

非均匀块稀疏信号的压缩采样与盲重构算法

田鹏武* 康荣宗 于宏毅
(信息工程大学 郑州 450001)

摘要: 该文对非均匀块稀疏信号的压缩采样速率下限进行了分析,并对测量矩阵的约束等距常数衰减特性进行了理论证明。在此基础上,提出了一种块稀疏阶数和块分布未知情况下的非均匀块稀疏信号盲重构算法,按照逐次递减的块长度,对非均匀块稀疏信号进行多次均匀切割,利用正交匹配追踪算法逐次剔除均匀块中的零值位置,从而精确估计信号中非零块位置,实现信号的准确重构。理论分析了算法的性能,仿真实验进一步验证了算法的有效性和实用性。

关键词: 信号处理; 压缩采样; 块稀疏; 约束等距常数; 盲重构算法

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)02-0445-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00598

Compressive Sampling of Non-uniform Block Sparse Signals and the Blind Recovery Algorithm

Tian Peng-wu Kang Rong-zong Yu Hong-yi
(Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: The lowest compressive sampling rate for non-uniform block sparse signals and the decay property of restricted isometry constant of measure matrix is theoretically analyzed. A blind recovery algorithm without knowing the order and distribution of blocks is proposed. The algorithm improves the estimation precision of nonzero values positions by dividing the block sparse signal uniformly for several times according to successive decreasing block length, and then eliminating the zero value positions in the uniform blocks using Orthogonal Matching Pursuit (OMP) method, which leads to a better recovery result. The performance of the blind recovery algorithm is analyzed and simulation results verify the effectiveness and practicality further.

Key words: Signal processing; Compressive Sampling (CS); Block sparsity; Restricted isometry constant; Blind recovery algorithm

1 引言

压缩采样^[1,2](Compressive Sampling, CS)理论是近几年来备受研究者关注的一种新颖的信号获取理论,在该理论框架下,任意具有稀疏性的信号都可以以远低于 Nyquist 采样定理要求的采样速率被采样并重构。信号具备稀疏性是 CS 理论应用的前提,而稀疏性是指信号 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ 在某个正交基 $\{\psi_i\}$ 上投影得到的系数向量 $\boldsymbol{\alpha} = [\langle \mathbf{x}, \psi_i \rangle]_i$ 中含极少数非零值,若非零值个数为 K ,则称 \mathbf{x} 是 K 阶稀疏信号。在该稀疏模型下,系数向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 中的非零值可以出现在任意位置,而在通信信号处理的很多实际应用中,系数向量中的非零值通常是成块出现的(如:带限信号在傅里叶基上展开得到的非零系数都集中在信号的带宽范围内),且当一定频宽有多个信号出现时,由于信号带宽及频点的差异,稀疏块的分布通常是

非均匀的。因此,研究非均匀块稀疏信号的压缩采样问题具有更大的实际应用价值。

块稀疏是模型稀疏^[3]及子空间联合稀疏^[4]的特例,按照块的分布可分为均匀块稀疏和非均匀块稀疏,文献[3]研究了均匀模型稀疏信号的压缩采样问题,文献[5]给出了具体的块稀疏的定义,根据压缩采样的约束等距特性^[6](Restrict Isometry Property, RIP)引申出了 Block-RIP^[5]条件,并对均匀稀疏信号的测量及重构问题进行了研究。本文针对非均匀块稀疏信号的压缩采样问题展开研究,对非均匀块稀疏信号压缩采样所需的采样速率下限进行了分析,并理论证明了块稀疏模型下约束等距常数的衰减特性。

在块稀疏信号重构算法中,传统的基于随机稀疏模型的匹配追踪^[7](MP)、正交匹配追踪^[8,9](OMP)和可压缩采样的匹配追踪^[10](CoSaMP)等重构算法依然有效,只是这些算法没有考虑块稀疏信号的特点,性能欠佳。Eldar 等人^[11]提出了基于凸松弛的 ℓ_2 / ℓ_1 混合范数的块稀疏信号重构算法(Linear-

2012-05-17 收到, 2012-11-20 改回

国家科技重大专项(2008ZX03006)资助课题

*通信作者: 田鹏武 tpw0802@163.com

OPTimization, L-OPT), 并将 OMP 和 MP 算法推广至块稀疏信号提出了 BMP 和 BOMP 算法, 文献[10]中提出的 CoSaMP 算法也可以用来完成块稀疏信号的重构。但是, 上述算法均需要预先知道信号的稀疏度及块的分布, 而在实际应用中, 该条件通常是很难满足的, 因此, 本文提出了一种信号稀疏度及块分布未知的盲重构算法, 并对算法进行了理论分析和仿真验证。

2 块稀疏信号的定义

假设一个信号 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ 由给定长度为 d_ℓ ($1 \leq \ell \leq L$) 的若干块组成, 用 $\mathbf{x}[\ell]$ 来表示第 ℓ 个长度为 d_ℓ 的子块, 那么 \mathbf{x} 可以被写成

$$\mathbf{x}^T = [\underbrace{x_1 \cdots x_{d_1}}_{\mathbf{x}[1]} \cdots \underbrace{x_{N-d_L+1} \cdots x_N}_{\mathbf{x}[L]}] \quad (1)$$

定义

$$\|\mathbf{x}\|_{0,\ell} = \sum_{\ell=1}^L I(\|\mathbf{x}[\ell]\|_2 > 0) \quad (2)$$

其中 $I(\|\mathbf{x}[\ell]\|_2 > 0)$ 是指标函数, 当 $\|\mathbf{x}[\ell]\|_2 > 0$ 时值为 1, 反之则为 0, $\|\mathbf{x}\|_2 = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{x}}$ 是标准的 Euclidean 范数。

如果信号 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ 在 $I = \{d_1, \dots, d_L\}$ 上至多有 k 个 $\mathbf{x}[\ell]$ 有非零范数, 即 $\|\mathbf{x}\|_{0,I} \leq k$, 就称 \mathbf{x} 为 k 阶块稀疏的, 而如果 $d_1 = d_2 = \dots = d_L$, 则 \mathbf{x} 即为 k 阶均匀块稀疏的, 反之则为 k 阶非均匀块稀疏的。块稀疏是标准稀疏意义下的 $k' = \sum_i d_i$ ($d_i \in I$ 且 $\|\mathbf{x}[i]\|_2 > 0$) 阶稀疏, 当 $d_\ell = 1$ 时, 块稀疏就和标准意义上的稀疏完全等价了。

3 非均匀块稀疏信号的压缩采样

压缩采样的测量过程为

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^M$ 是测量向量, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ 是稀疏信号, Φ 是 $M \times N$ 维的测量矩阵, 它代表采样过程。那么要保证向量 \mathbf{x} 能从测量值 \mathbf{y} 中稳定且可靠地重构出来, 测量矩阵 Φ 需要满足 RIP 条件, 即存在一个最小的常数 $\delta_k \in (0,1)$ 使得对于任意 k 阶稀疏向量 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$, 有式(4)成立:

$$(1 - \delta_k) \|\mathbf{x}\|_2^2 \leq \|\Phi \mathbf{x}\|_2^2 \leq (1 + \delta_k) \|\mathbf{x}\|_2^2 \quad (4)$$

那么对于块稀疏信号, 首先按照块稀疏信号的块分布 $I = \{d_1, \dots, d_L\}$, 同样可以将测量矩阵 Φ 写成式(5)的形式:

$$\Phi = [\underbrace{\phi_1 \cdots \phi_{d_1}}_{\Phi[1]} \cdots \underbrace{\phi_{N-d_L+1} \cdots \phi_N}_{\Phi[L]}] \quad (5)$$

其中 ϕ_i 表示测量矩阵 Φ 的第 i 列, 那么非均匀块稀疏信号的压缩采样过程可以写为

$$\mathbf{y} = \sum_{\ell=1}^L \Phi[\ell] \mathbf{x}[\ell] \quad (6)$$

文献[5]将 RIP 推广至 k 阶块稀疏向量, 得到了 Block-RIP, 并定义其约束等距常数为 δ_B 。

其实无论对于 k 阶稀疏向量, 还是 k 阶块稀疏向量, 都属于 k 阶子空间联合稀疏向量^[4]的特例, 其测量矩阵都需要满足 RIP 特性, 所不同的是其约束等距常数各有差异。

从子空间联合的角度, 任意 k 阶稀疏信号 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ 都可以被看作是来自于一个子空间联合 \mathcal{M} :

$$\mathcal{M} = \bigcup_j^{m_k} \mathcal{M}_j \quad (7)$$

\mathcal{M} 是 m_k 个子空间的联合, 其中 \mathcal{M}_j 是 \mathbb{R}^N 的一个 k 维子空间。对于一个随机稀疏的信号 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$, $m'_k = \binom{N}{k'}$, 而对于 k 阶均匀块稀疏信号 $m_k = \binom{L}{k}$ 。

文献[4]在均匀块稀疏模型下得到如下结论:

令 $\Phi: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^M$ 是一个 $M \times N$ 维的高斯随机矩阵, 其中 $M \ll N$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ 是一个 k 阶均匀块稀疏信号, 其均匀块的长度为 d , 服从的分布为 $I = \{d_1, \dots, d_L\}$, 且 k 个非零范数块的总长度为 $k' = kd$ ($d_i \in I$ 且 $\|\mathbf{x}[i]\|_2 > 0$), 令 $t > 0$ 和 $0 < \delta < 1$ 为常数, 如果:

$$M \geq \frac{36}{7\delta} \left(\ln 2m_k + k' \ln \frac{12}{\delta} + t \right) \quad (8)$$

其中

$$m_k = \binom{L}{k} \quad (9)$$

那么 Φ 将以 $1 - e^{-t}$ 的概率满足约束等距常数为 $\delta_B = \delta$ 的 Block-RIP。

推论 1 均匀块稀疏模型下信号的压缩采样所需测量值数目下限低于传统压缩感知随机稀疏模型下所需的测量值数目下限。

推论 2 非均匀块稀疏模型下的信号的压缩采样所需测量值数目下限不高于均匀块稀疏模型下所需的测量值数目下限。

证明 从近似的角度来分析, 式(8)中的 $\ln 2m_k$ 是影响 M 值的主导因素^[4], 因此, M 的下限和 m_k 是呈正比关系的。显然随机稀疏模型考虑了非零值位置的所有组合, 而均匀块稀疏模型则仅考虑非零值位置按照 $I = \{d_1, \dots, d_L\}$ 成块分布的情况, 因此 $m'_k > m_k$, 推论 1 得证。

对于非均匀的块稀疏信号而言, 将其按照均匀方式切分后, 会出现两种情况: 一个是单个非零块被切分成连续的几个非零块, 另一个是非零块正好都位于切分的均匀块内, 而依然服从 $I = \{d_1, \dots, d_L\}$

的分布。第1种情况下,由于非均匀块被均匀切分后的产生的新的非零块也是成块出现的,而均匀块稀疏模型下需要考虑非零块位置出现的所有可能,所以非均匀块稀疏模型下的 m_k 更小;而第2种情况下,均匀和非均匀稀疏模型需要考虑的 m_k 是一样的。至此,推论2得证。

测量值数目在压缩感知模拟实现系统中代表采样速率^[12,13],推论1和推论2中的测量值数目下限在实际系统中就是采样速率的下限,因此针对非均匀块稀疏信号的压缩采样率可以以更低的采样速率实现。

4 约束等距常数的衰减特性

Eldar^[5]等人认为,对于一个 k 阶块稀疏信号,其测量矩阵 Φ 若满足 $2k$ 阶Block-RIP条件,且其约束等距常数 $\delta_{2k} < \sqrt{2} - 1$,那么基于混合 ℓ_2/ℓ_1 范数的块稀疏信号重构算法就能够完成稀疏信号的重构,在有噪声的情况下,重构误差满足

$$\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|_2 \leq C_1 \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_k\|_{2,l}}{\sqrt{k}} + C_2 \varepsilon \quad (10)$$

其中 $\hat{\mathbf{x}}$ 为重构信号, \mathbf{x}_k 是 \mathbf{x} 的 k 个非零块的最优近似, $C_1 = \frac{2(1 - \delta_{2k})}{1 - (1 + \sqrt{2})\delta_{2k}}$, $C_2 = \frac{4\sqrt{1 + \delta_{2k}}}{1 - (1 + \sqrt{2})\delta_{2k}}$ 。显然测量矩阵的约束等距常数是稀疏信号能否成功重构的关键,而约束等距常数又有如下衰减特性。

定理1 如果矩阵 $\Phi_{M \times N}$ 满足约束等距常数为 δ_k ($0 < \delta < 1$)的 k 阶RIP特性,令

$$A_r = \bigcup_{i=1}^r S_i \quad (11)$$

S_i 是 \mathbb{R}^N 的一个 k 维子空间, A_r 是 r 个 k 维子空间的联合, δ_k^A 是对于任意 $x \in A_r$ 满足式(4)的最小的约束等距常数,则

$$0 < \delta_k^A < \delta_k^A < \dots < \delta_k < 1 \quad (12)$$

其中,当 $r = \binom{N}{k'}$ 时, $\delta_k^A = \delta_k$ 。

定理1的证明略。

定理1中 r 实际为稀疏信号的非零值可能出现位置的种类。显然 r 越小,针对该稀疏信号进行压缩采样的测量矩阵满足RIP条件的约束等距常数越小,而更小的约束等距常数则意味着信号能够以更高的概率被重构。

对于块稀疏信号,由于 $m'_k > m_k$,所以 $A_{m'_k} \subset A_{m_k}$,即块稀疏信号非零值可能出现的位置种类比随机信号非零值可能出现的位置种类少,所以由定理1可知块稀疏信号具有更小的约束等距常数,即 $\delta_B < \delta_k$ 。那么,当 $\delta_B < \sqrt{2} - 1 < \delta_k$ 时,基于混合

ℓ_2/ℓ_1 范数的块稀疏信号重构算法能够完成信号的重构,而基于传统稀疏模型的 ℓ_1 范数优化重构算法则无法完成信号的重构。因此,约束等距常数的衰减特性进一步证实了,将信号的块稀疏特性引入到重构算法中能够获得更高的信号重构概率。

5 盲重构算法

(1)算法描述 BOMP, BMP和L-OPT等块稀疏信号重构算法是在均匀块稀疏模型下提出的,这些算法实施都有一个前提,即信号的稀疏阶数要预先知道,且只有在非零值充满每个非零块时性能才能达到最佳;而在实际中信号稀疏阶数通常是未知的,且在很多应用中,如电磁频谱监测等,由于信号的带宽及频点位置的差异和不确定性,导致块的分布通常是非均匀的,也是无法提前预知的。如果采用上述这几种算法对非均匀块稀疏信号进行重构,算法就默认按照均匀方式对信号进行块的切分,这样就会出现非零块不能完全被非零值充满的情况,那么由此计算就很难准确找到稀疏信号的非零值对应的位置,而使得重构的误差较大。针对这一问题,本文提出了一种信号稀疏度和块分布未知的盲重构算法(Blind-BOMP),按照逐次递减的块长度,对信号进行多次均匀切割,从而精确估计非零块中非零值的位置,降低信号的重构误差。

该算法的示意图如图1所示。BOMP, BMP和L-OPT算法实际只是完成了本文算法的第1阶段,而本文算法则通过对第1阶段得到的结果进行多次的均匀切分,利用OMP算法逐次剔除均匀块中的零值的位置,从而精确估计信号中非零块,实现信号的准确重构。算法基本步骤如下:

(A)第1阶段

(a)令 $d_1 = N/M$ (若 N/M 不为整数则下取整),按照长度 d_1 对原始信号进行均匀分块,并依次寻找 $\Phi^T r$ 中 2 范数最大的块

$$l = \arg \max_{\ell=1,2,\dots,M} \|\Phi^T r\|_{2,l} \quad (13)$$

定义该块对应的位置序列记为 Ω_ℓ ,其中 r 为残差量, \mathbf{y} 为测量向量,初始状态 $r = \mathbf{y}$;

(b)将前次迭代获取的位置序列与 Ω_ℓ 合并

$$T_k = T_{k-1} \cup \Omega_\ell \quad (14)$$

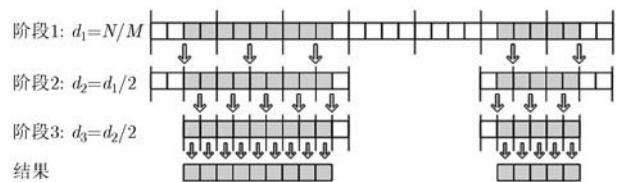


图1 盲重构算法示意图(其中有灰色部分代表非零值出现的位置)

T_k 是第 k 次迭代得到的所有非零块对应的位置序列;

(c) 利用最小二乘法计算 Ω_k 对应的系数 \hat{x}

$$\hat{x} = \Phi_{T_k}^\dagger y, \quad \Phi_{T_k}^\dagger = (\Phi_{T_k}^T \Phi_{T_k})^{-1} \Phi_{T_k}^T \quad (15)$$

Φ_{T_k} 是 Φ 中对应位置为 T_k 的列组成的矩阵;

(d) 计算残差

$$r = y - \Phi \hat{x} \quad (16)$$

并判定迭代停止条件。迭代停止的条件设定为残差能量小于某个门限, 即 $\|r\|_2 \leq \varepsilon$, 无噪声重构的情况下可设定 $\varepsilon = 0$, 有噪声重构的情况下, 可以设定 ε 为噪声能量; 如果重构失败残差能量会急剧上升, 所以设定 $\|r\|_2 > \|y\|_2$ 也作为迭代停止条件, 以避免无休止的迭代。

(B) 第 2 阶段 令 $d_2 = d_1/2$ (若 d_2 不为整数则下取整), 按照长度 d_2 对第 1 阶段得到非零值位置序列 T_k 所对应信号进行均匀分块, 并按照第 1 阶段中的步骤在 T_k 中进一步确定非零块的位置。

(C) 第 n 阶段 令 $d_n = d_1/2^{n-1}$ (若 d_n 不为整数则下取整), 按照上述方式依次进行计算, 直至 $d_n = 1$ 或者 $T_k^n = T_k^{n-1}$, 则停止计算。其中 d_n 为第 n 阶段均匀分块的长度, T_k^n 为第 n 阶段获取的非零块位置序列, 即当均匀分块长度为 1 或者前后两次获取的非零块位置序列相同时, 就可以停止计算而实现信号中非零块的精确估计。

算法在每个阶段都需要按照 BOMP 算法对信号进行重构, 只是每次迭代所针对的对象仅是上一阶段得到的非零块位置对应的测量矩阵的列向量。当均匀分块长度为 1 或者前后两次获取的非零块位置序列相同时的阶段得到的信号系数为最终的估计结果, 之前的阶段都是为了精确估计非零值的位置。

关于初始块长度的取值, 本文设定 $d_1 = N/M$, 是一种经验取法, 通常情况下在设计基于压缩感知的信号采样系统之前, 都要对信号的稀疏度进行评估, 然后再根据该稀疏度范围设定采样速率。因此, 在实际系统中我们可以综合利用信号稀疏度及采样速率等先验信息来进行初始值的设定。

(2) 算法性能分析 在范数 $\|x\|_{0,c}$ 的定义下, 经均匀切分后非均匀块稀疏信号, 可看作一个新的随机稀疏信号, 那么有如下定理成立。

定理 2 如果测量矩阵 Φ 满足 $K+1$ 阶 Block-RIP 特性, 且约束等距常数 $\delta_B < 1/(3\sqrt{K})$, 那么对于任意的 K 阶块稀疏信号, 基于 OMP 的重构算法可以经 K 次迭代后精确重构信号。

定理 2 的详细证明参照文献[14]定理 3.1 的证明, 该定理是本文算法能够精确重构信号的理论保证。

定义 $g(r) = \sqrt{M/N} (\sqrt{r} + \sqrt{2H(r)d^{-1}})$, 其中 $H(r) = -r \lg r - (1-r) \lg(1-r)$, $r = k'/N$, 根据文献[5]中推论 3 可以得到: 当 $N \rightarrow \infty$ 时有式(17)成立:

$$\delta_B < \rho(r) \triangleq -1 + [1 + g(r)]^2 \quad (17)$$

那么, 当 $g(r) < 2^{1/4} - 1$ 时, 块稀疏信号就可以被重构。对于本文算法, $g(r)$ 中 $d = N/M$, 而对基于随机稀疏模型的重构算法, $g(r)$ 中 $d = 1$, 二者的关系如图 2 所示, 可见本文算法相比于基于随机稀疏模型的重构算法, 能够适应范围更大的信号稀疏度。

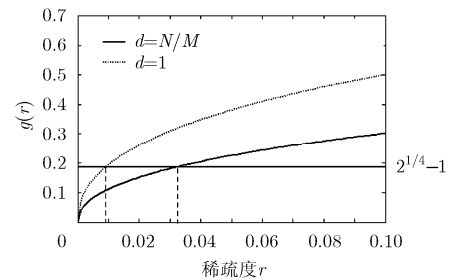


图 2 $g(r)$ 与 r 关系图(其中 $N/M = 5$)

(3) 算法运算量分析 基于 OMP 的信号重构算法的运算量主要都集中在非零块位置的确定上, 由此可以评估 OMP 的运算量为 $O(N^2)$, BOMP 的运算量为 $O(Nd)$, 而本文算法的运算量则由于采用了多次均匀分块的方式进行非零块位置的确定, 因此运算量相比于 BOMP 有所增加, 为 $O(Nd \log_2 d)$, 这也是本文算法由于信号的稀疏度及块的分布未知而付出的代价。L-OPT 算法的运算量取决于最优化的方法, 本文采用内点法, 其运算量为 $O(M^2 N^{3/2})$, 显然其运算量是最大的, 但是该算法具有很好的稳定性, 只要测量矩阵的约束等距常数满足 $\delta < \sqrt{2} - 1$ 的约束条件, 算法就一定能够完成稀疏信号的重构。

(4) 仿真结果 仿真实验中测量矩阵 $\Phi_{M \times N}$ 采用高斯随机矩阵, $M=120$, $N=960$, 非均匀块稀疏阶数 $k=2$, 非零块长度分别为 $d_1=(1/3)k'$, $d_2=(2/3)k'$, k' 为非零值总个数, 非零块的系数值按照均值为 0, 方差为 1 的高斯分布随机选取, 块的位置在保证不混叠的情况下随机出现。实验目的是观察信号成功重构的概率与稀疏信号非零值总个数 k' 之间的关系, 信号重构成功是指重构误差小于设定门限, 通过统计每个 k' 值对应的 1000 次中信号重构成功的比率, 得到如图 3 所示仿真结果, 仿真对比了 OMP, BOMP 和 L-OPT 算法。

由图 3 可以看出, 考虑信号块稀疏结构的 BOMP, L-OPT 和本文算法要比不考虑信号块稀疏结构而直接进行重构的 OMP 算法性能好。而本文

算法性能最好，这是因为本文算法能够更加准确地估计非零块的位置。

测量矩阵的参数设置不变，分别固定块的长度为 5, 10 和 15，考察随着非零块个数的增加，算法成功重构信号的概率变化，其中非零块的系数和位置产生方式同上，每组仿真参数都进行 1000 次独立实验，得到仿真结果如图 4 所示。

由图 4 可以看出，随着非零块个数的增加，算法成功重构信号的概率呈逐渐减小的趋势，随着非零块长度的增加，重构概率也逐渐下降。

固定非零值总个数为 30，对算法成功重构概率随测量值数目 M 的变化进行仿真，得到如图 5 所示结果。可以看出，随着测量值数目达到 105 个时，本文算法成功重构信号的概率达到 0.9，BOMP, L-OPT 算法次之；而传统的 OMP 算法在测量值数目达到 180 个时，重构概率依然在 0.6 以下。

固定 $M=120, N=960$ ，非零值总个数为 30，对上述几种算法的执行时间进行 1000 次统计平均后得到如表 1 所示结果。

表 1 算法执行时间

重构算法	OMP	L-OPT	BOMP	本文算法
执行时间(s)	0.3452	0.4909	0.0642	0.1514

可见，L-OPT 的算法执行时间最长，OMP 次之，BOMP 的执行时间最短，而本文算法的执行时间介于 OMP 和 BOMP 之间。

6 结束语

非均匀块稀疏模型是一种更具实际意义的信号稀疏模型，本文对非均匀块稀疏信号的压缩采样问题中若干问题进行了研究。对非均匀块稀疏信号的压缩采样所需的测量值下限，也即压缩采样速率下限，进行了分析；对测量矩阵约束等距常数的衰减特性进行了证明；针对实际应用中，信号块分布及稀疏阶数很难预先获知的问题，提出了一种盲重构算法，以实现非均匀块稀疏信号的重构。理论分析和仿真实验均验证了该算法性能优于传统的 OMP 算法以及 BOMP 和 L-OPT 算法。

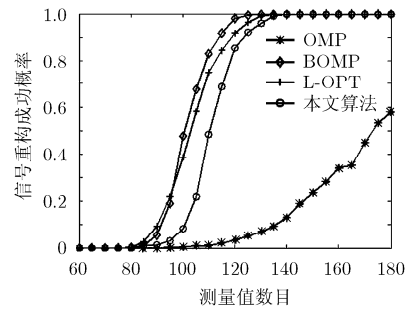
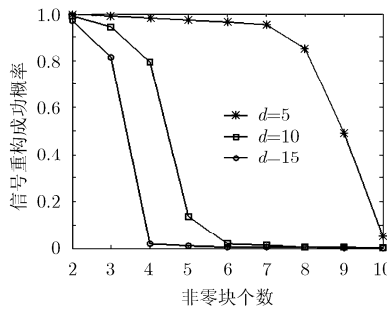
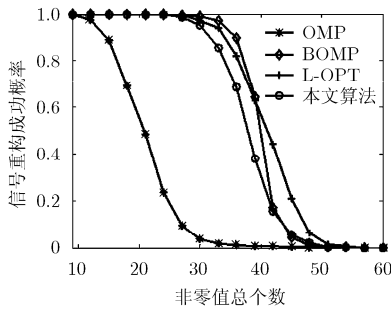


图 3 重构成功概率随稀疏信号非零值总个数的变化 图 4 重构成功概率随非零块个数的变化 图 5 重构成功概率随测量值数目的变化

参考文献

- [1] Candès E. Compressive sampling[C]. Proceedings of International Congress of Mathematician, Madrid, Spain, 2006, 3: 1433-1452.
- [2] Donoho D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [3] Baraniuk R, Cevher V, and Duarte M, et al. Model-based compressive sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(4): 1982-2001.
- [4] Thomas B and Mike E. Sampling theorems for signals from the union of finite-dimensional linear subspaces[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(4): 1872-1882.
- [5] Eldar Y C and Mishali M. Block-sparsity and sampling over a union of subspaces[C]. Proceedings of 16th International Conference Digital Signal Processing, Santorini, July 2009: 1-8.
- [6] Candès E and Tao T. Decoding by linear programming[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(12): 4203-4215.
- [7] Mallat S G and Zhang Z. Matching pursuits and time-frequency dictionaries[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [8] Tropp J and Gilbert A. Signal recovery from partial information via orthogonal matching pursuit[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [9] 杨海蓉, 张成, 丁大为, 等. 压缩传感理论与重构算法[J]. *电子学报*, 2011, 39(1): 142-148.
Yang Hai-rong, Zhang Cheng, Ding Da-wei, et al. The theory of compressed sensing and reconstruction algorithm[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(1): 142-148.
- [10] Needell D and Tropp J A. CoSaMP: iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2009, 26(3): 301-321.

- [11] Eldar Y C and Kuppinger P. Block-sparse signals: uncertainty relations and efficient recovery[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(6): 3042-3054.
- [12] Laska J N, Kirolos S, Duarte M F, *et al.* Theory and implementation of an analog-to-information converter using random demodulation[C]. Proceedings of IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS 2007), New Orleans, May 2007: 1959-1962.
- [13] Mark A and Petros T. Signal processing with compressive measurements[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(2): 445-460.
- [14] Mark A and Michale B. Analysis of orthogonal matching pursuit using the restricted isometry property[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(9): 4395-4401.
- 田鹏武: 男, 1983 年生, 博士生, 研究方向为通信信号处理、压缩感知.
- 康荣宗: 男, 1983 年生, 博士生, 研究方向为通信信号处理、压缩感知.
- 于宏毅: 男, 1963 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为现代信号处理、无线传感器网等.