

干扰信道中一种权值可调的迭代算法

王勤民^{*①②} 张忠培^① 常青美^② 周长林^②

^①(电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室 成都 611731)

^②(解放军信息工程大学理学院 郑州 450002)

摘要: 在多入多出的干扰网络中, 干扰对齐由于仅考虑干扰, 而忽略期望信号的影响, 在低信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)时性能损失严重。该文提出一种同时考虑干扰与期望信号的算法, 把二者泄露出相应子空间的功率加权和作为目标函数, 而且权值在不同 SNR 时可调, 通过迭代获得预编码矩阵。仿真表明该算法在低信噪比时, 可以有效提高系统容量。

关键词: 信号处理; 干扰对齐; 干扰信道; 子空间投影

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)12-2850-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00670

An Iterative Algorithm with Adjustable Weight for Interference Channel

Wang Qin-min^{①②} Zhang Zhong-pei^① Chang Qing-mei^② Zhou Chang-lin^②

^①(National Key Laboratory of Science and Technology on Communications,

University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

^②(Institute of Science, Information Engineering University PLA, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: In multiple-input multiple-output interference channels, Interference alignment suffers from performance loss at low Signal-to-Noise Ratio (SNR) due to it neglecting the desired signal power. An algorithm is proposed that iteratively minimizes weighted sum of leakages caused by both interference and desired signal out of their corresponding subspace. The weighted factors are allowed to be adjusted according to SNR. Simulation result shows that the proposed algorithm can improve sum rate effectively at low SNR.

Key words: Signal processing; Interference Alignment (IA); Interference channel; Subspace projection

1 引言

干扰对齐(Interference Alignment, IA)以彻底消除干扰对期望信号的影响为目标, 是一种有效的干扰管理机制^[1]。由于能够显著提高系统容量, IA 技术受到了广泛的关注^[2]。IA 就是把多个干扰在接收端映射到一个不满秩的子空间中, 使得用于传输期望信号的无干扰维度最大化^[3]。该维度定义为自由度(Degree Of Freedom, DOF)^[4]。IA 的主要研究工作在如何构建预编码矩阵, 为每个用户提供一半的系统 DOF 用于交换数据^[5]。预编码方案可以分为两类, 直接法和迭代法。其中直接法以最大弦距法^[6]为代表, 能够直接得到预编码矩阵的闭式解。这类算法实现相对简单, 但要求所有的信道状态信息(Channel State Information, CSI)已知。而迭代法则是根据上行信道与下行信道之间的互易性, 通过收发双方交替迭代, 最小化目标函数来得到预编码

矩阵。其中最具代表性的是文献[7]中提出的分布式 IA 算法。迭代算法复杂度高, 收敛速度慢, 但仅需要部分 CSI 已知^[8]。文献[9]指出 IA 仅能获得最大的 DOF, 不能最大化系统容量, 尤其在低 SNR 时, 性能损失严重。故提高接收信号功率, 改善低 SNR 时的系统性能有重要的意义。

为了优化预编码矩阵, 本文同时考虑干扰及期望信号的影响, 把二者泄露出相应子空间功率的加权和作为目标函数, 采用指数函数作为权值, 用迭代算法来得到预编码矩阵, 仿真表明该算法在低 SNR 时可以明显提高系统容量。文中黑体表示向量或矩阵, \mathbf{A}^H 与 \mathbf{A}^{-1} 分别表示矩阵的共轭转置及逆矩阵, $|\cdot|$ 与 $\text{tr}(\cdot)$ 分别表示矩阵的 Frobenius 范数与迹, \mathbf{I} 是单位矩阵。

2 信号模型

在 K 用户的多入多出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)干扰信道中, K 个源节点分别独立地同时发送数据给 K 个目的节点, 目的节点既能接收到期望信号, 也可接收到来自于其它源节点的干

2012-05-31 收到, 2012-09-21 改回

国家重大科研专项(2012ZX03001027-001)资助课题

*通信作者: 王勤民 wqinmin@163.com

扰(图 1)。源节点和目的节点分别配置 M 和 N 个天线。由源节点 j 到目的节点 i 之间的信道矩阵是 \mathbf{H}_{ij} , \mathbf{x}_j 与 d_i 分别为用户 j 的数据及其 DOF。所有用户数据 $\mathbf{x}_j (j=1,2,\dots,K)$ 经过相应的预编码矩阵 \mathbf{V}_j 及信道 \mathbf{H}_{ij} , 在目的节点 i 处相加得到接收信号 \mathbf{y}_i 。

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{H}_{ii} \mathbf{V}_i \mathbf{x}_i + \sum_{i \neq k} \mathbf{H}_{ik} \mathbf{V}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{n}_i, \quad i, k=1, \dots, K \quad (1)$$

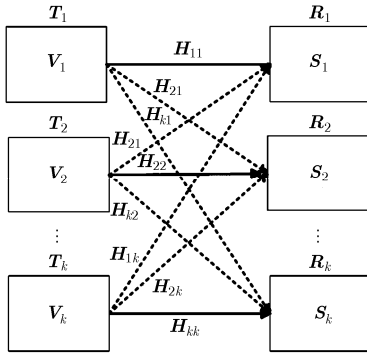


图 1 K 用户 MIMO 干扰信道模型

其中 \mathbf{n}_i 为目的节点 i 处的加性高斯白噪声, 是复高斯向量, 均值为 0, 方差为 $E[\mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_N$ 。

文献[7]提出的分布式 IA 是一种迭代算法, 通过最小化干扰泄露量来对齐干扰。假定前向信道与反向信道具有互易性, 定义用户 i 的正向干扰协方差矩阵为

$$\sum_{k \neq i} \mathbf{H}_{ik} \mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{ik}^H \quad (2)$$

而其逆向干扰协方差矩阵定义为

$$\sum_{k \neq i} \mathbf{H}_{ki} \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^H \mathbf{H}_{ki}^H \quad (3)$$

其中 \mathbf{S}_i 为用户 i 的接收矩阵。目的节点以式(2)的 d_i 个最小特征值对应的特征向量作为接收矩阵 \mathbf{S}_i ; 而源节点则用式(3)的 d_k 个最小特征值对应的特征向量作为预编码矩阵 \mathbf{V}_k , 通过反复交替应用以上最小化过程来搜索 IA 的预编码矩阵及接收矩阵, 可以证明该算法是收敛的。从以上的描述中可以看出, 分布式 IA 仅最小化干扰对期望信号的影响, 而忽略了期望信号本身的功率大小。该算法在干扰占主导地位的高 SNR 时, 性能较好, 但在低 SNR 时, 性能较差。

3 算法描述

在低 SNR 时, 系统容量不仅决定于 DOF, 还与期望信号强度密切相关。而期望信号强度主要决定于期望信号空间与干扰空间的距离^[9]。若能使二者尽可能正交, 则能够提高期望信号功率, 从而提高系统的和速率。由于任一预编码矩阵的优化与所有

目的节点的接收矩阵相关, 反之亦然。所以在仅给定 CSI 的情况下, 确定最优的 \mathbf{V}_i 和 \mathbf{S}_k 是一个 NP-hard 问题^[4], 难以直接求解。

与分布式 IA 不同, 本文提出的迭代算法, 不仅考虑干扰, 而且考虑期望信号。对接收节点 k , 其接收矩阵 \mathbf{S}_k 在接收端把信号空间分为两部分, \mathbf{S}_k 及 \mathbf{S}_k^\perp , 其中 \mathbf{S}_k 表示期望信号子空间, 而 \mathbf{S}_k^\perp 是 \mathbf{S}_k 的正交补空间, 即干扰子空间。故接收信号可以分解为其到 \mathbf{S}_k 与 \mathbf{S}_k^\perp 上的投影两部分。用 $\mathbf{P}_{\mathbf{S}_k} \mathbf{X}$ 表示 \mathbf{X} 到子空间 \mathbf{S}_k 上的投影, 则最优 \mathbf{V}_k 要同时使 $|\mathbf{P}_{\mathbf{S}_k}^\perp \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k|$ 与 $|\mathbf{P}_{\mathbf{S}_k} \sum_{i \neq k} \mathbf{H}_{ki} \mathbf{V}_i|$ 取得最小值, 二者分别表示用户 k 的期望信号泄露到干扰子空间的以及干扰泄露到期望信号子空间的功率。不幸的是, 这两个目标函数在干扰信道中几乎不可能同时达到最小, 为此, 把目标函数定义为二者的加权和, 即

$$\begin{aligned} L(\mathbf{S}_k, \mathbf{V}_i) &= \sum_{k=1}^K \left| \sum_{i \neq k} \mathbf{P}_{\mathbf{S}_k} \mathbf{H}_{ki} \mathbf{V}_i \right|^2 + \alpha_1 \left| \mathbf{P}_{\mathbf{S}_k}^\perp \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k \right|^2 \\ &= \sum_{k=1}^K \text{tr} \left(\sum_{i \neq k} \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{ki}^H \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^H \mathbf{H}_{ki} \mathbf{V}_i \right. \\ &\quad \left. + \alpha \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H (\mathbf{I} - \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^H) \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k \right) \end{aligned} \quad (4)$$

其中非负实数 α 表示期望信号泄露量的权重。则对于给定的信道增益矩阵 \mathbf{H}_{ki} 及预编码矩阵 $\mathbf{V}_i (i, k=1, \dots, K)$, 用户 k 最优的接收矩阵 \mathbf{S}_k 由式(5)给出

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{\text{op},k} &= \arg \min_{|\mathbf{S}_k|=1} L(\mathbf{S}_k, \mathbf{V}_i) \\ &\stackrel{(a)}{=} \arg \min_{|\mathbf{S}_k|=1} \sum_{k=1}^K \text{tr} \left(\sum_{i \neq k} \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{ki}^H \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^H \mathbf{H}_{ki} \mathbf{V}_i \right. \\ &\quad \left. - \alpha \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k \right) \\ &\stackrel{(b)}{=} \arg \min_{|\mathbf{S}_k|=1} \sum_{k=1}^K \text{tr} \left(\mathbf{S}_k^H \left(\sum_{i \neq k} \mathbf{H}_{ki} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{ki}^H \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \alpha \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H \right) \mathbf{S}_k \right) \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{S}_{\text{op},k}$ 表示在给定 \mathbf{H}_{ki} 及 \mathbf{V}_i 条件下最优的 \mathbf{S}_k 。式(5)中等号(a)成立是因为 $\text{tr}(\mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{ki}^H \mathbf{H}_{ki} \mathbf{V}_i)$ 在给定 \mathbf{H}_{ki} 及 \mathbf{V}_i 的条件下是一个常量, 与 \mathbf{S}_k 无关; 而等号(b)成立则是因为对任意矩阵 \mathbf{A} 与 \mathbf{B} 满足 $\text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{B}) = \text{tr}(\mathbf{B}\mathbf{A})$ 。

由 Rayleigh-Ritz 定理^[10]可得, 式(5)的 $\mathbf{S}_{\text{op},k}$ 由式(6)的 d_k 个最小特征值对应的特征向量给出。

$$\sum_{i \neq k} \mathbf{H}_{ki} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{ki}^H - \alpha \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H \quad (6)$$

同理, 若给定 \mathbf{H}_{ki} 以及 $\mathbf{S}_k (i, k=1, \dots, K)$, 则最优的

预编码矩阵满足式(7)

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_{\text{op},i} &= \arg \min_{|\mathbf{V}_i|=1} L(\mathbf{S}_k, \mathbf{V}_i) \\
 &= \arg \min_{|\mathbf{V}_i|=1} \sum_{k=1}^K \text{tr} \left(\sum_{i \neq k} \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{ki}^H \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^H \mathbf{H}_{ki} \mathbf{V}_i \right. \\
 &\quad \left. - \alpha \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k \right) \\
 &= \arg \min_{|\mathbf{V}_i|=1} \sum_{i=1}^K \text{tr} \left(\sum_{k \neq i} \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{ki}^H \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^H \mathbf{H}_{ki} \mathbf{V}_i \right. \\
 &\quad \left. - \alpha \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{ii}^H \mathbf{S}_i \mathbf{S}_i^H \mathbf{H}_{ii} \mathbf{V}_i \right) \\
 &= \arg \min_{|\mathbf{V}_i|=1} \sum_{i=1}^K \text{tr} \left(\mathbf{V}_i^H \left(\sum_{k \neq i} (\mathbf{H}_{ki}^H \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^H \mathbf{H}_{ki}) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \alpha \mathbf{H}_{ii}^H \mathbf{S}_i \mathbf{S}_i^H \mathbf{H}_{ii} \right) \mathbf{V}_i \right) \quad (7)
 \end{aligned}$$

所以, 最优的 \mathbf{V}_i 由式(8)的 d_i 个最小特征值对应的特征向量给出。

$$\sum_{k \neq i} \mathbf{H}_{ki}^H \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^H \mathbf{H}_{ki} - \alpha \mathbf{H}_{ii}^H \mathbf{S}_i \mathbf{S}_i^H \mathbf{H}_{ii} \quad (8)$$

反复用式(6)与式(8)更新 \mathbf{V}_i 和 \mathbf{S}_k ($i, k = 1, \dots, K$), 则目标函数 $L(\mathbf{S}_k, \mathbf{V}_i)$ 将变得越来越小, 又因为 $L(\mathbf{S}_k, \mathbf{V}_i)$ 非负, 单调递减有下界, 则可以保证该算法是收敛的, 即最优的 \mathbf{V}_i 与 \mathbf{S}_k 是可达的。实际上, 所提算法的收敛性是可以证明的。

证明 用 $L(\mathbf{S}_k(n), \mathbf{V}_i(n))$ 表示由式(4)给出的第 n 次迭代后得到的目标函数。对于给定的 $\mathbf{V}_i(n)$ (其中 $i = 1, 2, \dots, K$), 由于 $\mathbf{S}_k(n+1)$ 是最优化问题式(5)的最优解, 可得

$$L(\mathbf{S}_k(n+1), \mathbf{V}_i(n)) \leq L(\mathbf{S}_k(n), \mathbf{V}_i(n)) \quad (9)$$

同理, 对于给定的 $\mathbf{S}_k(n+1)$ (其中 $k = 1, 2, \dots, K$), 由式(7)给出的最优化问题的解为 $\mathbf{V}_k(n+1)$, 所以

$$L(\mathbf{S}_k(n+1), \mathbf{V}_i(n)) \geq L(\mathbf{S}_k(n+1), \mathbf{V}_i(n+1)) \quad (10)$$

综合式(9)及式(10)的结果, 可得 $L(\mathbf{S}_k(n), \mathbf{V}_i(n)) \geq L(\mathbf{S}_k(n+1), \mathbf{V}_i(n+1))$, 即在迭代过程中, 目标函数是单调下降的。又因为 $L(\mathbf{S}_k(n), \mathbf{V}_i(n)) \geq 0$, 所提算法单调下降有下界, 必然收敛。证毕

下面确定权重系数 α 。虽然采用固定权值 (Constant Weight, CW) 可以在一定程度上改善系统性能, 但由于忽略了 SNR 的影响, 与实际情况并不完全符合。事实上, 在高 SNR 时, 与加性噪声相比, 干扰处于主导地位^[11], 此时, 仅考虑 DOF 的 IA 算法可以取得良好的性能, 忽略权值 α 对系统性能的影响很小; 另一方面在低 SNR 时, 干扰不是主要问题, 而要尽可能多地保留期望信号能量, 此时, 最优的接收算法是在消除干扰与噪声影响之间做折中, 适当增加权值 α 能提高系统容量。本文提出权

重可调 (Adjustable Weight, AW) 算法, 用指数函数拟合 α , 即

$$\alpha = a e^{-b \text{SNR}} \quad (11)$$

其中 a 与 b 是非负实数, 分别表示权重 α 的初始值及衰减速度。显然, SNR 越小, 则 α 越大, 此时, AW 算法类似于最大比合并, 可以提高接收到的期望信号功率; 而当 SNR 趋向于无穷时, 则 α 趋向于零, 此时 AW 的性能与分布 IA 的性能相差无几。

4 系统性能分析

本节给出分布式 IA^[7], CW 算法^[9], 最大信干噪比 (Max Signal-to-Interference-Noise-Ratio, Max-SINR) 算法^[7] 以及 AW 算法的性能比较, 其中 Max-SINR 是低 SNR 时系统容量可达的理论限。考虑 4 用户的 MIMO 干扰信道, 假设所有用户全局 CSI 已知, 信道为瑞利信道, 所有用户获得的自由度为 d 。假设源节点的发射功率服从单位约束, 搜索 $\mathbf{S}_{\text{op},k}$ 和 $\mathbf{V}_{\text{op},k}$ 结束迭代的条件为 $L(\mathbf{S}_k, \mathbf{V}_i)$ 小于 10^{-4} 或者迭代次数大于 100。仿真中 AW 算法中的参数设置为 $a = 0.02$, $b = 0.8$ 。而 CW 算法中 $\alpha = 0.002$ 。系统的性能由和速率的期望来评价, 即

$$\begin{aligned}
 R &= E \left[\sum_{i=1}^K \log_2 \left| \mathbf{I} + \mathbf{S}_i^H \mathbf{H}_{ii} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{ii}^H \mathbf{S}_i \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \cdot \left(\mathbf{S}_i^H \left(\sum_{k \neq i} \mathbf{H}_{ik} \mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{ik}^H + \sigma^2 \right) \mathbf{S}_i \right) \right|^{-1} \right] \quad (12)
 \end{aligned}$$

其中 σ^2 表示噪声方差。

为了评价算法的性能, 图 2 与图 3 分别给出了各种算法的期望信号与残留干扰功率在 SNR=0 dB 以及 SNR=30 dB 时的比较, 其中 $N=M=3$, $d=1$ 。从图 2 可以看出, SNR=0 dB 时, AW 算法的期望信号强度远大于分布 IA 及 CW 算法, 而在 SNR=30 dB 时, 所有算法的期望信号强度差距不大。图 3 表明, 分布式 IA 抑制干扰的能力最强, 经过 40 次迭代之后, 干扰的总功率小于 10^{-5} , 理论上其抑制干扰的能力与 SNR 无关; CW 算法抑制干扰的能力强于 AW 算法; 而 AW 算法抑制干扰的能力与 SNR 相关, SNR 越大, 则抑制干扰的能力越强, 反之亦然。AW 算法通过选择不同的权值, 可以在低 SNR 时强调期望信号的影响, 而在高 SNR 注重抑制干扰, 与干扰信道中干扰对期望信号影响的特性相一致。

图 4 给出了当 $N=M=3$, $d=1$ 时, 各种算法在和速率方面的比较。从图中可以看出 CW 算法因为考虑了期望信号的影响, 性能优于分布式 IA, 而 AW 算法则由于考虑了权值与 SNR 的关系, 在低 SNR, 性能明显优于 CW, 而随着 SNR 变大, AW 的优势

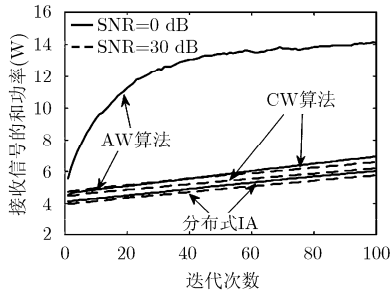


图 2 各种算法接收信号功率与迭代次数的关系, $N=M=3, d=1$

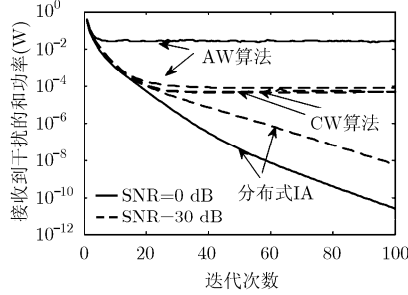


图 3 各种算法干扰残留功率与迭代次数的关系, $N=M=3, d=1$

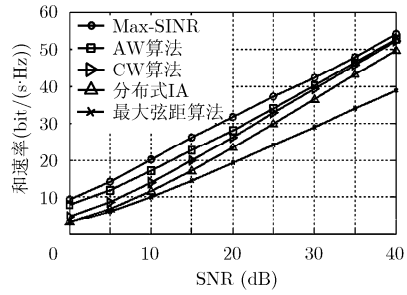


图 4 各种算法在 $N=M=3, d=1$ 时的性能比较

越来越小，最后二者趋于一致。其原因在于 AW 算法在低 SNR 时，用提高权值的方法可以获得高于其它方案的期望信号强度；在高 SNR 时，随着权值的衰减，AW 的性能趋向于分布 IA。而最大弦距法(文献[6]中方案 1)由于不迭代，性能最差。图中 Max-SINR 的性能虽然最好，但不能用于实际的通信系统。原因有两个：一是其预编码矩阵不仅决定于干扰，而且与噪声密切相关，求解过程过于复杂；另一个是 Max-SINR 不能保证收敛，即其抑制干扰的能力是不能保证的^[12]。从图中还可以看出，随着 SNR 的增加，Max-SINR 的优势越来越小，性能可能还要差于 IA。主要原因就在于其不能保证收敛，不能有效地抑制干扰，从而不能最大化系统的 DOF。当 $N=M=6, d=2$ 时，各种算法的和速率比较在图 5 中给出。与图 4 中的结果类似，AW 算法的和速率在低 SNR 时超过 CW 以及分布式 IA 算法，与 Max-SINR 的性能还有差距，当 $SNR > 30$ dB，AW 算法的优势可以被忽略。与图 4 相比，唯一不同的是，AW 算法与 Max-SINR 算法的性能差距变大了。这主要是因为 Max-SINR 的优化是基于数据流的，而 AW 的权值是基于用户的，当一个用户拥有较多数据流时，其性能的差距就会大一些。

分布式 IA 可以获得最大的 DOF，CW 算法能够提高期望信号的强度，而 AW 算法可以通过调整权值，进一步改善系统的性能。虽然 AW 的算法性能与 Max-SINR 相比仍有差距，但由于 Max-SINR

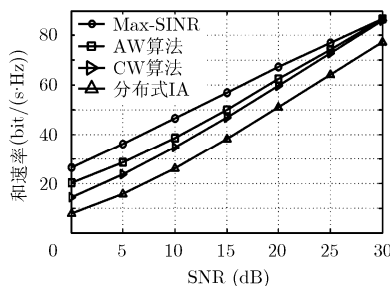


图 5 各种算法在 $N=M=6, d=2$ 时算法性能的比较

复杂度过高，且不能保证收敛，AW 算法是一种不错的选择。

5 结束语

在干扰信道中，系统的和速率不仅仅决定于可达的 DOF，而且与期望信号强度密切相关。本文提出一种同时考虑干扰和期望信号影响的迭代算法，以二者的加权和作为目标函数，且权值可调。仿真表明，该算法相对于分布式 IA 以及固定权值算法在低 SNR 时系统容量有明显的增益。

参考文献

- [1] Shen H, Lin B, Luo Y, et al. Iterative minimum mean square error interference alignment scheme for the MIMO X channel[J]. *IEICE Transactions on Communications*, 2011, E94-B(5): 1348-1354.
- [2] Nosrat-Makouei B, Andrews J G, and Heath R W. MIMO interference alignment over correlated channels with imperfect CSI[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(6): 2783-2794.
- [3] Meng S, Chunming Z, Xiao L, et al. Best-effort interference alignment in OFDM systems with finite SNR[C]. 2011 IEEE International Conference on Communications (ICC), Kyoto, June 5-9, 2011: 1-6.
- [4] Peters S W and Heath R W. Cooperative algorithms for MIMO interference channels[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2011, 60(1): 206-218.
- [5] 王勤民, 张忠培, 结凤克, 等. 干扰对齐的分集检测算法研究[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(6): 1393-1397.
- [6] Wang Q M, Zhang Z P, Jie F K, et al. Research on diversity detection algorithm for interference alignment[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(6): 1393-1397.
- [7] Sung H, Park S H, Lee K J, et al. Linear precoder designs for K-user interference channels[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(1): 291-301.
- [8] Gomadam K, Cadambe V R, and Jafar S A. A distributed numerical approach to interference alignment and

- applications to wireless interference networks[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(6): 3309-3322.
- [8] Bresler G, Cartwright D, and Tse D. Feasibility of interference alignment for the MIMO interference channel: the symmetric square case[C]. 2011 IEEE Information Theory Workshop (ITW), Paraty, Oct. 16-20, 2011: 447-451.
- [9] Kumar K R and Xue F. An iterative algorithm for joint signal and interference alignment[C]. IEEE International Symposium on Information Theory, Austin, TX, June 13-18, 2010: 2293-2297.
- [10] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 528-539.
- Zhang X D. Matrix Analysis and Application[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 528-539.
- [11] Tse D and Viswanath P. Fundamentals of Wireless Communication[M]. Cambridge: England, Cambridge University Press, 2005: 356-361.
- [12] Ning H, Ling C, and Leung K K. Feasibility condition for interference alignment with diversity[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(5): 2902-2912.
- 王勤民: 男, 1975 年生, 博士生, 讲师, 研究方向为干扰对齐及空时编码.
- 张忠培: 男, 1967 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为移动通信及抗干扰通信.