \phi_{tk}) = [1, e^{-j\pi \cos \phi_{tk} \sin \theta_{tk}}, \dots, e^{-j\pi(M-1) \cos \phi_{tk} \sin \theta_{tk}}, e^{-j\pi \sin \phi_{tk} \sin \theta_{tk}}, \dots, e^{-j\pi(M-1) \sin \phi_{tk} \sin \theta_{tk}}]^T$, $\mathbf{a}_r(\theta_{rk}, \phi_{rk})$ 为第 k 个目标的接收

导向矢量

$$\mathbf{a}_r(\theta_{rk}, \phi_{rk}) = [1, e^{-j\pi \cos \phi_{rk} \sin \theta_{rk}}, \dots, e^{-j\pi(N-1) \cos \phi_{rk} \sin \theta_{rk}}, e^{-j\pi \sin \phi_{rk} \sin \theta_{rk}}, \dots, e^{-j\pi(N-1) \sin \phi_{rk} \sin \theta_{rk}}]^T$$

对接收回波进行匹配滤波可得到

$$\tilde{\mathbf{Y}}(l) = \frac{1}{P} \mathbf{Y}(l) \mathbf{S}^H = \sum_{i=1}^K \beta_k e^{j2\pi f_{dk}(l-1)T_r} \cdot \mathbf{a}_r(\theta_{rk}, \phi_{rk}) \tilde{\mathbf{a}}_t^T(\theta_{tk}, \phi_{tk}) + \tilde{\mathbf{W}}(l) \quad (2)$$

其中 $\tilde{\mathbf{a}}_t(\theta_{tk}, \phi_{tk}) = \mathbf{R}_s^T \mathbf{a}_t(\theta_{tk}, \phi_{tk})$, $\mathbf{R}_s = \mathbf{S} \mathbf{S}^H / P$, $\tilde{\mathbf{W}}(l) = \mathbf{W}(l) \mathbf{S}^H / P$ 。

由上式可看出匹配滤波后的发射导向矢量变换为 $\tilde{\mathbf{a}}_t(\theta_{tk}, \phi_{tk})$, 由于各发射端同时发射相同载频及带宽的时域正交编码信号, $\mathbf{R}_s = \mathbf{S} \mathbf{S}^H / P = \mathbf{I}$, $\tilde{\mathbf{a}}_t(\theta_{tk}, \phi_{tk}) = \mathbf{a}_t(\theta_{tk}, \phi_{tk})$ 。

将输出写成向量形式: $\mathbf{x}(l) = \mathbf{A} \boldsymbol{\eta}(l) + \mathbf{n}(l)$, 其中 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_K]$ 为发射接收联合导向矩阵, $\mathbf{a}_k = \mathbf{a}_r(\theta_{rk}, \phi_{rk}) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_{tk}, \phi_{tk})$, 定义 $\mathbf{A}_T = [\mathbf{a}_t(\theta_{t1}, \phi_{t1}), \mathbf{a}_t(\theta_{t2}, \phi_{t2}), \dots, \mathbf{a}_t(\theta_{tK}, \phi_{tK})] \in \mathcal{C}^{(2M-1) \times K}$ 是发射方向矩阵,也可以表示为 $\mathbf{A}_T = [\mathbf{A}_{TX}^T; \mathbf{A}_{TY}^T]^T$, 其中 \mathbf{A}_{TX} 表示发射阵列 x 轴方向上的方向矩阵, \mathbf{A}_{TY} 表示发射阵列 y 轴方向上的方向矩阵, 定义 $\mathbf{A}_R = [\mathbf{a}_r(\theta_{r1}, \phi_{r1}), \mathbf{a}_r(\theta_{r2}, \phi_{r2}), \dots, \mathbf{a}_r(\theta_{rK}, \phi_{rK})] \in \mathcal{C}^{(2N-1) \times K}$ 是接收方向矩阵,也可表示为 $\mathbf{A}_R = [\mathbf{A}_{RX}^T; \mathbf{A}_{RY}^T]^T$, 其中 \mathbf{A}_{RX} 表示接收阵列 x 轴方向上的方向矩阵, \mathbf{A}_{RY} 表示接收阵列 y 轴方向上的方向矩阵。 \mathbf{A} 还可以表示为: $\mathbf{A} = \mathbf{A}_R \odot \mathbf{A}_T = [\mathbf{A}_T^T, (\mathbf{A}_T \boldsymbol{\Phi}_{rx})^T, \dots, (\mathbf{A}_T \boldsymbol{\Phi}_{rx}^{N-1})^T, (\mathbf{A}_T \boldsymbol{\Phi}_{ry})^T, \dots, (\mathbf{A}_T \boldsymbol{\Phi}_{ry}^{N-1})^T]^T$, 其中 $\boldsymbol{\Phi}_{rx} = \text{diag}[\exp(-j\pi \cos \phi_{r1} \sin \theta_{r1}), \dots, \exp(-j\pi \cos \phi_{rK} \sin \theta_{rK})]$, $\boldsymbol{\Phi}_{ry} = \text{diag}[\exp(-j\pi \sin \phi_{r1} \sin \theta_{r1}), \dots, \exp(-j\pi \sin \phi_{rK} \sin \theta_{rK})]$ 。 $\boldsymbol{\eta}(l) = [\eta_1(l), \eta_2(l), \dots, \eta_K(l)]^T$, 其中 $\eta_k(l) = \beta_k e^{j2\pi f_{dk}(l-1)T_r}$ ($k = 1, 2, \dots, K$) 为信号包络, $\mathbf{n}(l)$ 为匹配滤波后的噪声矢量。由于各个匹配滤波器之间相互正交, $\mathbf{n}(l)$ 的协方差矩阵为 \mathbf{Q}_n

$$\mathbf{Q}_n = \mathbf{E}[\mathbf{n}(i) \mathbf{n}^H(j)] = \begin{cases} \mathbf{I}_{2M-1} \otimes \mathbf{Q}_w, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (3)$$

取 L 个脉冲周期, 定义 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(L)]$, 信号的模型可以表示为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \boldsymbol{\eta} + \mathbf{N} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{N} \in \mathcal{C}^{(2M-1)(2N-1) \times L}$ 是噪声矩阵, $\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}(1), \boldsymbol{\eta}(2), \dots, \boldsymbol{\eta}(L)] \in \mathcal{C}^{K \times L}$ 。

3 算法描述

根据 DOA 矩阵法的思想, 利用 L 个脉冲周期的匹配滤波器输出分别构造 3 个数据矩阵: $\mathbf{X}_1 = [\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(L-2)] = \mathbf{A} \boldsymbol{\eta}_1 + \mathbf{N}_1$, $\mathbf{X}_2 = [\mathbf{x}(2), \mathbf{x}(3), \dots, \mathbf{x}(L-1)] = \mathbf{A} \boldsymbol{\eta}_2 + \mathbf{N}_2$, $\mathbf{X}_3 = [\mathbf{x}(3), \mathbf{x}(4), \dots, \mathbf{x}(L)] =$

$\mathbf{A}\boldsymbol{\eta}_3 + \mathbf{N}_3$, 其中 $\mathbf{N}_1 = [\mathbf{N}(1), \mathbf{N}(2), \dots, \mathbf{N}(L-2)]$, $\mathbf{N}_2 = [\mathbf{N}(2), \mathbf{N}(3), \dots, \mathbf{N}(L-1)]$, $\mathbf{N}_3 = [\mathbf{N}(3), \mathbf{N}(4), \dots, \mathbf{N}(L)]$ 分别为噪声矩阵, $\boldsymbol{\eta}_1 = [\boldsymbol{\eta}(1), \boldsymbol{\eta}(2), \dots, \boldsymbol{\eta}(L-2)]$, $\boldsymbol{\eta}_2 = [\boldsymbol{\eta}(2), \boldsymbol{\eta}(3), \dots, \boldsymbol{\eta}(L-1)]$, $\boldsymbol{\eta}_3 = [\boldsymbol{\eta}(3), \boldsymbol{\eta}(4), \dots, \boldsymbol{\eta}(L)]$ 且存在如下关系: $\boldsymbol{\eta}_2 = \boldsymbol{\eta}_1 \boldsymbol{\Psi}$, $\boldsymbol{\eta}_3 = \boldsymbol{\eta}_1 \boldsymbol{\Psi}^2$, 其中 $\boldsymbol{\Psi} = \text{diag}[e^{j2\pi f_{d1} T_r}, e^{j2\pi f_{d2} T_r}, \dots, e^{j2\pi f_{dK} T_r}]$, 根据式(3), 噪声矩阵 $\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2$ 和 \mathbf{N}_3 有如下关系: $\mathbf{N}_2 \mathbf{N}_1^H / (L-2) = 0$, $\mathbf{N}_3 \mathbf{N}_1^H / (L-2) = 0$ 。因此 \mathbf{X}_2 与 \mathbf{X}_1 及 \mathbf{X}_3 与 \mathbf{X}_1 的互相关矩阵可分别表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{21} &= \mathbf{X}_2 \mathbf{X}_1^H / (L-2) + \mathbf{N}_2 \mathbf{N}_1^H / (L-2) \\ &= \mathbf{A} \boldsymbol{\Psi} \mathbf{R}_\eta \mathbf{A}^H \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{31} &= \mathbf{X}_3 \mathbf{X}_1^H / (L-2) + \mathbf{N}_3 \mathbf{N}_1^H / (L-2) \\ &= \mathbf{A} \boldsymbol{\Psi}^2 \mathbf{R}_\eta \mathbf{A}^H \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\mathbf{R}_\eta = \boldsymbol{\eta}_1 \boldsymbol{\eta}_1^H$, $[\]^H$ 表示共轭转置。从上可知式(5), 式(6)不会受到高斯色噪声的影响。

定义时空波达矩阵: $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{31} \mathbf{R}_{21}^\#$, 其中 $\mathbf{R}_{21}^\#$ 是 \mathbf{R}_{21} 的广义逆。

定理1^[11] 如果 \mathbf{A} 与 \mathbf{R} 均满秩, 且 $\boldsymbol{\Psi}$ 中无相同对角元素, 则波达矩阵 \mathbf{R} 的 K 个非零特征值 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, K)$ 等于 $\boldsymbol{\Psi}$ 中 K 个对角元素, 而这些特征值对应的特征向量等于矩阵 \mathbf{A} 的 K 个列向量, 即 $\mathbf{R}\mathbf{A} = \mathbf{A}\boldsymbol{\Psi}$ 。

根据定理 1, 由矩阵 \mathbf{R} 的 K 个非零特征值和相应的特征向量可获得目标多普勒频率和 DOD, DOA 的估计并且它们之间自动配对。假定 $\hat{\lambda}_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 是矩阵 \mathbf{R} 的 K 个最大非零特征值, 即对应 $\hat{\boldsymbol{\Psi}}$ 的 K 个对角线元素, $\hat{\mathbf{A}} = [\hat{\mathbf{a}}_1, \hat{\mathbf{a}}_2, \dots, \hat{\mathbf{a}}_K]$, 其中 $\hat{\mathbf{a}}_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 是特征值相对应的特征向量, 有 $\hat{\boldsymbol{\Psi}} = \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\Pi}$, $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} \boldsymbol{\Pi}$ 。其中 $\boldsymbol{\Pi}$ 是列模糊矩阵, 并且 $\boldsymbol{\Pi}^{-1} = \boldsymbol{\Pi}$ 。因此目标的多普勒频率的估计为

$$\hat{f}_{dk} = \text{angle}(\hat{\lambda}_k) / (2\pi T_r), \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (7)$$

其中 $\text{angle}(\hat{\lambda}_k)$ 表示 $\hat{\lambda}_k$ 的相角。

(1)目标 2 维 DOA 的估计 对 $\hat{\mathbf{A}}$ 进行分块, 有如下对应关系式:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}} &= [\hat{\mathbf{A}}_1^T, \hat{\mathbf{A}}_2^T, \dots, \hat{\mathbf{A}}_N^T, \hat{\mathbf{A}}_{N+1}^T, \dots, \hat{\mathbf{A}}_{2N-1}^T]^T \\ &= [\mathbf{A}_T^T, (\mathbf{A}_T \boldsymbol{\Phi}_{rx})^T, \dots, (\mathbf{A}_T \boldsymbol{\Phi}_{rx}^{N-1})^T, (\mathbf{A}_T \boldsymbol{\Phi}_{ry})^T, \dots, \\ &\quad (\mathbf{A}_T \boldsymbol{\Phi}_{ry}^{N-1})^T]^T \boldsymbol{\Pi} \end{aligned} \quad (8)$$

根据式(8)的对应关系, 可得到

$$\begin{aligned} &[(\hat{\mathbf{A}}_T \boldsymbol{\Phi}_{rx})^T, (\hat{\mathbf{A}}_T \boldsymbol{\Phi}_{rx}^2)^T, \dots, (\hat{\mathbf{A}}_T \boldsymbol{\Phi}_{rx}^{N-1})^T]^T \\ &= [(\hat{\mathbf{A}}_T)^T, (\hat{\mathbf{A}}_T \boldsymbol{\Phi}_{rx})^T, \dots, (\hat{\mathbf{A}}_T \boldsymbol{\Phi}_{rx}^{N-2})^T]^T \hat{\boldsymbol{\Phi}}_{rx} \end{aligned} \quad (9)$$

定义 $\mathbf{P}_b = [(\hat{\mathbf{A}}_T \boldsymbol{\Phi}_{rx})^T, (\hat{\mathbf{A}}_T \boldsymbol{\Phi}_{rx}^2)^T, \dots, (\hat{\mathbf{A}}_T \boldsymbol{\Phi}_{rx}^{N-1})^T]^T$, $\mathbf{P}_a = [(\hat{\mathbf{A}}_T)^T, (\hat{\mathbf{A}}_T \boldsymbol{\Phi}_{rx})^T, \dots, (\hat{\mathbf{A}}_T \boldsymbol{\Phi}_{rx}^{N-2})^T]^T$, 可得到

$$\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{rx} = \mathbf{P}_a^\dagger \mathbf{P}_b \quad (10)$$

其中 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{rx} = \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\Phi}_{rx} \boldsymbol{\Pi}$, 取 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{rx}$ 的第 k 个对角线元素 p_k 。

由式(8)还可以得到以下关系式, 定义 $\hat{\mathbf{P}}_c = [\hat{\mathbf{A}}_1^T, \hat{\mathbf{A}}_{N+1}^T, \dots, \hat{\mathbf{A}}_{2N-2}^T]^T$, $\hat{\mathbf{P}}_d = [\hat{\mathbf{A}}_{N+1}^T, \hat{\mathbf{A}}_{N+2}^T, \dots, \hat{\mathbf{A}}_{2N-1}^T]^T$ 。在无噪声的情况下 $\hat{\mathbf{P}}_d = \hat{\mathbf{P}}_c \hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ry}$, 其中 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ry} = \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\Phi}_{ry} \boldsymbol{\Pi}$ 。所以

$$\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ry} = \mathbf{P}_c^\dagger \mathbf{P}_d \quad (11)$$

令 r_k 为 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ry}$ 的第 k 个对角线元素, $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{rx}$ 和 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ry}$ 有着相同的列模糊矩阵, p_k 和 r_k 在对角线上有着相同的位置, 所以 p_k 和 r_k 对应于同一个目标, 即自动配对。对它们取相角后可得

$$u_k = -\text{angle}(p_k) / \pi = \cos \phi_{rk} \sin \theta_{rk} \quad (12)$$

$$v_k = -\text{angle}(r_k) / \pi = \sin \phi_{rk} \sin \theta_{rk} \quad (13)$$

由此可以估计出第 k 个目标相对接收阵的仰角和方位角。

$$\hat{\theta}_{rk} = \sin^{-1} \left(\sqrt{u_k^2 + v_k^2} \right) \quad (14)$$

$$\hat{\phi}_{rk} = \tan^{-1}(v_k / u_k) \quad (15)$$

此时已经估计出 2 维 DOA, 且已实现了参数的自动配对。

(2)目标 2 维 DOD 的估计 定义 $\mathbf{A}' = [a'_1, a'_2, \dots, a'_K]$, 其中 $a'_k = \mathbf{a}_t(\theta_{tk}, \phi_{tk}) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_{rk}, \phi_{rk})$, \mathbf{A}' 可由 $\hat{\mathbf{A}}$ 的有限次行变换得到, 即 $\mathbf{A}' = \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}$, \mathbf{W} 为有限次行变换矩阵。类似地对 $\hat{\mathbf{A}}$ 进行相同的行变换操作有 $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{W} \hat{\mathbf{A}}'$, 因此有下式(16)成立:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}}' &= [\hat{\mathbf{A}}_R^T, (\hat{\mathbf{A}}_R \hat{\boldsymbol{\Phi}}_{tx})^T, \dots, (\hat{\mathbf{A}}_R \hat{\boldsymbol{\Phi}}_{tx}^{M-1})^T, (\hat{\mathbf{A}}_R \hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ty})^T, \\ &\quad \dots, (\hat{\mathbf{A}}_R \hat{\boldsymbol{\Phi}}_{ty}^{M-1})^T]^T = [\mathbf{A}_R^T, (\mathbf{A}_R \boldsymbol{\Phi}_{tx})^T, \dots, \\ &\quad (\mathbf{A}_R \boldsymbol{\Phi}_{tx}^{M-1})^T, (\mathbf{A}_R \boldsymbol{\Phi}_{ty})^T, \dots, (\mathbf{A}_R \boldsymbol{\Phi}_{ty}^{M-1})^T]^T \boldsymbol{\Pi} \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $\boldsymbol{\Phi}_{tx} = \text{diag}[\exp(-j\pi \cos \phi_{t1} \sin \theta_{t1}), \dots, \exp(-j\pi \cos \phi_{tK} \sin \theta_{tK})]$, $\boldsymbol{\Phi}_{ty} = \text{diag}[\exp(-j\pi \sin \phi_{t1} \sin \theta_{t1}), \dots, \exp(-j\pi \sin \phi_{tK} \sin \theta_{tK})]$ 。

对 $\hat{\mathbf{A}}'$ 进行分块

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}}' &= [(\hat{\mathbf{A}}'_1)^T, (\hat{\mathbf{A}}'_2)^T, \dots, (\hat{\mathbf{A}}'_M)^T, (\hat{\mathbf{A}}'_{M+1})^T, \dots, (\hat{\mathbf{A}}'_{2M-1})^T]^T \\ &= [(\mathbf{A}_R)^T, (\mathbf{A}_R \boldsymbol{\Phi}_{tx})^T, \dots, (\mathbf{A}_R \boldsymbol{\Phi}_{tx}^{M-1})^T, (\mathbf{A}_R \boldsymbol{\Phi}_{ty})^T, \\ &\quad \dots, (\mathbf{A}_R \boldsymbol{\Phi}_{ty}^{M-1})^T]^T \boldsymbol{\Pi} \end{aligned} \quad (17)$$

根据式(17)可以得到

$$\begin{aligned} &[(\hat{\mathbf{A}}'_2)^T, (\hat{\mathbf{A}}'_3)^T, \dots, (\hat{\mathbf{A}}'_M)^T]^T \\ &= [(\hat{\mathbf{A}}'_1)^T, (\hat{\mathbf{A}}'_2)^T, \dots, (\hat{\mathbf{A}}'_{M-1})^T]^T \hat{\boldsymbol{\Phi}}_{tx} \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{tx} = \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\Phi}_{tx} \boldsymbol{\Pi}$; 定义 $\mathbf{B}_b = [(\hat{\mathbf{A}}'_2)^T, (\hat{\mathbf{A}}'_3)^T, \dots, (\hat{\mathbf{A}}'_M)^T]^T$, $\mathbf{B}_a = [(\hat{\mathbf{A}}'_1)^T, (\hat{\mathbf{A}}'_2)^T, \dots, (\hat{\mathbf{A}}'_{M-1})^T]^T$, 可得

$$\hat{\Phi}_{tx} = \mathbf{B}_a^\dagger \mathbf{B}_b \quad (19)$$

令 δ_k 为 $\hat{\Phi}_{tx}$ 的第 k 个对角线元素, 即 δ_k , p_k 和 r_k 对应同一个目标; 由式(17)还可以得到

$$\begin{aligned} & \left[(\hat{\mathbf{A}}'_{M+1})^\top, (\hat{\mathbf{A}}'_{M+2})^\top, \dots, (\hat{\mathbf{A}}'_{2M-1})^\top \right]^\top \\ &= \left[(\hat{\mathbf{A}}'_1)^\top, (\hat{\mathbf{A}}'_{M+1})^\top, \dots, (\hat{\mathbf{A}}'_{2M-2})^\top \right]^\top \hat{\Phi}_{ty} \quad (20) \end{aligned}$$

其中 $\hat{\Phi}_{ty} = \mathbf{\Pi} \hat{\Phi}_{ty} \mathbf{\Pi}$; 定义 $\mathbf{B}_d = \left[\hat{\mathbf{A}}'_{M+1}, \hat{\mathbf{A}}'_{M+2}, \dots, \hat{\mathbf{A}}'_{2M-1} \right]^\top$, $\mathbf{B}_c = \left[\hat{\mathbf{A}}'_1, \hat{\mathbf{A}}'_{M+1}, \dots, \hat{\mathbf{A}}'_{2M-2} \right]^\top$, 可得

$$\hat{\Phi}_{ty} = \mathbf{B}_c^\dagger \mathbf{B}_d \quad (21)$$

定义 σ_k 为 $\hat{\Phi}_{ty}$ 的第 k 个对角线元素, σ_k , δ_k , p_k 和 r_k 对应同一个目标, 实现了 4 维角度的自动配对。

由已经求出的 δ_k 和 σ_k 可以得到

$$\alpha_k = -\text{angle}(\delta_k) / \pi = \cos \phi_{tk} \sin \theta_{tk} \quad (22)$$

$$\beta_k = -\text{angle}(\sigma_k) / \pi = \sin \phi_{tk} \sin \theta_{tk} \quad (23)$$

由此可以估计出目标相对于发射阵列的仰角和方位角为

$$\hat{\theta}_{tk} = \sin^{-1} \left(\sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2} \right) \quad (24)$$

$$\hat{\phi}_{tk} = \tan^{-1}(\beta_k / \alpha_k) \quad (25)$$

至此将算法步骤总结如下:

(a) 构建波达矩阵 \mathbf{R} , 进行特征值分解, 得到特征值及对应的特征矢量, 按式(7)可计算出多普勒频率。

(b) 对 $\hat{\mathbf{A}}$ 分块, 构造 \mathbf{P}_a , \mathbf{P}_b , 根据式(10)得到 $\hat{\Phi}_{rx}$, 取 $\hat{\Phi}_{rx}$ 的第 k 个对角线元素 p_k ; 构造 $\hat{\mathbf{P}}_c, \hat{\mathbf{P}}_d$, 根据式(11)得到 $\hat{\Phi}_{ry}$, 令 r_k 为 $\hat{\Phi}_{ry}$ 的第 k 个对角线元素, 通过式(12)~式(15)即可计算出 2 维 DOA。

(c) 通过式(16)重构得到 \mathbf{A}' , 构造 \mathbf{B}_a , \mathbf{B}_b , 由式(19)估计出 $\hat{\Phi}_{tx}$, δ_k 为 $\hat{\Phi}_{tx}$ 的第 k 个对角线元素。相似的通过构造 \mathbf{B}_c , \mathbf{B}_d , 利用式(21)估计得到 $\hat{\Phi}_{ty}$, σ_k 为 $\hat{\Phi}_{ty}$ 的第 k 个对角线元素, 通过式(22)~式(25)估计出 2 维 DOD。

在估计过程中 $\hat{\Psi}$, $\hat{\Phi}_{rx}$, $\hat{\Phi}_{ry}$, $\hat{\Phi}_{tx}$ 和 $\hat{\Phi}_{ty}$ 具有相同的列模糊矩阵, 相同的对角线位置元素对应同一个目标, 即实现了多普勒频率和角度的自动配对。

从以上算法流程的描述可知, 算法的主要计算量体现在矩阵运算上, 要求出 5 维参数的估计值, 需要两次协方差的计算, 波达矩阵 \mathbf{R} 的构造, 一次特征值的分解, $\hat{\Phi}_{rx}$, $\hat{\Phi}_{ry}$, $\hat{\Phi}_{tx}$ 和 $\hat{\Phi}_{ty}$ 4 个矩阵的计算, 算法总的运算量为 $O(2(L-2)(2M-1)^2(2N-1)^2 + 2(2M-1)^3(2N-1)^3 + 2(N-1)(2M-1)K^2 + 2(2N-1)(M-1)K^2)$, 如果采用 ESPRIT 算法, 算法的运算量集中在协方差矩阵的计算和特征值的分

解运算上, 算法总的运算量为 $O(9L(2M-1)^2(2N-1)^2 + 27(2M-1)^3(2N-1)^3 + 2(2M-1)(2N-1)K^2 + 2(N-1)(2M-1)K^2 + 2(2N-1)(M-1)K^2) + O(K^3)$ 。比较上面两式, ESPRIT 算法的运算量大于本文的算法, 而且随着目标数 K 的增加, ESPRIT 算法的运算量显著增加。基于传播子算法的计算量主要集中在传播算子估计、特征值分解和配对搜索上, 总的运算量为 $O(4(L-2)(2M-1)^2(2N-1)^2 + 2K(2M-1)(2N-1)[2(2M-1)(2N-1) - K] + K^2[(2M-1)(2N-1) - K] + 3K^3)$ 。

注: 如果考虑实际情况下的非完全正交信号, 即 $\tilde{\mathbf{a}}_t(\theta_{tk}, \phi_{tk}) \neq \mathbf{a}_t(\theta_{tk}, \phi_{tk})$ 。则匹配滤波后的输出可表示为: $\mathbf{x}(l) = \tilde{\mathbf{A}}\boldsymbol{\eta}(l) + \mathbf{n}(l)$, 其中 $\tilde{\mathbf{A}} = [\tilde{\mathbf{a}}_1, \tilde{\mathbf{a}}_2, \dots, \tilde{\mathbf{a}}_K]$ 为发射接收联合导向矩阵, 其中 $\tilde{\mathbf{a}}_k = \mathbf{a}_r(\theta_{rk}, \phi_{rk}) \otimes \tilde{\mathbf{a}}_t(\theta_{tk}, \phi_{tk})$, 定义 $\tilde{\mathbf{A}}_T = [\tilde{\mathbf{a}}_t(\theta_{t1}, \phi_{t1}), \tilde{\mathbf{a}}_t(\theta_{t2}, \phi_{t2}), \dots, \tilde{\mathbf{a}}_t(\theta_{tK}, \phi_{tK})] \in \mathcal{C}^{(2M-1) \times K}$ 是发射方向矩阵, 则 $\tilde{\mathbf{A}}_T = \mathbf{R}_s \mathbf{A}_T$, $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A}_R \odot \tilde{\mathbf{A}}_T = \overline{\mathbf{R}}_s [\mathbf{A}_T^\top, (\mathbf{A}_T \hat{\Phi}_{rx})^\top, \dots, (\mathbf{A}_T \hat{\Phi}_{rx}^{N-1})^\top, (\mathbf{A}_T \hat{\Phi}_{ry})^\top, \dots, (\mathbf{A}_T \hat{\Phi}_{ry}^{N-1})^\top]^\top$, 其中 $\overline{\mathbf{R}}_s = \text{diag}[\mathbf{R}_s, \mathbf{R}_s, \dots, \mathbf{R}_s]$ 。 $\tilde{\mathbf{A}}$ 的估计值可表示为: $\hat{\tilde{\mathbf{A}}} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{\Pi} = \overline{\mathbf{R}}_s \mathbf{A}\mathbf{\Pi}$, 对 $\hat{\tilde{\mathbf{A}}}$ 进行处理乘以 $(\overline{\mathbf{R}}_s)^{-1}$ 得到 $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{A}\mathbf{\Pi}$, 然后按正交情况下的分块处理可得到相应的 2 维 DOA 及 2 维 DOD。

4 计算机仿真

为了验证文中提出的算法的性能, 采用 Monte Carlo 仿真来评估算法的多维角度和多普勒频率估计性能。仿真中采用如图 1 所示的 L 型阵列双基地 MIMO 雷达系统, 阵元间隔 d 为半波长, K 为目标数, M 为发射天线数, N 为接收天线数, L 为快拍数, Monte Carlo 试验次数为 500。脉冲重复频率 $f_r = 1/T_r = 10$ kHz, 存在 3 个目标 $(\theta_{t1}, \phi_{t1}, \theta_{r1}, \phi_{r1}) = (10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ)$, $(\theta_{t2}, \phi_{t2}, \theta_{r2}, \phi_{r2}) = (20^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ)$, $(\theta_{t3}, \phi_{t3}, \theta_{r3}, \phi_{r3}) = (30^\circ, 35^\circ, 40^\circ, 45^\circ)$, 其 RCS 为 $\beta = [1, 1, 1]^\top$, 相应的多普勒频率分别为 1000 Hz, 1300 Hz, 2100 Hz, 空间色噪声协方差矩阵的第 (m, n) 个元素为 $0.9^{m-n} e^{j\pi(m-n)/2}$ 。

仿真 1 仿真参数设为 $M=9, N=9, L=100$ 。图 2 给出了 SNR=20 dB 时, 对空间 3 个目标进行 50 次 Monte-carlo 仿真实验, 角度估计及角度和多普勒频率联合估计的散布图, 从图中可以看出该算法具有较好的 4 维角度和多普勒频率联合估计性能。

仿真 2 为了说明本文算法在不同信噪比下角度估计的性能, 仿真参数同仿真 1, 定义角度均方根误差 RMSE:

$$\text{RMSE} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{500} \sum_{m=1}^{500} (\alpha_{mk} - \alpha_{0k})^2 + (\beta_{mk} - \beta_{0k})^2}$$

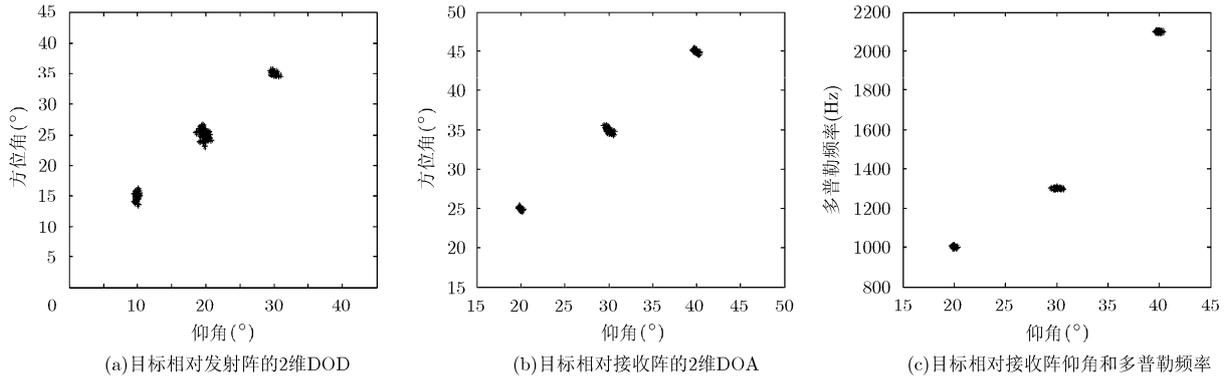


图2 目标的估计性能

其中 α_{mk} , β_{mk} 为第 k 个目标的第 m 次 Monte Carlo 仿真相对发射阵/接收阵仰角和方位角度的估计值, α_{0k} 和 β_{0k} 为第 k 个目标相对发射阵/接收阵仰角和方位角度的真实值。图 3~图 5 给出了不同算法下角度和多普勒频率估计的均方根误差随 SNR 变化的关系。由此可知, 本文算法性能优于文献[9]的 PM 算法, 与文献[10]中 ESPRIT 算法性能非常接近, 但计算量小于 ESPRIT 算法。

仿真 3 仿真参数设为 $M=9, N=9, L=100$ 。考虑发射非完全正交信号, 图 6 给出了 SNR=20 dB 时, 对空间 3 个目标进行 50 次 Monte-carlo 仿真实

验参数估计的散布图, 从图中可以看出该算法依然可以有效工作。

5 结束语

本文将 DOA 矩阵思想应用到 L 型阵列双基地 MIMO 雷达中提出一种新的多维角度和多普勒频率联合估计算法。该算法具有以下优点: 避免了多维非线性谱峰搜索, 只需一次特征值分解, 计算量较小, 算法复杂度低; 所估计的参数能自动配对; 发射信号非完全正交情况下仍能有效工作; 并能克服空间色噪声的影响, 便于工程实现。仿真结果验证了该算法的有效性。

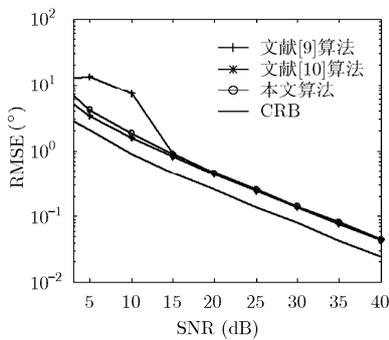


图3 目标相对于发射阵 2 维 DOD 估计性能

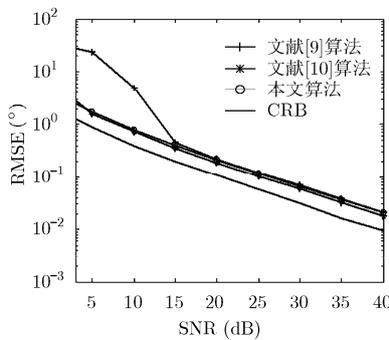


图4 目标相对于接收阵 2 维 DOA 估计性能

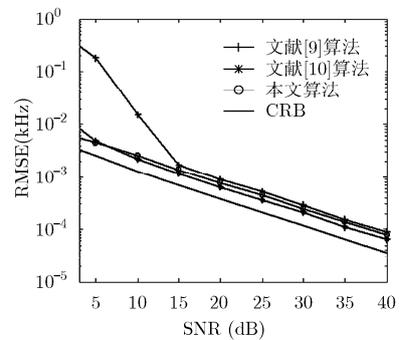


图5 多普勒频率估计性能

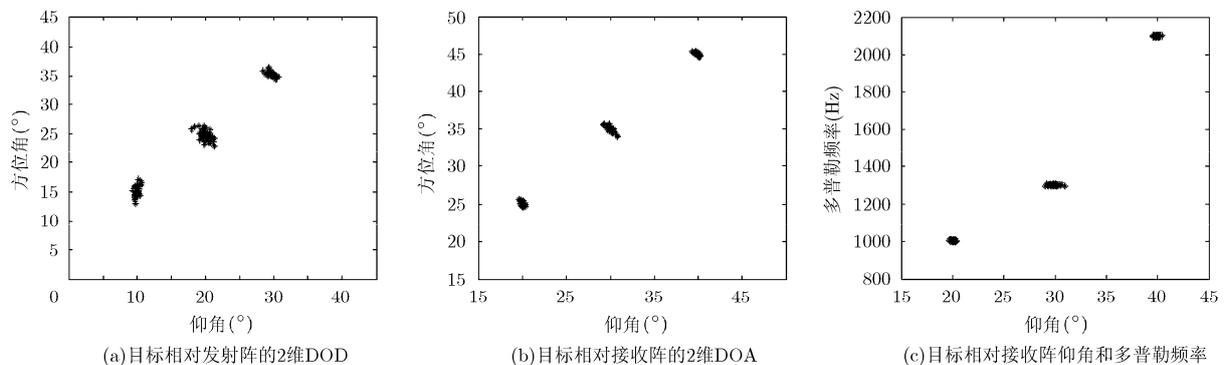


图6 非完全正交信号下目标的估计性能

参考文献

- [1] Li Ji, Conan J, and Pierre S. Joint estimation of channel parameters for MIMO communication systems[C]. The 2nd International Symposium on Wireless Communication Systems, Siena, Italy, 2005: 22-26.
- [2] Zhang Xiao-fei, Xu Ling-yun, Xu Lei, *et al.* Direction Of Departure(DOD) and Direction Of Arrival(DOA) estimation in MIMO radar with reduced-dimension MUSIC[J]. *IEEE Communications Letters*, 2010, 14(12): 1161-1163.
- [3] Bencheikh M L, Wang Y, and He H. Polynomial root finding technique for joint DOA DOD estimation in bistatic MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2010, 90(9): 2723-2730.
- [4] Duofang C, Baixiao C, and Guodong Q. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(12): 710-711.
- [5] 李建峰, 张小飞, 汪飞. 基于四元数的Root-MUSIC的双基地MIMO雷达中角度估计算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(9): 2179-2182.
- Li Jian-feng, Zhang Xiao-fei, and Wang Fei. Quaternion root-MUSIC algorithm for angle estimation in bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(9): 2179-2182.
- [6] 吕晖, 冯大政, 和洁, 等. 一种新的双基地MIMO雷达目标定位和多普勒频率估计方法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(9): 2167-2171.
- Lu Hui, Feng Da-zheng, He Jie, *et al.* A novel method for target localization and Doppler frequency estimation in bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(9): 2167-2171.
- [7] 张剑云, 郑志东, 李小波. 双基地雷达收发角及多普勒频率的联合估计算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(8): 1843-1848.
- Zhang Jian-yun, Zheng Zhi-dong, and Li Xiao-bo. An algorithm for DOD-DOA and Doppler frequency jointly estimating of bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(8): 1843-1848.
- [8] 吴跃波, 郑志东, 杨景曙. 一种新的双基地MIMO雷达收发角和多普勒频率联合估计方法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(8): 1816-1821.
- Wu Yue-bo, Zheng Zhi-dong, and Yang Jing-shu. A new method for DOA-DOD and Doppler frequency jointly estimating bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(8): 1816-1821.
- [9] 张永顺, 牛新亮, 赵国庆, 等. MIMO双基地雷达多目标角度-多普勒频率联合估计[J]. 西安电子科技大学学报, 2011, 38(1): 16-21.
- Zhang Yong-shun, Niu Xin-liang, and Zhao Guo-qing, *et al.* Joint estimation of multi-targets angles-Doppler frequencies for the MIMO bistatic radar[J]. *Journal of Xidian University*, 2011, 38(1): 16-21.
- [10] 符渭波, 苏涛, 赵永波, 等. 空间色噪声环境双基地MIMO雷达角度和多普勒频率联合估计方法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(12): 2858-2862.
- Fu Wei-bo, Su Tao, and Zhao Yong-bo, *et al.* Joint estimation of angle and Doppler frequency for bistatic MIMO radar in spatial colored noise based on temporal-spatial structure[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(12): 2858-2862.
- [11] 殷勤业, 邹理和, Newcomb R W. 一种高分辨率二维信号参量估计方法——波达方向矩阵法[J]. 通信学报, 1991, 12(4): 1-7,44.
- Yin Qin-ye, Zou Li-he, and Newcomb R W. A high resolution approach to 2D signal parameter estimation —— DOA matrix method[J]. *Journal of China Institute of Communications*, 1991, 12(4): 1-7,44.
- 许凌云: 女, 1971年生, 博士后, 主要研究领域为信号处理与检测.
- 张小飞: 男, 1977年生, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为信号处理与检测.
- 许宗泽: 男, 1940年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为信号处理和通信网技术.