

最小化旁瓣的 MIMO 雷达发射方向图优化算法

杨晓超 刘宏伟 王勇 纠博*

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 为了获得低旁瓣的 MIMO 雷达发射方向图, 该文提出一种新的最小化峰值旁瓣或积分旁瓣的 MIMO 雷达方向图优化算法。由于最小化峰值旁瓣或积分旁瓣的优化问题为非凸问题, 该算法通过两步来得到此非凸优化问题的全局最优解。第 1 步通过对发射总功率的约束进行松弛, 将原问题转变为一个凸优化问题, 第 2 步则将第 1 步得到的解进行尺度变换使其满足发射总功率的约束, 从而得到原问题的全局最优解。仿真实验表明了该算法相比于已有算法可以获得更低的峰值旁瓣或更低的积分旁瓣。

关键词: MIMO 雷达; 发射方向图优化; 峰值旁瓣; 积分旁瓣

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)12-2954-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00717

Minimum Sidelobe Transmit Pattern Optimization Algorithm for MIMO Radar

Yang Xiao-chao Liu Hong-wei Wang Yong Jiu Bo

(National Lab. of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: To deal with low sidelobe transmit pattern design problem for MIMO radar, a new minimum peak-sidelobe or integrated-sidelobe transmit pattern optimization algorithm is proposed in this paper. Due to the optimization problem of minimizing peak-sidelobe or integrated-sidelobe is non-convex, it is solved in two steps by the proposed algorithm. A convex problem is solved in the first step, and in the second step, the global optimum of original problem is attained by scale transformation of the solution in the first step. The simulations show that the transmit pattern have lower peak-sidelobe or integrated-sidelobe with this algorithm than existed algorithm.

Key words: MIMO radar; Transmit pattern optimization; Peak sidelobe; Integrated sidelobe

1 引言

MIMO(Multi-Input Multi-Output)雷达是近几年提出的一种新体制雷达。和传统的相控阵雷达相比, MIMO 雷达的每个发射阵元可以发射不同的信号^[1]。而传统相控阵雷达每个阵元发射的信号相同, 发射信号协方差矩阵的秩为 1, 所以其发射方向图设计是通过每个发射阵元乘以相应的权值来控制发射方向图^[2]。而 MIMO 雷达的发射信号协方差矩阵可以在秩 1 和满秩之间^[3], 所以 MIMO 雷达有更多的自由度, 可以通过设计发射信号协方差矩阵来设计满足实际需要的发射方向图^[1,4-7]。

在方向图设计中, 低旁瓣是一个重要的指标。低旁瓣可以减少来自旁瓣区的杂波和虚假目标的能量, 以利于更好地来检测主瓣目标^[8]。文献[1]提出

一种针对 MIMO 雷达的最小化旁瓣的发射方向图设计算法。这种算法给定主瓣 3 dB 宽度和发射总功率并且约束各个发射阵元功率相同, 最大化主瓣指向信号功率与旁瓣信号功率的最小差值。在实际的雷达应用中, 衡量旁瓣的指标一般包括峰值旁瓣水平和积分旁瓣水平^[8]。降低发射方向图的峰值旁瓣, 可以降低电子对抗中可能被敌方截获的或者被反辐射导弹接收雷达信号功率, 提高雷达系统的生存能力。而低的积分旁瓣则可以更好地抑制从旁瓣进入的杂波。MIMO 雷达发射方向图的峰值旁瓣水平是指旁瓣区中最大的旁瓣信号功率, 而积分旁瓣水平是指旁瓣区所有旁瓣信号功率之和。通常在方向图设计当中最小化峰值旁瓣或最小化积分旁瓣的准则应该是最小化峰值旁瓣水平或积分旁瓣水平与主瓣最大值的比值, 旁瓣越低, 表示旁瓣水平与主瓣最大值的比值越小。虽然文献[1]算法中的优化问题是一个凸优化问题, 可以直接使用凸优化工具包求解, 但是使主瓣指向信号功率与旁瓣区信号功率的最小差值最大化并不能使峰值旁瓣或者积分旁瓣与主瓣

2012-06-08 收到, 2012-08-21 改回

国家自然科学基金(60901067, 61001212), 新世纪优秀人才支持计划(NCET-09-0630)和长江学者与创新团队发展计划(IRT0954)资助课题

*通信作者: 纠博 bojiu@mail.xidian.edu.cn

指向信号功率的比值最小。所以本文提出一种最小化旁瓣的MIMO雷达发射方向图优化算法，可以最小化发射方向图的峰值旁瓣或者积分旁瓣。最小化峰值旁瓣或积分旁瓣的优化问题为非凸问题，该算法通过两步来求解非凸的原优化问题，可以得到原非凸优化问题的全局最优值，从而获得低峰值旁瓣或低积分旁瓣的发射方向图。

2 MIMO 雷达信号模型

考虑一个MIMO雷达系统，发射阵为均匀线阵，有 M 个发射阵元，发射阵元间距为半波长。第 m 个发射阵元的发射信号为 s_m ， $s_m \in \mathbb{C}^{1 \times L}$ ， L 为发射信号的码元长度。到达处于远场的方位角为 θ 处的信号为

$$\mathbf{X}(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{S} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{a}(\theta)$ 为发射导向矢量，具有形式 $\mathbf{a}(\theta) = [1, \exp(j\pi \sin \theta), \dots, \exp(j\pi(M-1) \sin \theta)]^T$ 。 \mathbf{S} 为发射信号矩阵，具有形式 $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1^T, \mathbf{s}_2^T, \dots, \mathbf{s}_M^T]^T$ 。则此信号的功率为

$$P(\theta) = \frac{1}{L} \mathbf{X}(\theta)\mathbf{X}^H(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta) \quad (2)$$

其中 $\mathbf{R} = (1/L)\mathbf{S}\mathbf{S}^H$ 为发射信号协方差矩阵。 $P(\theta)$ 即为MIMO雷达的发射方向图。

根据不同的需要，可以设计具有不同特性的发射方向图。在雷达中，一般要求发射方向图具有低旁瓣，可以减少来自旁瓣的杂波和虚假目标的信号能量，以利于雷达更好地检测主瓣目标，并且可以降低被敌方截获的信号功率。设计具有低旁瓣的发射方向图对于将MIMO雷达应用于实际具有重要的意义。

3 文献[1]中最小化旁瓣算法

在文献[1]中，提出一种给定发射总功率和主瓣3 dB宽度并且约束各阵元功率相同，最大化主瓣信号功率与旁瓣信号功率之差的MIMO雷达发射方向图设计算法，其数学表达形式如式(3)–式(8)。

$$\min_{t, \mathbf{R}} -t \quad (3)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_0) - \mathbf{a}^H(\mu_l)\mathbf{R}\mathbf{a}(\mu_l) \geq t, \quad \forall \mu_l \in \Omega \quad (4)$$

$$\mathbf{a}^H(\theta_1)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_1) = 0.5\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_0) \quad (5)$$

$$\mathbf{a}^H(\theta_2)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_2) = 0.5\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_0) \quad (6)$$

$$\mathbf{R} \geq 0 \quad (7)$$

$$\mathbf{R}_{mm} = c/M, \quad m = 1, \dots, M \quad (8)$$

其中 θ_0 为主瓣指向， Ω 表示旁瓣区， θ_1 和 θ_2 分别表示3 dB波束宽度点， c 为发射总功率， \mathbf{R}_{mm} 为 \mathbf{R} 的第 (m, m) 个元素。目标函数式(3)和约束式(4)表示将

主瓣指向信号功率与旁瓣信号功率之差最大化，约束式(5)与约束式(6)为3 dB波束宽度约束，约束式(7)由协方差矩阵的正定性决定，式(8)约束各阵元功率相同。这是一个凸规划问题，可以用现有的凸优化程序包如sedumi^[9]和cvx^[10]来求解。

4 本文优化算法

虽然文献[1]的优化问题为一个凸问题，可以直接使用凸优化工具包进行求解，但是在实际的雷达应用中，人们更希望最小化旁瓣信号功率与主瓣指向信号功率的比值，而不是它们的差值。对于MIMO雷达发射方向图设计，根据不同的应用背景，可以选择最小化峰值旁瓣信号功率与主瓣指向信号功率的比值，或最小化旁瓣区信号功率之和与主瓣指向信号功率的比值。下面分别按以上两种准则建立优化模型，然后给出相应的优化算法来获得发射信号协方差矩阵。相对于文献[1]的优化模型，本文给出的优化模型在物理意义上更加明确，其综合出的MIMO雷达发射方向图，确实可以获得更低的峰值旁瓣或积分旁瓣。

4.1 最小化峰值旁瓣算法

最小化峰值旁瓣的优化问题可以描述为问题1

$$\min_{t, \mathbf{R}} t \quad (9)$$

$$\text{s.t. } \frac{\mathbf{a}^H(\mu_l)\mathbf{R}\mathbf{a}(\mu_l)}{\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_0)} \leq t, \quad \forall \mu_l \in \Omega \quad (10)$$

$$\mathbf{a}^H(\theta_1)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_1) = 0.5\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_0) \quad (11)$$

$$\mathbf{a}^H(\theta_2)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_2) = 0.5\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_0) \quad (12)$$

$$\mathbf{R} \geq 0 \quad (13)$$

$$\mathbf{R}_{mm} = c/M, \quad m = 1, \dots, M \quad (14)$$

此优化问题与文献[1]中提出的优化问题的差别在于，将约束式(4)表示的最小化旁瓣信号功率与主瓣指向信号功率的最大差值，替换为约束式(10)表示的最小化旁瓣信号功率与主瓣指向信号功率的最大比值，即为使峰值旁瓣最小化，这样更符合雷达的实际要求。但是与此同时，约束式(10)也使得最小化峰值旁瓣的优化问题变成了一个非凸的优化问题，不能像文献[1]的算法直接使用凸优化工具包来直接求解。

对于所提的非凸优化问题，我们分为两步来求解。第1步，先求解一个如下的凸优化问题：

问题2

$$\min_{t, \mathbf{R}} t \quad (15)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{a}^H(\mu_l)\mathbf{R}\mathbf{a}(\mu_l) \leq t, \quad \forall \mu_l \in \Omega \quad (16)$$

$$\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_0) = 1 \quad (17)$$

$$\mathbf{a}^H(\theta_1)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_1) = 0.5 \quad (18)$$

$$\mathbf{a}^H(\theta_2)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_2) = 0.5 \quad (19)$$

$$\mathbf{R} \geq 0 \quad (20)$$

$$\mathbf{R}_{mm} = \mathbf{R}_{nn}, \quad m, n = 1, \dots, M, \quad m \neq n \quad (21)$$

在问题 2 中, 原问题 1 中的非凸约束式(10)被转变为约束式(16)和约束式(17)。即固定主瓣指向的信号功率为 1, 然后最小化峰值旁瓣信号的功率。相应的约束式(11)和式(12)转变为约束式(18)和式(19)。而原问题中的约束式(14)被松弛为约束式(21), 即只要求各阵元功率相同, 相当于去掉了约束总功率为 c 。容易看出, 问题 2 中的约束都为凸的, 所以此问题为一个凸优化问题, 可以用 cvx 求解得到其最优值点 $(\tilde{t}, \tilde{\mathbf{R}})$ 。

但是在上面问题 2 中, 式(17)约束主瓣方向增益为 1, 其一般不满足问题 1 中的与总功率 c 相关的约束(14)。由于问题 2 中的约束式(10)对优化变量 \mathbf{R} 具有尺度不变性, 即给 \mathbf{R} 乘以一个常数后与原约束是相同的。所以在第 2 步中, 假设 $\alpha = \tilde{\mathbf{R}}_{mm}$, 然后对 $\tilde{\mathbf{R}}$ 进行尺度变换得到 $\mathbf{R} = \frac{\tilde{\mathbf{R}}}{\alpha} \times \frac{c}{M}$ 。这样, \mathbf{R} 满足了约束式(14), 并且各阵元上的功率均相同。以此得到的 (\tilde{t}, \mathbf{R}) 即为问题 1 的最优值点, 下面将对其最优性进行说明。

4.2 解的最优性分析

下面通过分析说明, 通过以上算法两步获得的解 (\tilde{t}, \mathbf{R}) 为原问题 1 的全局最优解。首先引入优化问题 3 作为从问题 1 到问题 2 的过渡。

问题 3

$$\min_{t, \mathbf{R}} \quad t \quad (22)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{\mathbf{a}^H(\mu_l)\mathbf{R}\mathbf{a}(\mu_l)}{\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_0)} \leq t, \quad \forall \mu_l \in \Omega \quad (23)$$

$$\mathbf{a}^H(\theta_1)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_1) = 0.5\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_0) \quad (24)$$

$$\mathbf{a}^H(\theta_2)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_2) = 0.5\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_0) \quad (25)$$

$$\mathbf{R} \geq 0 \quad (26)$$

$$\mathbf{R}_{mm} = \mathbf{R}_{nn}, \quad m, n = 1, \dots, M, \quad m \neq n \quad (27)$$

可以看出, 由于问题 2 中的式(17)约束 $\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_0) = 1$, 所以第 1 步求解的凸优化问题 2 的解空间只是问题 3 解空间的一个子集, 但容易看出这两个问题的目标函数拥有相同的最小值。所以在第 1 步得到的凸优化问题 2 的最优解 $(\tilde{t}, \tilde{\mathbf{R}})$ 也是问题 3 的最优解, \tilde{t} 也是问题 3 的目标函数的最小值。又由于问题 3 将原问题 1 中的约束式(14)松弛为问题 3 中的约束式(27), 去掉了总功率的约束, 扩大了

可行域的范围, 所以问题 3 的目标函数的最小值 \tilde{t} 一定不大于原问题 1 目标函数的最小值, 但 $\tilde{\mathbf{R}}$ 不一定满足原问题的约束式(14)。

第 2 步中, 通过对 $\tilde{\mathbf{R}}$ 进行尺度变换, 使得 \mathbf{R} 满足了约束式(14)。由于对 $\tilde{\mathbf{R}}$ 进行尺度变换并不改变目标函数的值, 所以 (\tilde{t}, \mathbf{R}) 满足问题 1 中的所有约束, 在问题 1 的可行域中。又由之前的分析知, \tilde{t} 一定不大于问题 1 目标函数的最小值, 所以 \tilde{t} 为问题 1 目标函数的最小值。这样, 既在问题 1 的可行域中, 又使问题 1 的目标函数达到最小值, 所以 (\tilde{t}, \mathbf{R}) 即为问题 1 的最优解。所以由 \mathbf{R} 综合得到的方向图, 在给定 3 dB 主瓣宽度和总的发射功率, 约束各阵元功率相同时, 有最低的峰值旁瓣。

4.3 最小化积分旁瓣算法

与最小化峰值旁瓣的优化问题类似, 可以建立如下的最小化积分旁瓣的优化问题。

$$\min_{t, \mathbf{R}} \quad t \quad (28)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{\int_{\mu \in \Omega} \mathbf{a}^H(\mu)\mathbf{R}\mathbf{a}(\mu)d\mu}{\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_0)} \leq t \quad (29)$$

$$\mathbf{a}^H(\theta_1)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_1) = 0.5\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_0) \quad (30)$$

$$\mathbf{a}^H(\theta_2)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_2) = 0.5\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta_0) \quad (31)$$

$$\mathbf{R} \geq 0 \quad (32)$$

$$\mathbf{R}_{mm} = c/M, \quad m = 1, \dots, M \quad (33)$$

在最小化积分旁瓣的优化问题中, 所有旁瓣区信号功率之和与主瓣指向的信号功率的比值为最小化的目标。最小化积分旁瓣问题与最小化峰值旁瓣问题的不同之处仅在于约束式(29), 目的为使得所有旁瓣的功率求积分后最小化。可以看出最小化积分旁瓣问题也为一个非凸问题, 并且与前面的最小化峰值旁瓣问题的形式相类似, 在将积分用求和近似后, 可以通过以上解决最小化峰值旁瓣问题相似的两步来进行求解, 这里就不再给出具体求解过程。

5 仿真实验

考虑一个 MIMO 雷达系统。发射阵为均匀线阵, 发射阵元数 $M = 10$, 阵元半波长间距。总的发射功率 $c = 1$ 。在不同的主瓣 3 dB 宽度和旁瓣区设置时, 下面仿真实验比较了本文提出的最小化峰值旁瓣和最小化积分旁瓣的 MIMO 雷达发射方向图设计算法和文献[1]中的最小化旁瓣的 MIMO 雷达发射方向图设计算法。

图 1 比较了 3 种算法在半功率波束点分别为 $\theta_1 = -10^\circ$, $\theta_2 = 10^\circ$, 即主瓣 3 dB 宽度为 20° 旁瓣区为 $[-90^\circ, -20^\circ] \cup [20^\circ, 90^\circ]$ 时的发射方向图。从图

中可以看出，最小化峰值旁瓣的算法与文献[1]的算法在主瓣区形状很接近，而最小化积分旁瓣的算法在主瓣区的宽度略宽。在旁瓣区，最小化峰值旁瓣的得到的方向图的峰值旁瓣确实最低，比另外两种算法要低 1 dB 左右。

增加 3 dB 波束宽度为 24° ，即 $\theta_1 = -12^\circ$ ， $\theta_2 = 12^\circ$ ，保持旁瓣区不变。从图 2 可以看出，在主瓣区，最小化积分旁瓣和文献[1]的算法有相似的主瓣宽度，但主瓣形状已经产生了一定的畸变，而最小化峰值旁瓣的算法的主瓣则略窄，并且主瓣区更加平坦。而在旁瓣区，最小化积分旁瓣的算法比文献[1]算法的峰值旁瓣要低 2.5 dB 左右。最小化峰值旁瓣的算法则可以得到最低的峰值旁瓣，比最小化积分旁瓣算法和文献[1]算法的峰值旁瓣分别低 1 dB 左右和 4 dB 左右。

保持 3 dB 波束宽度为 24° ，将旁瓣区变为 $[-90^\circ, -24^\circ] \cup [24^\circ, 90^\circ]$ 。从图 3 可以看出，在主瓣区，最小化积分旁瓣和文献[1]算法在主瓣区产生了分裂，而最小化峰值旁瓣的算法在主瓣区的则保持了较好的形状，而最小化积分旁瓣和文献[1]算法在主瓣区有相似的形状，在旁瓣区，最小化峰值旁瓣的算法则可以得到最低的峰值旁瓣，比最小化积分旁瓣算法和文献[1]算法的峰值旁瓣分别低 2.5 dB 和 2 dB 左右。

表 1 比较了 3 种算法在以上 3 种参数设置时的积分旁瓣水平。从表中可以看出，3 种算法的积分旁瓣水平相差不大，最小化积分旁瓣算法确实有最低的积分旁瓣水平，而最小化峰值旁瓣算法积分旁瓣水平则最高。从前面图 1-图 3 可以看出，最小化

峰值旁瓣算法在获得低峰值旁瓣的同时，其代价是使得旁瓣区更加平坦，因此其积分旁瓣最高。发射方向图的低峰值旁瓣，可以降低电子对抗中被敌方截获的或者被反辐射导弹接收的雷达信号功率，提高雷达系统的生存能力。而低的积分旁瓣则可以更好地抑制从旁瓣进入的杂波。至于采取哪种准则进行发射方向图优化，则要根据实际的应用背景来选择。

表 1 3 种算法在以上 3 种不同参数时的积分旁瓣比较(dB)

| | 基于最小化峰值旁瓣算法 | 基于最小化积分旁瓣算法 | 文献[1]算法 |
|-----|-------------|----------------|---------|
| 图 1 | 13.3922 | 12.0779 | 13.3771 |
| 图 2 | 14.2202 | 12.4239 | 12.4688 |
| 图 3 | 12.1856 | 11.1266 | 11.5240 |

6 结束语

本文提出一种最小化旁瓣的 MIMO 雷达发射方向图优化算法，以最小化峰值旁瓣或最小化积分旁瓣为目标，相比于已有的算法，所提算法中的优化模型物理意义更加明确。但同时所提的优化问题为非凸的优化问题，不能直接使用凸优化工具包求解。本文将原非凸优化问题分为两步求解，可以得到其全局最优解，从而达到最小化峰值旁瓣或最小化积分旁瓣的目的。相比于现有的最小化旁瓣的 MIMO 雷达发射方向图设计算法，本文算法可以达到更低的峰值旁瓣或更低的积分旁瓣。

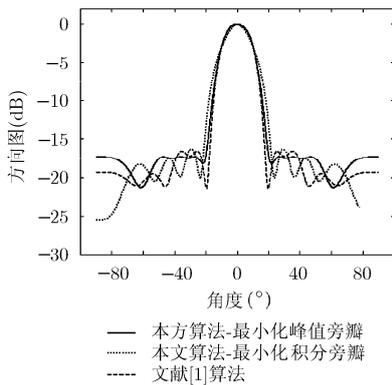


图 1 $\theta_1 = -10^\circ, \theta_2 = 10^\circ$ ，旁瓣区 $[-90^\circ, -20^\circ] \cup [20^\circ, 90^\circ]$ 时，3 种算法方向图比较

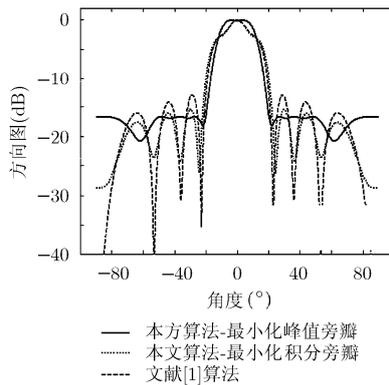


图 2 $\theta_1 = -12^\circ, \theta_2 = 12^\circ$ ，旁瓣区 $[-90^\circ, -20^\circ] \cup [20^\circ, 90^\circ]$ 时，3 种算法方向图比较

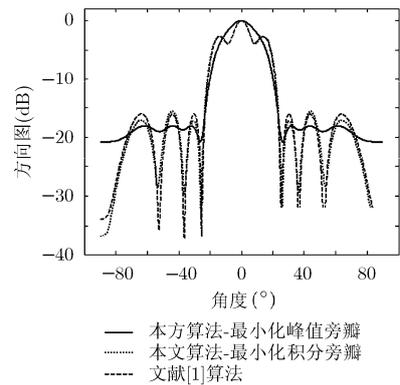


图 3 $\theta_1 = -12^\circ, \theta_2 = 12^\circ$ ，旁瓣区 $[-90^\circ, -24^\circ] \cup [24^\circ, 90^\circ]$ 时，3 种算法方向图比较

参考文献

[1] Stoica P, Li J, and Xie Yao. On probing signal design for MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(8): 4151-4161.

[2] Harry L Van Tree. Optimum Array Processing[M]. New York: John Wiley & Sons, 2002, Chapter 2.

- [3] Fuhrmann D R and Antonio G S. Transmit beamforming for MIMO radar systems using signal cross-correlation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(1): 171–186.
- [4] Hassanien A and Vorobyov S A. Transmit energy focusing for DOA estimation in MIMO radar with colocated antennas[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(6): 2669–2682.
- [5] Ahmed S, Thompson J S, Petillot Y R, *et al.* Unconstrained synthesis of covariance matrix for MIMO radar transmit beampattern[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(8): 3837–3849.
- [6] Shadi K and Behnia F. Transmit beampattern synthesis using eigenvalue decomposition in MIMO radar[C]. 2011 8th International Conference on Information Communications and Signal Processing, Singapore, 2011: 1–5.
- [7] Li J, Xu L Z, Stoica P, *et al.* Range compression and waveform optimization for MIMO radar a Cramér–Rao bound based study[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(1): 218–232.
- [8] Skolnik M I. Radar Handbook[M]. 2nd Edition, Boston, Massachusetts, McGraw-Hill, 1990: Chapter 6.
- [9] Sturm J. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones[J]. *Optimization Methods and Software*, 1999, 11(1): 625–653.
- [10] Grant M and Boyd S. CVX: Matlab software for disciplined convex programming[OL]. <http://stanford.edu/~boyd/cvx>, Dec. 2008.
- 杨晓超: 男, 1983年生, 博士生, 研究方向为MIMO雷达信号处理.
- 刘宏伟: 男, 1971年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、雷达自动目标识别等.
- 王 勇: 男, 1985年生, 博士生, 研究方向为MIMO雷达稳健波束形成.
- 纠 博: 男, 1982年生, 博士, 副教授, 研究方向为自适应信号处理、雷达自动目标识别.